Б. ГЕЛЛЕР
В. ГАМАТА

ВЫСШИЕ ГАРМОНИКИ В АСИНХРОННЫХ МАШИНАХ



Б. ГЕЛЛЕР,
В. ГАМАТА

ВЫСШИЕ ГАРМОНИКИ В АСИНХРОННЫХ МАШИНАХ

Перевод с английского
под редакцией
проф. З. Г. Каганова

МОСКВА «ЭНЕРГИЯ» 1981

ББК 31.261.63
Г 31
УДК 621.313.33.018.3

HARMONIC FIELD EFFECTS IN INDUCTION MACHINES
BEDŘICH HELLER, VACLAV HAMATA
TRANSLATED BY RUDOLPH MAJOR

Academia, Publishing House of the Czechoslovak
Academy of Sciences
Prague 1977

Геллер Б., Гамата В.
Г 31 Высшие гармоники в асинхронных машинах/ Пер. с англ. под ред. З. Г. Каганова. — М.: «Энергия», 1981.—352 с., ил.

В пер.: 1 р. 50 к.

В книге известных чехословацких ученых приведены обобщающие сведения о побочных явлениях, сопровождающих основные физические процессы в асинхронных машинах. Главное внимание уделено учету влияния пазов при малом воздушном зазоре. Проанализированы дифференциальное рассеяние, магнитные силы в воздушном зазоре, суммарные потери, шумы, добавочные потери и т. п. Даны рекомендации по выбору соотношения чисел пазов статора и ротора при проектировании машин.

Книга предназначена для инженерно-технических и научных работников, занимающихся проектированием, расчетом, исследованием и эксплуатацией электрических машин.

Г $\frac{30307\text{-}258}{051(01)\text{-}81}$ 116-81 230.2030000

ББК 31.261.63
6П2.1.081

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА К РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

Конструирование и эксплуатация трехфазных асинхронных электродвигателей на современном этапе их развития часто требуют постановки и решения сложных задач. К числу таковых прежде всего относятся систематические исследования дополнительных явлений, сопровождающих основные физические процессы в асинхронных машинах. Хотя базисная теория этих машин разрабатывалась многими авторами в разных странах, систематизированные сведения по данному вопросу, особенно по учету влияния пазов при малом воздушном зазоре, отсутствовали. Этот пробел попытались восполнить авторы — известные чехословацкие ученые — акад. Бедржих Геллер и проф. доктор Вацлав Гамата. Можно сказать, что в данной книге, изданной в 1977 г. в Праге на английском языке и предлагаемой сейчас советским читателям, они успешно справились с поставленной задачей.

Эта книга при доступности и ясности изложения и относительной несложности использованного математического аппарата написана на высоком научном уровне, что вполне соответствует международной известности ее авторов.

По нашему мнению, она будет полезна проектировщикам, инженерам по производству и эксплуатации электрических машин, а также аспирантам и студентам старших курсов электромеханических специальностей.

Работа между переводчиками была распределена следующим образом: гл. 1—3 — переведены доктором техн. наук З. Г. Кагановым, гл. 4—6 — канд. техн. наук

Т. И. Гусейновой, гл. 7 — канд. техн. наук Л. Э. Рогинской, гл. 8, 10 и приложения — канд. техн. наук Э. С. Ачильдиевой, гл. 9 — канд. техн. наук С. Т. Кусимовым. Общая редакция перевода осуществлена З. Г. Кагановым.

Переводчики и редактор благодарят А. В. Боголюбову за помощь при выполнении данной работы, они также признательны Э. П. Клименко за ценные указания и советы.

Все замечания читателей будут приняты с благодарностью. Их следует направлять в адрес Энергоиздата: 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

З. Г. Каганов

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРОВ К РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

Русское издание, представляющее собой перевод английского оригинала, выпущенного в 1977 г. издательством «Academia» в Праге, содержит незначительные дополнения в тексте, а в список литературы включены публикации, вышедшие до конца 1978 г., таким образом список охватил большинство публикаций с 1910 г. до 1978 г. На основании отзывов на английское издание авторы убеждены, что книга содержит достаточно полные сведения в данной области, существующие сейчас, и что нет надобности в изменении ее основных концепций.

Предлагаемая книга посвящена решению проблемы высших гармоник в трехфазных асинхронных машинах, питаемых синусоидальным трехфазным напряжением. Вопросы высших гармоник при полупроводниковом питании и регулировании асинхронных машин непосредственно не рассмотрены, так как по объему они составили бы отдельную книгу. Однако эта проблема принципиально может быть решена на основе теоретических положений, проводимых в предлагаемой книге.

Авторы надеются, что книга будет полезна как научным работникам, так и специалистам, занимающимся расчетом, конструированием, технологией изготовления и эксплуатацией электрических машин. Авторы будут благодарны за замечания, которые приведут к улучшению содержания книги. Авторы считают приятной обязанностью выразить благодарность проф. З. Г. Каганову за работу по редактированию русского издания.

Б. Геллер
В. Гамата

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРОВ К АНГЛИЙСКОМУ ИЗДАНИЮ

В сущности единственное, что объединяет английское издание книги «Высшие гармоники в асинхронных машинах» с оригинальным чешским изданием, — это название. Большинство глав было написано заново и существенно дополнено. Мы стремились дать как можно больше новых сведений о реальных явлениях, происходящих в асинхронных двигателях.

Казалось, что ко времени публикации чешского издания в 1962 г. можно было говорить об определенном решении этой проблемы. Однако положение оказалось иным, о чем свидетельствует большое число публикаций, вышедших с тех пор. Так, если в 1910—1962 гг. вышло около 120 публикаций, то между 1962 и 1971 гг. их число достигло 150. Это показывает, что интерес к исследованиям в данной области теории асинхронных машин сохраняется до сих пор. Вместе с тем, как нам известно, в мировой литературе в настоящее время нет монографий по данному вопросу.

Список литературы включает большинство публикаций, вышедших вплоть до 1976 г.

В английском издании глава, относящаяся к добавочным моментам, и параграфы о влиянии скоса пазов были полностью переработаны. Новые параграфы посвящены рассмотрению высших реакций якоря и отдельным вопросам расчета добавочных потерь.

Мы пользуемся возможностью выразить нашу благодарность инж. Рудольфу Майору за работу по подготовке английского перевода и доктору техн. наук. В. Клима за внимательный просмотр рукописи и ценные замечания. Мы надеемся, что книга будет полезна всем специалистам в области асинхронных машин.

Б. Геллер

В. Гамата

Глава первая

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В РАВНОМЕРНОМ ВОЗДУШНОМ ЗАЗОРЕ

1-1. ВВЕДЕНИЕ

Распределение магнитного поля в воздушном зазоре любой электрической машины определяется несколькими факторами. Для наглядности применяемых соотношений и во избежание излишней сложности математического аппарата были приняты некоторые допущения. Важнейшее из них состоит в предположении бесконечно большой относительной магнитной проницаемости стали ($\mu_r=\infty$). Однако в параграфах, посвященных рассмотрению влияния насыщения стали, относительная магнитная проницаемость считается конечной величиной, что особо отмечается в этих параграфах. Далее, все гармоники относятся ко всей машине в целом, т. е. *основная гармоника* порядка $\nu=1$ имеет одну пару полюсов и размещается на дуге окружности с центральным углом 2π. Если машина имеет p пар полюсов, то гармоника, создающая $2p$-полюсное магнитное поле, называется *рабочей гармоникой.* Эта гармоника всегда имеет порядок $\nu=p$. Произвольная гармоника ν-го порядка имеет ν пар полюсов. Одна пара полюсов такой гармоники размещается на дуге с центральным углом $2\pi/\nu$.

В этой книге все расчеты магнитных полей были выполнены для двумерного пространства, т. е. влияние конечной длины сердечника не учитывается (длинная машина). Расчет трехмерных полей увеличил бы объем данной книги.

1-2. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПРОВОДНИКА

Обмотки любой электрической машины представляют собой проводники, соединенные определенным образом и расположенные по обеим сторонам воздушного

зазора. Протекающий по этим проводникам электрический ток создает магнитное поле, изменения которого во времени и в пространстве представляют собой один из наиболее важных факторов, определяющих характеристики машины.

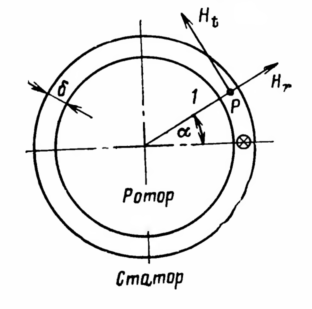


Рис. 1-1. К расчету поля одного проводника.

Расссмотрим электрическую машину, состоящую из двух гладких коаксиальных цилиндров, выполненных из магнитного материала: цилиндры разделены воздушным зазором δ; внутренний радиус R цилиндра, соответствующего статору, равен единице. Если известно распределение линейной токовой нагрузки $A(\alpha)$ вдоль окружности воздушного зазора и распределение линий магнитной индукции в радиальном направлении, то напряженность магнитного поля в любой точке воздушного зазора с координатой α может быть найдена из уравнения

$$\delta (H_\alpha - H_0) = \int_0^\alpha A(\alpha) R \, d\alpha, \tag{1-1}$$

где H_0 находится из условия $\int_0^{2\pi} H_\alpha R \, d\alpha = 0$, которое означает, что в воздушном зазоре машины не может возникнуть однополярный поток.

Для нахождения распределения линейной нагрузки вдоль окружности воздушного зазора необходимо детальное изучение обмотки машины. Поэтому удобнее рассмотреть сначала магнитное поле, создаваемое одним проводником, расположенным в точке P с координатами $(1, \alpha)$, по которому протекает ток i (рис. 1-1). Магнитное поле, создаваемое произвольной системой проводников, может быть получено методом наложения полей отдельных проводников.

В любом замкнутом контуре ротора электрический ток отсутствует ($\oint H \, dl = I = 0$). Следовательно, не существует магнитного потока, замыкающегося только по самому ротору, т. е. напряженность магнитного поля в роторе не имеет тангенциальной составляющей H_t. С другой стороны, в статоре любая окружность, концентричная воздушному зазору, охватывает полный ток, т. е. в статоре всегда существует замкнутый магнитный поток и магнитное поле имеет составляющую H_t.

С учетом этих положений, а также принимая во внимание, что функции H_r и H_t должны быть симметричными и нечетными, для любого замкнутого контура, проходящего через ротор и статор и симметричного относительно проводника, можно записать:

$$2\left(H_r\delta + r\int_0^\alpha H_t \, d\alpha\right) = i; \tag{1-2}$$

$$\int_0^{2\pi} H_t r \, d\alpha = i \text{ при } r > 1. \tag{1-3}$$

Предположим, что в (1-2) и (1-3) H_r и H_t представляют собой следующие функции полярных координат:

$$H_r = f_1(\alpha); \; H_t = f_2(r, \alpha).$$

Дифференцируя (1-3) по r, получаем:

$$\int_0^{2\pi} \left(H_t + \frac{\partial H_t}{\partial r} r\right) d\alpha = 0, \tag{1-4}$$

откуда следует, что

$$H_t + \frac{dH_t}{dr} r = 0. \tag{1-5}$$

Дифференцирование (1-2) по α дает:

$$\delta \frac{dH_r}{d\alpha} + rH_t = 0. \tag{1-6}$$

Из (1-6) следует, что выражение для H_t должно иметь вид: $H_t = F(\alpha)/r$, так как $dH_r/d\alpha$ не зависит от r.

Подставляя H_t в (1-5), получаем:

$$\frac{F(\alpha)}{r} + \frac{rF'(\alpha) - F(\alpha)}{r^2} r = 0,$$

откуда следует, что $F'(\alpha) = 0$, т. е. $F(\alpha) = C$, где C — постоянная.

Тангенциальная составляющая должна выражаться отношением

$$H_t = C/r. \tag{1-7}$$

Решая (1-2) с учетом (1-7), получаем:

$$H_r = i/2\delta - K\alpha. \tag{1-8}$$

Из условия симметрии

$$H_r(\alpha) = -H_r(2\pi - \alpha).$$

При $\alpha = 0$ (1-8) можно записать как

$$i/2\delta = -i/2\delta + K2\pi,$$

откуда

$$K = i/(2\pi\delta).$$

Таким образом, радиальная составляющая напряженности магнитного поля в воздушном зазоре определяется выражением

$$H_r(\alpha) = \frac{i}{2\delta}\left(1 - \frac{\alpha}{\pi}\right). \tag{1-9}$$

Распределение напряженности магнитного поля в воздушном зазоре, создаваемого одним проводником с током i, показано на рис. 1-2.

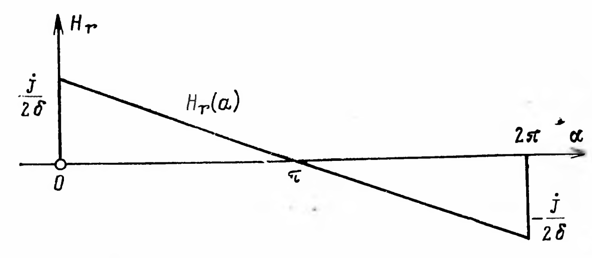


Рис. 1-2. Распределение напряженности магнитного поля одного проводника.

Как видно из рис. 1-2, функция $H_r(\alpha)$, заданная в интервале $0 < \alpha < 2\pi$, может быть разложена в ряд Фурье:

$$H_r(\alpha) = \frac{i}{\pi\delta} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \sin \nu\alpha, \tag{1-10}$$

где $\nu = 1, 2, 3 \ldots$

Кривая напряженности магнитного поля одного проводника содержит все (четные и нечетные) гармоники, из которых основная гармоника порядка $\nu = 1$ имеет период, равный 2π, т. е. полной длине внутренней окружности сердечника статора.

1-3. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ВИТКА

Магнитное поле в воздушном зазоре, создаваемое одним витком с током, может быть определено из предыдущего параграфа как сумма полей двух проводников, сдвинутых друг относительно друга на угол α_y, по которым протекает один и тот же ток, но в противоположных направлениях. Полагая снова ток в проводниках равным i и учитывая (1-9), можем записать для витка согласно рис. 1-3 следующие уравнения:

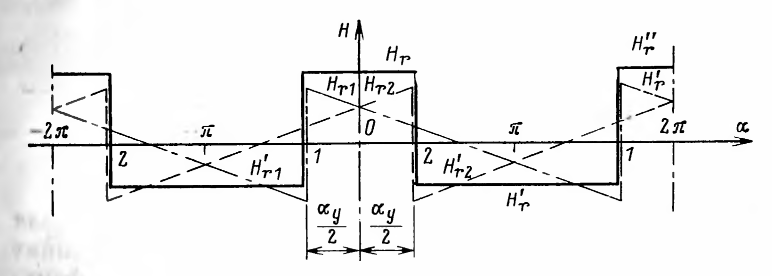


Рис. 1-3. Распределение напряженности магнитного поля одного витка.

напряженность магнитного поля, создаваемого током в проводнике *1*,

$$H_{r1}(\alpha) = \frac{i}{2\delta}\left[1 - \frac{(2\alpha + \alpha_y)}{2\pi}\right] \text{ в интервале } 0 < \alpha < \left(2\pi - \frac{\alpha_y}{2}\right);$$

$$H'_{r1}(\alpha) = \frac{i}{2\delta}\left[3 - \frac{(2\alpha - \alpha_y)}{2\pi}\right] \text{ в интервале } \left(2\pi - \frac{\alpha_y}{2}\right) < \alpha < 2\pi;$$

напряженность магнитного поля, создаваемого током в проводнике *2*,

$$H_{r2}(\alpha) = \frac{i}{2\delta}\left[1 + \frac{(2\alpha - \alpha_y)}{2\pi}\right] \text{ в интервале } 0 < \alpha < \frac{\alpha_y}{2};$$

$$H'_{r2}(\alpha) = \frac{i}{2\delta}\left[-1 + \frac{(2\alpha - \alpha_y)}{2\pi}\right] \text{ в интервале } \frac{\alpha_y}{2} < \alpha < 2\pi.$$

Результирующая напряженность

$$H_r(\alpha)=H_{r1}(\alpha)+H_{r2}(\alpha)=\frac{i}{2\delta}\left[2-\frac{\alpha_y}{\pi}\right]$$

в интервале $0<\alpha<\frac{\alpha_y}{2}$;

$$H'_r(\alpha)=H_{r1}(\alpha)+H'_{r2}(\alpha)=-\frac{i}{2\delta}\frac{\alpha_y}{\pi}$$

в интервале $\frac{\alpha_y}{2}<\alpha<\left(2\pi-\frac{\alpha_y}{2}\right)$;

$$H''_r(\alpha)=H'_{r1}(\alpha)+H'_{r2}(\alpha)=\frac{i}{2\delta}\left[2-\frac{\alpha_y}{\pi}\right]$$

в интервале $\left(2\pi-\frac{\alpha_y}{2}\right)<\alpha<2\pi$.

Напряженность результирующего магнитного поля в воздушном зазоре, определенная в системе координат с началом на оси витка, является периодической функцией, которая может быть разложена в ряд Фурье:

$$H_r(\alpha)=\frac{2i}{\pi\delta}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\nu}\sin\nu\frac{\alpha_y}{2}\cos\nu\alpha, \qquad (1\text{-}11)$$

где $\nu=1, 2, 3 \ldots$

В случае витка с диаметральным шагом $\alpha_y=\pi$ значение $\sin\nu\frac{\alpha_y}{2}$ равно 1 для нечетных ν и 0 для четных ν.

Виток с укороченным или удлиненным шагом ($\alpha_y \gtrless \pi$) возбуждает в воздушном зазоре магнитное поле, содержащее все гармоники, в то время как поле витка с диаметральным шагом содержит только нечетные гармоники*.

1-4. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ГРУППЫ ВИТКОВ

Магнитное поле группы, состоящей из N витков, сдвинутых друг относительно друга на постоянный угол α_1, по которым протекает один и тот же ток i, легче всего определить, пользуясь методом наложения, как сумму полей отдельных витков. В соответствии с (1-11) для напряженности магнитного поля каждого витка имеем:

$$\left.\begin{aligned}
H_1(\alpha)&=\frac{2i}{\pi\delta}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\nu}\sin\nu\frac{\alpha_y}{2}\cos\nu\alpha;\\
H_2(\alpha)&=\frac{2i}{\pi\delta}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\nu}\sin\nu\frac{\alpha_y}{2}\cos\nu[\alpha-\alpha_1];\\
H_3(\alpha)&=\frac{2i}{\pi\delta}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\nu}\sin\nu\frac{\alpha_y}{2}\cos\nu[\alpha-2\alpha_1];\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
H_N(\alpha)&=\frac{2i}{\pi\delta}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\nu}\sin\nu\frac{\alpha_y}{2}\cos\nu[\alpha-(N-1)\alpha_1].
\end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}12)$$

Результирующее поле, получаемое суммированием указанных выше составляющих, равно:

$$H(\alpha)=\frac{2i}{\pi\delta}\sum_{1}^{\infty}\frac{1}{\nu}\sin\nu\frac{\alpha_y}{2}\{\cos\nu\alpha[1+\cos\nu\alpha_1+\ldots$$

$$\ldots+\cos\nu(N-1)\alpha_1]+\sin\nu\alpha[\sin\nu\alpha_1+$$

$$+\sin\nu 2\alpha_1+\ldots+\sin\nu(N-1)\alpha_1]\}.$$

Суммируя ряды в квадратных скобках, получаем выражение

$$H(\alpha)=\frac{2i}{\pi\delta}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\nu}\sin\nu\frac{\alpha_y}{2}\frac{\sin\nu N\frac{\alpha_1}{2}}{\sin\nu\frac{\alpha_1}{2}}\times$$

$$\times\left\{\cos\nu\alpha\cos\nu(N-1)\frac{\alpha_1}{2}+\sin\nu\alpha\sin\nu(N-1)\frac{\alpha_1}{2}\right\},$$

которое после преобразований может быть представлено

* Поток, замыкающийся в ярме статора, равен 0, так как потоки обоих проводников взаимно компенсируются.

в виде

$$H(\alpha)=\frac{2Ni}{\pi\delta}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\nu}\sin\nu\frac{\alpha_y}{2}\,\frac{\sin\nu N\frac{\alpha_1}{2}}{N\sin\nu\frac{\alpha_1}{2}}\times$$

$$\times\cos\nu\left[\alpha-(N-1)\frac{\alpha_1}{2}\right]. \qquad (1\text{-}13)$$

Если сдвинуть начало координат на угол $(N-1)\frac{\alpha_1}{2}$, получим новую систему координат с началом, лежащим на оси группы витков, для которой справедливо следующее уравнение преобразования:

$$\alpha'=\alpha-(N-1)\frac{\alpha_1}{2}.$$

В новой системе координат напряженность магнитного поля группы витков равна:

$$H(\alpha)=N\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\sin N\nu\frac{\alpha_1}{2}}{N\sin\nu\frac{\alpha_1}{2}}H'_\nu(\alpha'), \qquad (1\text{-}14)$$

где

$$H'_\nu(\alpha')=\frac{2i}{\pi\delta}\,\frac{1}{\nu}\sin\nu\frac{\alpha_y}{2}\cos\nu\alpha' \qquad (1\text{-}14\text{a})$$

представляет собой напряженность гармоники ν магнитного поля витка, симметричного относительно оси группы витков.

1-5. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ m-ФАЗНОЙ ОБМОТКИ

Рассмотрим m групп по N витков в каждой. Оси групп сдвинуты на угол $(2/m)\pi$ друг относительно друга. В каждой группе из N витков протекает ток одной фазы симметричной m-фазной системы, т. е. токи в каждой группе витков имеют амплитуду $\sqrt{2}I$, угловую частоту ω и сдвинуты во времени друг относительно друга на угол $(2/m)\pi$. В соответствии с (1-14) и (1-14а) для напряженности магнитного поля обмотки можно написать следующее уравнение:

$$H_m(\alpha,\ t)=\frac{2\sqrt{2}NI}{\pi\delta}\left[\sin\omega t\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\nu}\sin\nu\frac{\alpha_y}{2}\times\right.$$

$$\times\frac{\sin N\nu\frac{\alpha_1}{2}}{N\sin\nu\frac{\alpha_1}{2}}\cos\nu\alpha+\sin\left(\omega t-\frac{1}{m}\cdot 2\pi\right)\times$$

$$\times\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\nu}\sin\nu\frac{\alpha_y}{2}\,\frac{\sin N\nu\frac{\alpha_1}{2}}{N\sin\nu\frac{\alpha_1}{2}}\cos\nu\left(\alpha-\frac{1}{m}\cdot 2\pi\right)+\ldots$$

$$\ldots+\sin\left(\omega t-\frac{m-1}{m}\cdot 2\pi\right)\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\nu}\sin\nu\frac{\alpha_y}{2}\,\frac{\sin N\nu\frac{\alpha_1}{2}}{N\sin\nu\frac{\alpha_1}{2}}\times$$

$$\left.\times\cos\nu\left(\alpha-\frac{m-1}{m}\cdot 2\pi\right)\right]. \qquad (1\text{-}15)$$

Уравнение (1-15) после преобразования в соответствии с формулой

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\right]$$

примет вид:

$$H_m(\alpha,\ t)=\frac{\sqrt{2}}{\pi}\,\frac{NI}{\delta}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\nu}\sin\nu\frac{\alpha_y}{2}\,\frac{\sin N\nu\frac{\alpha_1}{2}}{N\sin\nu\frac{\alpha_1}{2}}\times$$

$$\times\left\{\sin\left[(\omega t+\nu\alpha)-(\nu+1)\frac{0}{m}\cdot 2\pi\right]+\right.$$

$$+\sin\left[(\omega t-\nu\alpha)+(\nu-1)\frac{0}{m}\cdot 2\pi\right]+\sin\left[(\omega t+\nu\alpha)-\right.$$

$$\left.-(\nu+1)\frac{1}{m}\cdot 2\pi\right]+\sin\left[(\omega t-\nu\alpha)+(\nu-1)\frac{1}{m}\cdot 2\pi\right]+\ldots$$

$$\ldots+\sin\left[(\omega t+\nu\alpha)-(\nu+1)\frac{m-1}{m}\cdot 2\pi\right]+$$

$$\left.+\sin\left[(\omega t-\nu\alpha)+(\nu-1)\frac{m-1}{m}\cdot 2\pi\right]\right\}. \qquad (1\text{-}16)$$

Выражения в фигурных скобках аналогичны сумме уравнений (1-12) при $\alpha=\omega t\pm\nu\alpha$, $\alpha_1=\pm\left[(\nu\pm 1)\frac{2}{m}\right]\pi$ и

$N=m$. Таким образом, напряженность магнитного поля в воздушном зазоре, созданного m-фазной обмоткой, может быть записана с учетом (1-13) и (1-16) как

$$H_m(\alpha,\ t)=\frac{\sqrt{2}NI}{\pi\delta}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\nu}\sin\nu\frac{\alpha_y}{2}\frac{\sin N\nu\frac{\alpha_1}{2}}{N\sin\nu\frac{\alpha_1}{2}}\times$$

$$\times\left\{\frac{\sin(\nu+1)\pi}{\sin[(\nu+1)/m]\pi}\sin\left[(\omega t+\nu\alpha)-\frac{m-1}{2}(\nu+1)\frac{2\pi}{m}\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{\sin(\nu-1)\pi}{\sin[(\nu-1)/m]\pi}\sin\left[(\omega t-\nu\alpha)+\frac{m-1}{2}(\nu-1)\frac{2\pi}{m}\right]\right\}. \qquad (1\text{-}17)$$

1-6. МАГНИТОДВИЖУЩАЯ СИЛА

Кривая распределения МДС $F(\alpha)$ определяется уравнением

$$F(\alpha)=\delta H_\alpha. \qquad (1\text{-}18)$$

При постоянном воздушном зазоре δ и $\mu_r=\infty$, получаем, исходя из (1-1):

$$F(\alpha)=\delta H_0+R\int_0^\alpha A(\alpha)\,d\alpha. \qquad (1\text{-}19)$$

Таким образом, распределение МДС $F(\alpha)$ может быть получено из распределения напряженности магнитного поля путем умножения его на значение воздушного зазора δ. Например, распределение МДС m-фазной обмотки согласно (1-17) и (1-18) примет вид:

$$F_m(\alpha,\ t)=\frac{\sqrt{2}}{\pi}NI\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\nu}\sin\nu\frac{\alpha_y}{2}\frac{\sin N\nu\frac{\alpha_1}{2}}{N\sin\nu\frac{\alpha_1}{2}}\times$$

$$\times\left\{\frac{\sin(\nu\pm1)\pi}{\sin[(\nu\pm1)/m]\pi}\sin\left[(\omega t\pm\nu\alpha)\mp\right.\right.$$

$$\left.\left.\mp\frac{m-1}{2}(\nu\pm1)\frac{2\pi}{m}\right]\right\}. \qquad (1\text{-}20)$$

1-7. ОБМОТОЧНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ

Сравнивая выражения (1-11), (1-14), (1-14а) и (1-17), для напряженности магнитного поля можно заметить, что амплитуды отдельных гармоник поля зависят от углов α_y и α_1. Угол α_y является углом между двумя сторонами одного и того же витка и называется *шагом обмотки*. Шаг обмотки y_d часто выражается числом пазов. Если машина имеет Z пазов, то на одно зубцовое деление приходится угол

$$\alpha_d=2\pi/Z. \qquad (1\text{-}21)$$

Угол α_y, соответствующий шагу обмотки y_d, будет выражаться как

$$\alpha_y=\frac{2\pi}{Z}y_d. \qquad (1\text{-}22)$$

Диаметральный шаг обмотки, имеющей $2p$ полюсов, равен:

$$y_p=Z/2p. \qquad (1\text{-}23)$$

Для сравнения свойств обмоток с разным числом полюсов будем приводить все обмотки к так называемой базовой обмотке. Пусть a — наибольший общий делитель числа пазов Z и числа пар полюсов рабочего поля p. Тогда, разделив на a параметры реальной обмотки (параметры без штрихов), получим параметры базовой обмотки (со штрихами). Таким образом, для базовой обмотки имеем:

число пар полюсов*

$$p'=p/a; \qquad (1\text{-}24)$$

число пазов

$$Z'=Z/a; \qquad (1\text{-}24а)$$

шаг по пазам

$$y'_d=y_d; \qquad (1\text{-}24б)$$

порядок гармоники

$$\nu'=\nu/a. \qquad (1\text{-}24в)$$

В качестве примера рассмотрим трехфазную обмотку с $2p=4$ и диаметральным шагом $y_d=9$; $Z=36$. Для базовой обмотки $a=2$, $Z'=18$, $2p'=2$. Шаг обмотки не меняется: $y'_d=y_d=9$. Рабочая гармоника второго по-

* Для симметричных трехфазных обмоток с целым числом пазов на полюс и фазу всегда $p'=1$.

рядка $\nu=p=2$ будет соответствовать рабочей гармонике базовой обмотки порядка $\nu'=\nu/a=1$.

На основании тщательного анализа трехфазных обмоток [22] могут быть установлены следующие правила:

1. Для любой обмотки с концентрическими катушками можно подобрать обмотку с одинаковыми по форме катушками, создающую гармоники поля тех же порядков и амплитуд.

2. Любая обмотка с различной шириной фазной зоны может быть заменена обмоткой с одинаковой шириной фазной зоны и соответствующим укорочением шага*.

3. Все обмотки, которые могут быть приведены к одной и той же базовой обмотке, имеют одинаковые свойства.

Так как для оценки свойств машины представляют интерес только амплитуда и порядок каждой из гармоник, то на основании изложенных выше правил достаточно провести анализ лишь различных базовых обмоток. При этом все формулы, полученные до сих пор, справедливы как для реальных, так и для базовых обмоток.

Влияние шага обмотки (угла α_y) на порядок и амплитуду гармоник поля определяется во всех зависимостях одним и тем же коэффициентом

$$\zeta_{k\nu'}=\sin\nu'\frac{\alpha'_y}{2}, \tag{1-25}$$

называемым *коэффициентом шага обмотки* (коэффициентом укорочения).

---

* Машина с Z пазами имеет $Z/2$ катушек в случае однослойной обмотки и Z катушек в случае двухслойной обмотки. Если из этих катушек создать m-фазную обмотку с p парами полюсов, то сначала образуем k катушечных групп с b катушками в каждой. Из этих катушечных групп составим замкнутую обмотку типа обмотки машин постоянного тока с наименьшим числом параллельных ветвей. Электродвижущая сила, индуктируемая полем с p парами полюсов, имеет k/a кратных a векторов, образующих замкнутый многоугольник. Условие создания симметричной m-фазной обмотки заключается в делении многоугольника на m равных частей (m фаз). Для лучшего использования обмотки все катушки в фазе делятся на две части, называемые фазными зонами. В этих фазных зонах может содержаться как одинаковое число катушечных групп (обмотки с одинаковой шириной фазной зоны — в сущности $2m$-фазные обмотки), так и неодинаковое число катушечных групп (обмотки с различной шириной фазной зоны).

Подставив (1-22) и (1-24в) в (1-25), запишем выражение для коэффициента шага обмотки для ν-й гармоники:

$$\zeta_{k\nu}=\sin\nu\frac{\pi}{Z}\,y_d=\sin\nu\frac{\alpha_y}{2}. \tag{1-26}$$

Под влиянием шага обмотки y_d все гармоники порядка

$$\nu=c\,\frac{Z}{y_d}, \tag{1-27}$$

где $c=0, 1, 2\ldots$, исчезнут, так как для них обмоточный коэффициент $\zeta_{k\nu}=0$.

Для обмоток с диаметральным шагом $y_d=y_p$ и в соответствии с (1-23) и (1-26) все гармоники порядка

$$\nu=2cp \tag{1-28}$$

будут подавляться.

Таким образом, магнитное поле в воздушном зазоре, создаваемое обмоткой с диаметральным шагом, не содержит гармоник, порядок которых определяется умножением числа пар полюсов рабочей гармоники $\nu=p$ на четное число.

В выражение напряженности магнитного поля группы витков (1-14) входит коэффициент, зависящий от угла α_1, который повторяется и в уравнении (1-17). Угол α_1 определяет сдвиг между двумя соседними витками. Так как обмотка, как правило, располагается в пазах, то обычно принимают, что ток, проходящий по одной стороне катушки, лежащей в пазу, представляет собой полный ток одного проводника, сосредоточенного в точке, лежащей на оси паза. Поэтому для группы из b катушек одной обмотки фазы, расположенных в $2b$ пазах, *коэффициент распределения* равен:

$$\zeta_{r\nu}=\frac{\sin b\nu\frac{\alpha_1}{2}}{b\sin\nu\frac{\alpha_1}{2}}. \tag{1-29}$$

Уравнение (1-29) получено из (1-14) для $N=b$ и угла α_1, определяющего угол между двумя пазами с соседними катушечными сторонами. Если обозначить число пазов на полюс и фазу как $q=Z/2pm$, то для обмоток с целым числом пазов на полюс и фазу $b=q$, $a=p$ и $\alpha_1=\alpha_d$.

Подставляя (1-21) в (1-29), получаем:

$$\zeta_{r\nu} = \frac{\sin \nu \frac{q\pi}{Z}}{q \sin \nu \frac{\pi}{Z}}, \qquad (1\text{-}30)$$

где q — целое число.

При $q=1$ $\zeta_{r\nu}=1$ для любых ν. При $q>1$ все гармоники порядка

$$\nu = 2pm \qquad (1\text{-}31)$$

исчезают.

Для двухслойных обмоток с дробным числом пазов на полюс и фазу, у которых

$$q = g + 1/p', \qquad (1\text{-}32)$$

где g — целое число, в (1-29) следует подставить:

$$b = p'q; \quad \alpha_1 = \alpha/p'.$$

Для таких обмоток (1-30) примет вид*:

$$\zeta_{r\nu} = \frac{\sin \nu \frac{q\pi}{Z}}{p'q \sin \nu \frac{\pi}{p'Z}}. \qquad (1\text{-}33)$$

Третьим коэффициентом, входящим в (1-17) и (1-20), является коэффициент зоны $\zeta_{p\nu'}$, который для базовой m-фазной обмотки определяется выражением

$$\zeta_{p\nu'} = \frac{\sin (\nu' \pm 1) \pi}{\sin \frac{\nu' \pm 1}{m} \pi}. \qquad (1\text{-}34)$$

Так как обмотка может создавать гармоники только с целым числом пар полюсов, то ν' должно быть целым. В этом случае числитель (1-34) всегда равен 0. Коэффициент отличен от 0 только для тех гармоник, для которых знаменатель дроби (1-34) тоже равен 0; коэффициент зоны для таких гармоник равен:

$$\zeta_{p\nu'} = \pm m \qquad (1\text{-}35)$$

и равен 0 для всех других гармоник.

* Общее исследование дробных обмоток весьма сложно и выходит за рамки этой книги (см. соответствующую литературу по обмоткам).

Для обмотки с целым числом пазов на полюс и фазу $p'=1$ и $p=a$. Эта обмотка, таким образом, может создавать только гармоники поля порядка

$$\nu = p(cm \mp 1). \qquad (1\text{-}36)$$

Симметричные m-фазные обмотки с одинаковыми фазными зонами являются по существу $2m$-фазными обмотками (см. сноску на с. 18). Поэтому такие обмотки создают магнитные поля, содержащие, кроме рабочей гармоники, высшие гармоники порядка

$$\nu = p(2cm \mp 1), \qquad (1\text{-}36а)$$

где $c = 1, 2 \ldots$

Дробные обмотки с $p'>1$, т. е. с $a<p$, создают магнитные поля, содержащие только гармоники порядков

$$\nu = a(cm \mp 1). \qquad (1\text{-}37)$$

Такие обмотки создают более обширный спектр гармоник по сравнению с обмотками с целым числом пазов на полюс и фазу; причем в случае дробных обмоток возникают гармоники, известные как субгармоники, порядок которых ниже порядка рабочей гармоники. Поэтому в асинхронных машинах дробные обмотки применяются в виде исключения. По этой причине в дальнейшем будут рассматриваться только обмотки с целым числом пазов на полюс и фазу. Особенности, относящиеся к дробным обмоткам, будут приведены в ссылках.

1-8. ПЕРИОДИЧНОСТЬ ОБМОТОЧНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

При подстановке (1-25), (1-29) и (1-34) в (1-20) получим для амплитуды ν-й гармонической МДС m-фазной обмотки следующее выражение:

$$F_{m\nu} = m \frac{\sqrt{2}}{\pi} NI \frac{1}{\nu} \zeta_\nu, \qquad (1\text{-}38)$$

где

$$\zeta_\nu = \zeta_{k\nu} \zeta_{r\nu} \qquad (1\text{-}39)$$

называется *обмоточным коэффициентом* для ν-й гармоники*.

Необходимо отметить, что определение отдельных коэффициентов осуществлялось только исходя из полного обмоточного коэффициента ζ_ν, поэтому обмотки

* Обмоточный коэффициент должен подставляться с учетом знака при расчетах полей. При расчете энергии поля знак опускается.

с одинаковым значением ζ_ν для всех ν считаются равноценными. Влиянием ширины зоны и ее укорочением пренебрегаем, как это отмечалось в § 1-7.

Согласно (1-38) для одной и той же обмотки отношение амплитуд двух любых гармоник МДС порядков ν_1 и ν_2 определяется выражением

$$\frac{F_{m\nu 1}}{F_{m\nu 2}}=\frac{\zeta_{\nu 1}/\nu_1}{\zeta_{\nu 2}/\nu_2}. \qquad (1\text{-}40)$$

Для машины с равномерным воздушным зазором выражение (1-40) справедливо и для отношения амплитуд напряженности гармоник магнитного поля. Проана-

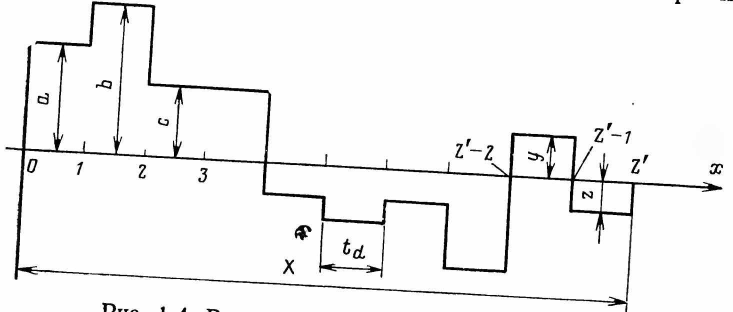


Рис. 1-4. Распределение МДС базовой обмотки.

лизируем распределение МДС одной фазы базовой m-фазной обмотки, полагая постоянным и зубцовое деление и МДС на зубцовом делении. Распределение МДС такой обмотки с периодом X, соответствующим Z' зубцовым делениям, показано на рис. 1-4.

Если разложить кривую МДС в ряд Фурье, получим выражения для расчета амплитуд синусоидального и косинусоидального членов ряда порядка ν'_1:

$$A_{\nu'1}=\frac{2}{Z't_d}\int\limits_0^{Z't_d} f(x)\cos\left(\frac{2\pi}{Z't_d}\nu' t_d x\right) d(t_d x);$$

$$B_{\nu'1}=\frac{2}{Z't_d}\int\limits_0^{Z't_d} f(x)\sin\left(\frac{2\pi}{Z't_d}\nu t_d x\right) d(t_d x),$$

где $t_d=2\pi/Z'$ — зубцовое деление; x — переменная.

Разложив функцию $f(x)$ на отдельные участки с постоянными ординатами, получим из рис. 1-4 после интегрирования следующее выражение:

$$\begin{matrix}A_{\nu'1}\\B_{\nu'1}\end{matrix}=\frac{1}{\pi\nu'_1}\left\{a\left[\begin{matrix}\sin\\-\cos\end{matrix}\left(\frac{2\pi\nu'_1 x}{Z'}\right)\right]_0^1+\right.$$

$$\left.+b\left[\begin{matrix}\sin\\-\cos\end{matrix}\left(\frac{2\pi\nu'_1 x}{Z'}\right)\right]_1^2+\ldots+z\left[\begin{matrix}\sin\\-\cos\end{matrix}\left(\frac{2\pi\nu'_1 x}{Z'}\right)\right]_{Z'-1}^{Z'}\right\}. \qquad (1\text{-}41)$$

Если в (1-41) подставить $\nu'_2=cZ'\pm\nu'_1$, где $c=0$, 1, 2 ..., то, используя формулы $\begin{matrix}\sin\\\cos\end{matrix}(\alpha\pm\beta)$, после преобразования получаем:

$$\begin{matrix}A_{\nu'2}\\B_{\nu'2}\end{matrix}=\frac{1}{\pi\nu'_2}\left\{a\left[\begin{matrix}\pm\sin\\\mp\cos\end{matrix}\left(\frac{2\pi\nu'_1 x}{Z'}\right)\right]_0^1+\right.$$

$$\left.+b\left[\begin{matrix}\pm\sin\\\mp\cos\end{matrix}\left(\frac{2\pi\nu'_1 x}{Z'}\right)\right]_1^2+\ldots+z\left[\begin{matrix}\pm\sin\\\mp\cos\end{matrix}\left(\frac{2\pi\nu'_1 x}{Z'}\right)\right]_{Z'-1}^{Z'}\right\}. \qquad (1\text{-}42)$$

Окончательное отношение амплитуд гармоник МДС порядков ν'_1 и ν'_2 равно:

$$\frac{F_{\nu'1}}{F_{\nu'2}}=\frac{\sqrt{A^2_{\nu'1}+B^2_{\nu'1}}}{\sqrt{A^2_{\nu'2}+B^2_{\nu'2}}}=$$

$$=\sqrt{\left[\frac{A^2_{\nu'1}+B^2_{\nu'1}}{\left(\frac{\nu'_1}{\nu'_2}\right)^2 A^2_{\nu'1}+\left(\frac{\nu'_1}{\nu'_2}\right)^2 B^2_{\nu'1}}\right]}=\frac{1}{\nu'_1}\Big/\frac{1}{\nu'_2}. \qquad (1\text{-}43)$$

Так как для отношения амплитуд этих гармоник справедливо и уравнение (1-40), то из сопоставления этих двух уравнений следует, что при

$$\nu'_2=cZ'\pm\nu'_1 \qquad (1\text{-}44)$$
$$\zeta_{\nu'2}=\zeta_{\nu'1}\,^*.$$

Обмоточный коэффициент любой обмотки при постоянном зубцовом делении одинаков для всех гармоник порядка $cZ'\pm\nu'$, где $c=0$, 1, 2 ... и Z' — число пазов базовой обмотки.

* С учетом возможности разных знаков обмоточных коэффициентов более строго следует записать:

$$|\zeta_{\nu'2}|=|\zeta_{\nu'1}|.$$

Для машин с p парами полюсов и Z пазами из сказанного выше следует, что для всех гармоник МДС порядка $cZ \pm p$ обмоточный коэффициент имеет то же значение, что и для рабочей гармоники МДС порядка p. Изменением параметров обмотки амплитуды этих гармоник могут быть уменьшены в том же отношении, что и амплитуда рабочей гармоники.

Эта теорема о периодичности обмоточных коэффициентов впервые была сформулирована Климой [22].

Гармоники МДС порядка $\nu = cZ \pm p$ назовем *зубцовыми гармониками* МДС.

1-9. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ТРЕХФАЗНОЙ ОБМОТКИ

Общее выражение напряженности магнитного поля, создаваемого трехфазной обмоткой, может быть получено из (1-17) при подстановке $m=3$.

Рассмотрим гармоники этого поля, принимая во внимание выводы, сделанные в предыдущих параграфах. Все гармоники, порядок которых удовлетворяет условию (1-27), будут подавляться укорочением шага обмотки. Так как статорные обмотки асинхронных машин в основном выполняются с укорочением шага, то уравнение (1-28) не рассматривается. Если обмотки имеют целое число пазов на полюс и фазу и $q > 1$, то все гармоники, кратные шести, будут подавляться согласно уравнению (1-31).

Для применяемых в настоящее время симметричных трехфазных обмоток с фазной зоной, соответствующей симметричным шестифазным обмоткам, и целым числом пазов на полюс и фазу согласно уравнению (1-36а) справедливо выражение для порядка высших гармоник поля

$$\nu = p(6c \mp 1), \qquad (1\text{-}45)$$

где $c = 1, 2 \ldots$

Следовательно, такие обмотки могут создавать только гармоники поля, порядок которых получается умножением порядка рабочей гармоники поля на нечетное число, не кратное трем.

Напряженность магнитного поля таких обмоток в соответствии с (1-17), (1-25), (1-29), (1-34) и (1-45) может быть записана как

$$H_{\delta}(\alpha, t) = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \frac{N_f I}{\delta} \sum_{c=0}^{\infty} \frac{1}{p(6c \mp 1)} \zeta_{k\nu} \zeta_{r\nu} \sin [\omega t \pm \pm (6c \mp 1) p\alpha], \qquad (1\text{-}46)$$

где N_f — число последовательно соединенных витков обмотки фазы; α — центральный угол дуги внутренней окружности сердечника статора машины, выраженный в градусах или радианах*.

Рассмотрим распределение напряженности магнитного поля в воздушном зазоре. В произвольной точке, положение которой определяется углом α, напряженность магнитного поля согласно уравнению (1-46) синусоидально изменяется во времени. В любой момент времени t напряженность каждой гармоники магнитного поля распределяется синусоидально по расточке машины. Таким образом возникают синусоидальные пространственные волны напряженности магнитного поля, движущиеся по расточке машины с постоянной угловой скоростью (вращающееся магнитное поле). Для определения скорости таких полей необходимо найти точки по окружности расточки, в которых напряженность одинакова в один и тот же момент времени. Для таких точек выполняется условие

$$\sin[\omega t \pm (6c \mp 1) p\alpha] = \text{const},$$

из которого следует, что

$$\omega t \pm (6c \mp 1) p\alpha = \gamma,\ \pi - \gamma,\ 2\pi + \gamma \ldots$$

Дифференцируя это выражение по t, получаем угловую скорость вращения гармоник магнитного поля:

$$\omega_{\nu} = \frac{d\alpha}{dt} = \pm \frac{\omega}{(6c \pm 1)\, p}. \qquad (1\text{-}47)$$

Из (1-47) следует, что гармоники поля порядка $(6c+1)p$, т. е. $\nu = 7p$, $13p$, $19p$ и т. д., вращаются в том же направлении, что и рабочая гармоника порядка $\nu = p$, но в $6c+1$ раз медленнее рабочей гармоники

* Как следует из (1-14а), начало координат ($\alpha = 0$) лежит на оси фазы, по которой протекает максимум тока $\sqrt{2}I$ в момент времени $t = \pi/2\omega$.

(прямые гармоники). В то же время гармоники поля порядка $(6c-1)p$, т. е. $\nu=5p$, $11p$, $17p$ и т. д., вращаются в $6c-1$ раз медленнее рабочей гармоники и движутся в противоположном направлении (обратные гармоники).

Если заменить угол α расстоянием x по внутренней окружности сердечника статора машины, отсчитанным от некоторой выбранной точки, для которой $x=0$, то в (1-47) можно подставить

$$\alpha=(2\pi/\pi D)x=(2/D)x,$$

где D — внутренний диаметр сердечника статора.

Подставив в (1-47) выражение для ν из (1-45) и $\omega=2\pi f$, где f — частота тока I, получим скорость v_ν ν-й гармоники магнитного поля в виде

$$v_\nu=\frac{dx}{dt}=\pm\frac{\pi f D}{\nu}=\pm\frac{2p\tau f}{\nu}, \qquad (1\text{-}48)$$

где $\tau=\pi D/2p$ — полюсное деление.

1-10. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ БЕЛИЧЬЕЙ КЛЕТКИ

Короткозамкнутая обмотка ротора в виде беличьей клетки может быть заменена (рис. 1-5) обычной m-фазной двухслойной обмоткой с одним пазом на полюс и фазу $(q=1)$*. Шаг такой обмотки равен одному зуб-

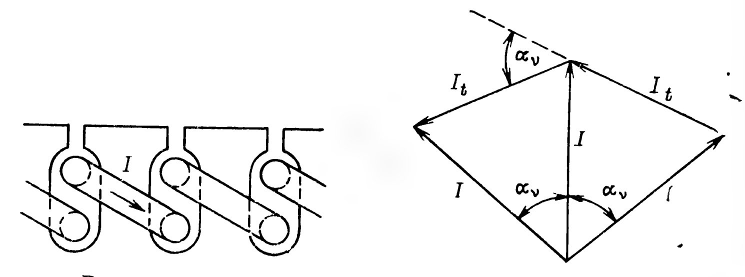


Рис. 1-5. К замене короткозамкнутой обмотки ротора.

цовому делению $(y_d=1)$, поэтому согласно (1-21) и (1-22)

$$\alpha_y=\alpha_d=2\pi/Z_2. \qquad (1\text{-}49)$$

* Другой метод расчета магнитного поля беличьей клетки приведен в приложении 2.

Если ротор имеет Z_2 пазов, а машина — p пар полюсов, то короткозамкнутая обмотка может быть заменена обмоткой с числом фаз

$$m=Z_2/p. \qquad (1\text{-}50)$$

Напряженность магнитного поля, создаваемого такой обмоткой с током I, находится из (1-17) после подстановки в него (1-49) и (1-50). Коэффициент распределения обмотки при $q=1$ в соответствии с (1-30) равен:

$$\zeta_{r\nu}=1. \qquad (1\text{-}51)$$

После преобразования (1-17) получим:

$$H(\alpha,\ t)=\frac{\sqrt{2}}{\pi}\frac{I}{\delta}\sum_{\nu'=1}^{\infty}\frac{1}{\nu'}\sin\nu'\frac{\pi p}{Z_2}\frac{\sin(\nu'\pm1)\pi}{\sin(\nu'\pm1)p\pi/Z_2}\times$$

$$\times\sin\left[(\omega t\pm\nu'\alpha)\mp(\nu'\pm1)\frac{2\pi p}{Z_2}\right]. \qquad (1\text{-}52)$$

Коэффициент зоны $\zeta_{p\nu'}$ [см. (1-34)] равен 0 для всех гармоник, кроме гармоник порядка

$$\nu'=c\frac{Z_2}{p}\mp1, \qquad (1\text{-}53)$$

для которых

$$\zeta_{p\nu}=Z_2/p. \qquad (1\text{-}54)$$

Таким образом, напряженность магнитного поля, создаваемого короткозамкнутой обмоткой ротора, равна:

$$H(\alpha,\ t)=\frac{Z_2}{p}\frac{\sqrt{2}}{\pi}\frac{I}{\delta}\sum_{\nu'}\frac{1}{\nu'}\sin\nu'\frac{\pi p}{Z_2}\sin(\omega t\pm\nu'\alpha). \qquad (1\text{-}55)$$

Суммирование в (1-55) осуществляется для всех гармоник, удовлетворяющих условию (1-53).

Это условие может быть записано в виде

$$\nu'p=\nu=cZ_2\mp p, \qquad (1\text{-}56)$$

где $c=0, 1, 2\ldots$

Сравнивая (1-44) и (1-56) в соответствии с теоремой периодичности обмоточного коэффициента, можно сделать следующий вывод: обмотка в виде беличьей клетки создает магнитное поле, содержащее только те

гармоники, обмоточный коэффициент которых равен обмоточному коэффициенту рабочей гармоники (порядка p).

Ток I в (1-55) представляет собой ток в кольце, соединяющем стержни накоротко (рис. 1-5).

Токи I_t в стержнях реальной беличьей клетки с пазами Z_2 определяются разностью векторов токов в соответствующих сегментах кольца, сдвинутых по фазе друг относительно друга на

$$\alpha_\nu = \nu' \frac{2\pi}{Z_2} p. \qquad (1\text{-}57)$$

В соответствии с рис. 1-5 ток в кольце определяется выражением

$$I = \frac{I_t}{2\sin\frac{\alpha_\nu}{2}}. \qquad (1\text{-}58)$$

Подставляя (1-57) и (1-58) в (1-55), получаем окончательное выражение для амплитуды напряженности гармоники ν магнитного поля, создаваемого беличьей клеткой,

$$H_\nu(\alpha, t) = \frac{1}{\nu'}\frac{Z_2}{2p}\frac{I_t\sqrt{2}}{\pi\delta}\sin(\omega t \pm \nu'\alpha), \qquad (1\text{-}59)$$

причем порядок гармоники должен удовлетворять условию (1-56).

Глава вторая

ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА

2-1. ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА, ИНДУКТИРУЕМАЯ В ВИТКЕ

Мгновенное значение ЭДС, индуктируемой в витке, когда сквозь поверхность, ограниченную этим витком, проходит магнитный поток, изменяющийся во времени, определяется по закону электромагнитной индукции

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}, \qquad (2\text{-}1)$$

где Φ — магнитный поток, Вб.

Магнитный поток, проходящий сквозь поверхность, ограниченную витком, ось которого параллельна оси

вращения машины (рис. 2-1), может быть представлен как

$$\Phi = lR\int_{-\alpha_y/2}^{+\alpha_y/2} B(\alpha, t)\,d\alpha, \qquad (2\text{-}2)$$

где l — длина машины, м; $B(\alpha)$ — магнитная индукция в воздушном зазоре.

Рис. 2-1. К расчету ЭДС.

Если с одной стороны воздушного зазора машина имеет первичную m_1-фазную обмотку, по которой проходит синусоидальный m_1-фазный ток с амплитудой $\sqrt{2}I_1$, то при условии бесконечно большой относительной магнитной проницаемости стали ($\mu_r = \infty$) в воздушном зазоре будет возбуждаться магнитное поле с напряженностью $H_m(\alpha, t)$, определяемой по (1-17). При относительной магнитной проницаемости воздуха $\mu_r = 1$ магнитная индукция в воздушном зазоре равна:

$$B(\alpha, t) = \mu_0 H_m(\alpha, t), \qquad (2\text{-}3)$$

где $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная.

Мгновенное значение ЭДС, индуктируемой в витке вторичной обмотки, расположенной на другой стороне воздушного зазора, согласно (2-1)—(2-3) будет равно:

$$-e = \mu_0 lR\frac{d}{dt}\int_{-\alpha_y/2}^{+\alpha_y/2} H_m(\alpha, t)\,d\alpha. \qquad (2\text{-}4)$$

Подставляя (1-17), (1-25), (1-26), (1-34) и (1-35) в (2-4), получаем после преобразований:

$$-e = \mu_0\frac{m_1\sqrt{2}}{\pi}\frac{lR}{\delta}N_1 I_1\sum_\nu \frac{1}{\nu}\zeta_{k\nu}\zeta_{r\nu}\frac{d}{dt}\int_{-\alpha_y/2}^{+\alpha_y/2}\sin(\omega t \pm \nu\alpha)\,d\alpha, \qquad (2\text{-}5)$$

где N_1 — число последовательно соединенных витков в первичной обмотке фазы.

Уравнение (2-5) справедливо для гармоник, порядок которых удовлетворяет условию (1-36а). Электродвижущая сила, индуктируемая в одном витке вторичной

обмотки ν-й гармоникой магнитного поля, получается из (2-5):

$$e_\nu = E_\nu \frac{1}{\nu} \sin \nu \frac{\alpha_y}{2} \cos \omega t, \qquad (2\text{-}6)$$

где

$$E_\nu = \left(\frac{2}{\nu\omega}\right) \mu_0 \left(\frac{m\sqrt{2}}{\pi}\right) \left(\frac{lR}{\delta}\right) N_1 I_1 \zeta_{k\nu} \zeta_{r\nu};$$

α_y — угол, соответствующий шагу вторичной обмотки.

Анализируя (2-6), можно прийти к выводу, что амплитуда ЭДС, индуктируемая ν-й гармоникой магнитного поля в одном витке вторичной обмотки, зависит от шага этой обмотки в той же степени, как амплитуда напряженности магнитного поля зависит от шага первичной обмотки. Действительно, сравнивая (2-6) с (1-11) и (1-25), видно, что амплитуда ЭДС, индуктируемая в одном витке вторичной обмотки, зависит от коэффициента шага обмотки, определяемого уравнением (1-25) по α_y для вторичной обмотки.

2-2. ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА, ИНДУКТИРУЕМАЯ В m-ФАЗНОЙ ОБМОТКЕ

Электродвижущая сила, индуктируемая гармоникой магнитного поля порядка ν в витке вторичной обмотки, определяется (2-6). Выражение для определения ЭДС аналогично выражению (1-11) для определения напряженности поля, создаваемого этим витком при протекании по нему тока i, если в (1-11) подставить ωt вместо $\nu\alpha$. Электродвижущая сила, индуктируемая в группе из N витков, сдвинутых друг относительно друга на постоянный угол α_1, определяется суммой ЭДС отдельных витков. Способом, описанным в § 1-4, получим выражения, подобные (1-14), (1-14а). Для определения ЭДС, индуктируемой в m-фазной обмотке, можно принять во внимание аналогичность выражений для ЭДС и напряженности поля. Используя способ, приведенный в § 1-5, получаем выражение для ЭДС, индуктируемой в m-фазной обмотке, аналогичное (1-17).

2-3. ОБМОТОЧНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ

Анализ (2-6) показывает, что выражение для ЭДС содержит коэффициент шага обмотки $\zeta_{k\nu}$, определяемый

уравнением (1-25). Из § 2-2 следует, что выражения для ЭДС, индуктируемой в группе витков и m-фазной обмотке, аналогичны (1-14), (1-14а) и (1-17), следовательно, в них можно выделить те же коэффициенты распределения и зоны, определяемые уравнениями (1-29) и (1-34). Поэтому рассуждения и выводы о порядке гармоник поля, приведенные в § 1-7, применимы и к гармоникам индуктируемой ЭДС и к параметрам вторичной обмотки.

На основании этого можно сделать следующий вывод:

порядок высших гармоник ЭДС, индуктируемых в любой обмотке, должен соответствовать порядку гармоник в кривой напряженности магнитного поля, создаваемого этой же обмоткой [16].

2-4. СКОС ПАЗОВ

До сих пор рассматривались витки первичных и вторичных обмоток, оси которых были параллельны оси вращения машины. Если же оси симметрии витков первичной и вторичной обмоток повернуть друг относи-

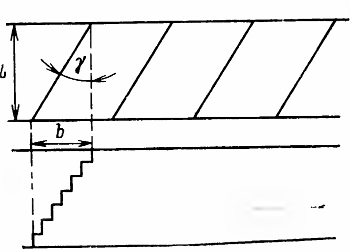


Рис. 2-2. К расчету коэффициента скоса пазов.

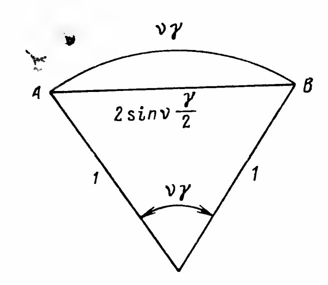


Рис. 2-3. К расчету коэффициента скоса пазов.

тельно друга (путем скоса пазов) на угол γ, то ЭДС, индуктируемые в отдельных частях проводника, будут сдвинуты по фазе друг относительно друга так, что фазовый сдвиг между элементарными ЭДС на обоих концах проводника будет равным νγ (рис. 2-2 и 2-3).

Результирующая ЭДС, индуктируемая в одном проводнике, будет выражаться суммой векторов элементарных ЭДС, которая равна хорде AB (рис. 2-3).

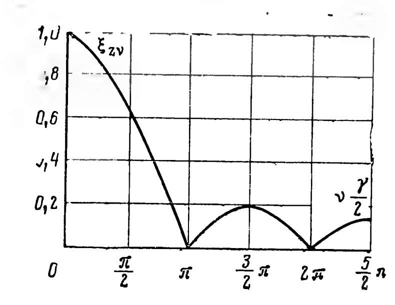


Рис. 2-4. Коэффициент скоса пазов как функция $\nu(\gamma/2)$.

Электродвижущая сила, индуктируемая в скошенном витке по сравнению с ЭДС, индуктируемой в нескошенном витке, будет уменьшена на отношение векторной и арифметической сумм ЭДС, это отношение называется *коэффициентом скоса* пазов

$$\zeta_{r\nu}=\frac{\sin\nu\frac{1}{2}\gamma\frac{l}{R}}{\nu\frac{1}{2}\gamma\frac{l}{R}}=\frac{\sin\nu\frac{\gamma'}{2}}{\frac{\nu\gamma'}{2}}, \qquad (2\text{-}7)$$

где $\gamma l/R=\gamma'$; R — внутренний радиус сердечника статора.

График изменения коэффициента скоса пазов $\zeta_{r\nu}$ согласно (2-7) приведен на рис. 2-4.

Глава третья
ДИАГРАММА ГЁРГЕСА

3-1. ПОСТРОЕНИЕ ДИАГРАММЫ ГЁРГЕСА

При заданном распределении линейной токовой нагрузки $A(\alpha)$ вдоль воздушного зазора мгновенное значение магнитной индукции $B(\alpha)$ в точке α в соответствии с (1-1) равно:

$$\frac{B(\alpha)}{\mu_0}=H_\alpha=H_0+\frac{1}{\delta}\int_0^\alpha A(\alpha)R\,d\alpha, \qquad (3\text{-}1)$$

где напряженность H_0 определяется из условия, что в воздушном зазоре не может возникнуть униполярный магнитный поток.

Полагая внутренний радиус сердечника статора равным единице ($R=1$) и исходя из принципа непрерывности магнитного потока, получаем:

$$\int_0^{2\pi} B(\alpha)\,d\alpha=0. \qquad (3\text{-}2)$$

Если линейная токовая нагрузка $A(\alpha)$, создаваемая m-фазной системой токов, изменяется во времени с угловой частотой ω, то все величины в (3-1), зависящие от $A(\alpha)$, будут изменяться с той же частотой, но с разными начальными фазами. Следовательно, в соответствии с (1-19) МДС может быть представлена выражением

$$F_m(\alpha)\,e^{j(\omega t+\varphi)}=\delta H_0 e^{j\omega t}+\int_0^\alpha A(\alpha)\,e^{j(\omega t+\varphi_\alpha)}\,d\alpha, \qquad (3\text{-}3)$$

где φ_α — начальная фаза линейной нагрузки $A(\alpha)$ в точке α.

Временно́й вектор $\underline{f}(\alpha)$, определяемый выражением

$$\int_0^\alpha A(\alpha)\,e^{j(\omega t+\varphi_\alpha)}\,d\alpha=e^{j\omega t}\int_0^\alpha A(\alpha)\,e^{j\varphi_\alpha}=e^{j\omega t}\underline{f}(\alpha),$$

получается суммированием элементарных векторов $A(\alpha)\,e^{j\varphi_\alpha}$ вдоль внутренней окружности сердечника статора машины от 0 до α с учетом их фазовых сдвигов. Элементарные векторы суммируются последовательно друг за другом. Значение и фаза этой суммы векторов $\underline{f}(\alpha)$ являются функциями верхнего предела интеграла

$$\underline{f}(\alpha)=\int_0^\alpha A(\alpha)\,e^{j\varphi_\alpha}d\alpha,$$

откуда следует, что при изменении α конец вектора $\underline{f}(\alpha)$ описывает кривую на комплексной плоскости. Из выражения

$$\int_0^{2\pi} A(\alpha)\,e^{j(\omega t+\varphi_\alpha)}\,d\alpha=0 \qquad (3\text{-}4)$$

следует, что эта кривая замыкается не менее 1 раза при обходе вдоль всей внутренней окружности сердечника статора. Такая замкнутая кривая называется *диаграм-*

мой Гёргеса. Мгновенное значение МДС F_{mt} в момент времени t определяется проекцией вектора $[\delta H_0 + \underline{f}(\alpha)]\, e^{j\omega t}$ на ось времени.

Если полный ток паза сосредоточен в точке, лежащей на оси паза, то мгновенное значение МДС на r-м зубцовом делении равно:

$$F_{m\,(r)\,t} = \delta H_{0t} + \sum_{r=1}^{r} \Theta_r(\alpha,\ t), \tag{3-5}$$

где $\Theta_r(\alpha,\ t)$ мгновенное значение полного тока в пазу r.

В случае m-фазной системы токов это выражение примет вид:

$$F_{m\,(r)}\, e^{j\,(\omega t+\varphi)} = \delta H_0 e^{j\omega t} + \sum_{r=1}^{r} \Theta_r e^{j\,(\omega t+\varphi_r)}. \tag{3-6}$$

Уравнение (3-6) можно преобразовать и представить в виде

$$\underline{F}_{m\,(r)} = F_{m\,(r)}\, e^{j\varphi} = \delta \underline{H}_0 + \underline{f}(r), \tag{3-7}$$

где $\underline{f}(r) = \sum_{r=1}^{r} \Theta_r e^{j\varphi_r}$.

Таким образом, мгновенное значение МДС на r-м пазовом делении в момент времени t определяется проекцией вектора $[\delta \underline{H}_0 + \underline{f}(r)]\, e^{j\omega t}$ на ось времени. Для базовой симметричной трехфазной обмотки эти соотношения схематично представлены на рис. 3-1, где точка R соответствует r-му зубцовому делению. Модуль вектора $\overline{SO}$ соответствует не определенной пока максимальной МДС $F_{m(0)}$ в точке $\alpha = 0$, а вектора $\overline{OR}$ — максимальной величине $f(r)$.

Рис. 3-1. К расчету МДС по диаграмме Гёргеса.

Мгновенное значение МДС на зубцовом делении r в момент времени $t = 0$ равно:

$$F_{m\,(r)\,t=0} = \overline{SR}\cos\varphi_r. \tag{3-8}$$

Аналогично в момент времени $t \neq 0$

$$F_{m\,(r)\,t} = \overline{SR}\cos(\omega t + \varphi_r). \tag{3-9}$$

Если представить магнитную индукцию как $B_{(r)t} = (\mu_0/\delta) F_{m(r)t}$ и преобразовать уравнение (3-2) с учетом (3-9), то получим выражение

$$\int_0^{2\pi} B(\alpha)\, d\alpha = \frac{\mu_0}{\delta}\frac{2\pi}{Z}\sum_{r=1}^{Z} F_{m\,(r)\,t} =$$

$$= \frac{\mu_0}{\delta}\frac{2\pi}{Z}\sum_{r=1}^{Z} \overline{SR}\cos(\omega t + \varphi_r) = 0, \tag{3-10}$$

где Z — число пазов.

Произведение $\overline{SR}\cos(\omega t + \varphi_r)$ численно соответствует статическому моменту единичной массы, расположенной в точке R относительно оси, перпендикулярной оси времени в момент t. Выражение

$$\sum_{r=1}^{Z} \overline{SR}\cos(\omega t + \varphi_r)$$

представляет собой статический момент полигона точек, соответствующих отдельным пазам, относительно оси, перпендикулярной оси времени в момент t. Так как согласно (3-10) этот результирующий момент должен быть равен 0, то ось времени в любой момент времени t должна быть медианой многоугольника, а полюс S диаграммы Гёргеса должен быть центром инерции системы пазовых точек многоугольника. Если диаграмма Гёргеса имеет центральную симметрию относительно полюса (центра инерции), то отрицательная полуволна МДС должна быть зеркальным отображением положительной полуволны. Из этого следует, что при разложении в ряд Фурье кривая МДС обмотки содержит высшие гармоники, порядок которых определяется умножением порядка рабочей гармоники на нечетные числа.

Если диаграмма Гёргеса не имеет центральной симметрии, то кривая МДС содержит высшие гармоники, порядок которых определяется умножением порядка рабочей гармоники как на четные, так и на нечетные числа [25].

Как видно, диаграмма Гёргеса позволяет быстро ориентироваться в порядке гармоник МДС, создаваемых данной обмоткой.

3*

Если паз содержит s проводников с током I, то максимальный объем тока в пазу равен $sI\sqrt{2}$. В случае трехфазной обмотки амплитуда МДС рабочей гармоники с p парами полюсов равна:

$$(F_m)_p = \frac{\sqrt{2}}{2\pi} \frac{Z'}{p'} sI\zeta_{p'}, \qquad (3\text{-}11)$$

где Z' — число пазов; p' — число пар полюсов базовой обмотки (см. § 1-7); $\zeta_p = \zeta_{p'}$ — обмоточный коэффициент для рабочей гармоники по (1-39).

Диаграмма Гёргеса для рабочей гармоники представляет собой окружность с радиусом

$$R_p = \frac{\sqrt{2}}{2\pi} \frac{Z'}{p'} sI\zeta_{p'}. \qquad (3\text{-}12)$$

Длина окружности диаграммы Гёргеса для рабочей гармоники равна:

$$2\pi R_p = \sqrt{2} \frac{Z'}{p'} sI\zeta_{p'},$$

где $Z's\sqrt{2}I$ — периметр диаграммы Гёргеса для базовой обмотки. Следовательно,

$$R_p = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{p'} \zeta_{p'} \times \text{периметр диаграммы Гёргеса}. \qquad (3\text{-}13)$$

3-2. ПРИМЕРЫ ДИАГРАММ ГЁРГЕСА

В качестве первого примера на рис. 3-2 приведено определение МДС с помощью диаграммы Гёргеса для трехфазной однослойной обмотки с $2p=2$, $q=2$, $Z=12$. Диаграмма построена для момента времени, соответствующего максимуму тока I, в одной из фаз.

Центр инерции диаграммы S является общей точкой для всех осей симметрии. В этом случае диаграмма Гёргеса имеет центральную симметрию. Согласно выводам, сделанным в предыдущем параграфе, очевидно, что в кривой МДС будут существовать только нечетные гармоники. При построении диаграммы удобно применение треугольной сетки (см. левую нижнюю часть рис. 3-2). Максимальный полный ток в одном пазу берется равным стороне треугольника. Полагая эту сторону равной 1, получаем, что периметр диаграммы равен 12. Радиус окружности для рабочей гармоники ($p=1$) при

обмоточном коэффициенте $\zeta_p = 0{,}966$ согласно (3-13) будет равен:

$$R_p = \frac{0{,}966}{2\pi} \cdot 12 = 1{,}845.$$

Окружность для 1-й гармоники показана на рис. 3-2.

Вторым примером является применение диаграммы Гёргеса для двухслойной обмотки с $2p=2$, $q=2$, $Z=12$

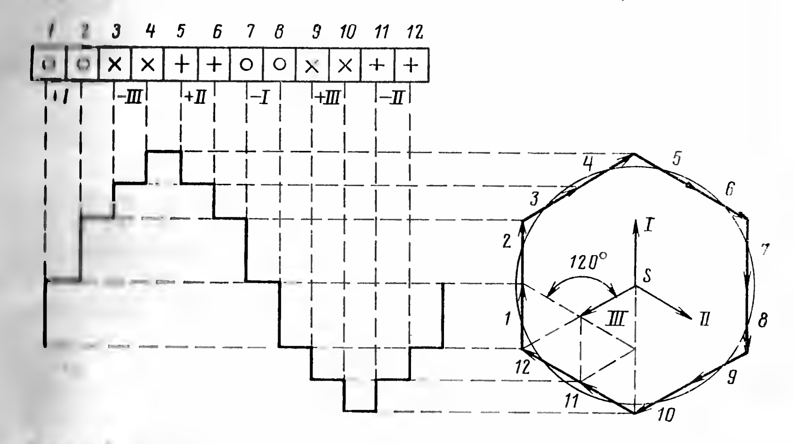


Рис. 3-2. Диаграмма Гёргеса для трехфазной однослойной обмотки с $2p=2$; $q=2$; $Z=12$.

и шагом, укороченным на одно зубцовое деление ($\beta = 5/6$). Схема обмотки и соответствующая ей диаграмма Гёргеса показаны на рис. 3-3 и 3-4 соответственно.

В этом случае диаграмма Гёргеса также имеет центральную симметрию. Следовательно, могут возникать только нечетные гармоники МДС. Многоугольник

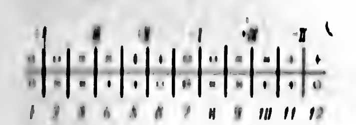


Рис. 3-3. Схема двухслойной обмотки с $2p=2$; $q=2$; $Z=12$ ($\beta=5/6$).

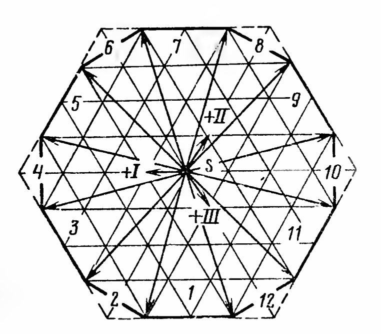


Рис. 3-4. Диаграмма Гёргеса для обмотки по рис. 3-3.

больше приближается к окружности, чем в предыдущем случае. Радиус окружности, соответствующей рабочей гармонике, при $\zeta_p=0{,}933$ равен:

$$R_p=\frac{24}{2\pi}\cdot 0{,}933=3{,}56.$$

При построении этой диаграммы ток одного слоя обмотки в пазу принимался равным 1 (одной стороне треугольника).

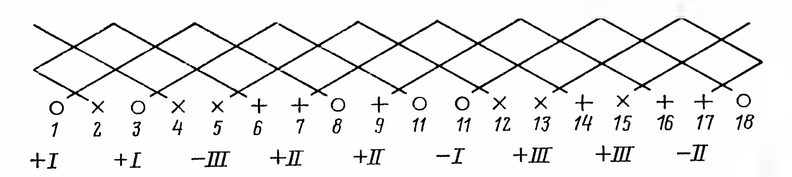


Рис. 3-5. Схема однослойной обмотки с $2p=2$; $q=3$; $Z=18$; $\beta=7/9$.

Третий пример — применение диаграммы Гёргеса для однослойной обмотки с $2p=2$, $q=3$, $Z=18$ и шагом, укороченным на два зубцовых деления ($\beta=7/9$). Схема обмотки и соответствующая ей диаграмма Гёргеса показаны на рис. 3-5 и 3-6 соответственно.

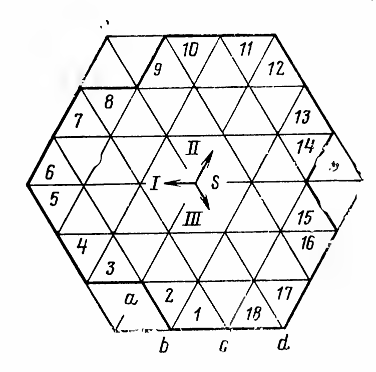


Рис. 3-6. Диаграмма Гёргеса для обмотки по рис. 3-5.

В этом случае диаграмма не имеет центральной симметрии относительно центра инерции S. Магнитодвижущая сила содержит как нечетные, так и четные гармоники. Радиус окружности рабочей гармоники при $\zeta_p=0{,}902$ равен:

$$R_p=\frac{18}{2\pi}\cdot 0{,}902=2{,}59.$$

Эта обмотка вообще нетехнологична и практически не применяется.

Глава четвертая
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ РАССЕЯНИЕ

4-1. КОЭФФИЦИЕНТ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО РАССЕЯНИЯ

Как будет показано ниже, источником дифференциального рассеяния являются высшие гармоники поля в воздушном зазоре. Термин «дифференциальное рассеяние» заменил физически неправильный термин «рассеяние по коронкам зубцов», введенный Арнольдом. Первое правильное представление о физической сущности дифференциального рассеяния дано в работе Сумека [10]. Значительные вклады в теорию и расчет дифференциального рассеяния были внесены Адамсом, Роговским, Питтаммером, Дрейфусом и Крондлем [8, 9, 11, 15].

Как известно, кривая МДС многофазной обмотки, расположенной в пазах, содержит многочисленные гармоники, вращающиеся с различными скоростями в пространстве. Если через ω_p обозначить угловую скорость рабочей гармоники поля с p парами полюсов, то тогда, например, 5-я гармоника поля с $5p$ парами полюсов вращается в противоположном направлении с угловой скоростью $\omega_{5p}=-\frac{1}{5}\omega_p$. Она индуктирует во вращающемся роторе ЭДС более высокой частоты, чем частота ЭДС, наведенная рабочей гармоникой поля. В то же время ЭДС, индуктируемая 5-й гармоникой в статорной обмотке, имеет ту же самую частоту, что и частота ЭДС, наводимая рабочей гармоникой. Это справедливо и для других гармоник поля. Токи, индуктируемые в роторе высшими гармониками поля, не способствуют возрастанию основного вращающегося момента, который создается взаимодействием рабочих гармоник МДС статора и ротора, имеющих p пар полюсов. Из этого следует, что поля высших гармоник МДС не могут рассматриваться как часть полезного магнитного поля. Так как эти поля в известной мере способствуют увеличению индуктивности статорной обмотки и вызывают падение напряжения в ней, то их действие совершенно аналогично обычному рассеянию. Это же заключение справедливо и для гармоник МДС ротора как при работе машины, так и в начальный момент пуска, когда ротор неподвижен. При пуске двигателя рядом гармоник создаются

тормозящие моменты, в то время как передача полезной энергии через воздушный зазор осуществляется в основном рабочим полем с p парами полюсов. Следует отметить, что для различных положений неподвижного ротора среднее значение дифференциального рассеяния равно дифференциальному рассеянию вращающегося ротора [15].

Если L — общая индуктивность обмотки, определяемая рабочим полем и полями всех высших гармоник и субгармоник, индуктирующими в этой обмотке ЭДС основной частоты, а L_p — индуктивность обмотки, соответствующая рабочему полю, имеющему p пар полюсов, то коэффициент дифференциального рассеяния τ_d этой обмотки можно выразить как

$$\tau_d = L/L_p - 1 = \sum_\nu L_\nu/L_p - 1, \tag{4-1}$$

где L_ν — индуктивность обмотки, обусловленная гармоникой поля, имеющей ν пар полюсов.

Энергия магнитного поля в воздушном зазоре, создаваемого симметричной m-фазной обмоткой, по которой протекает максимальный ток I_m, равна:

$$W = \frac{m}{4} L I^2_m = \frac{1}{2} \int_V H(\alpha, t) B(\alpha, t)\, dV =$$

$$= \frac{l\delta}{2} \int_0^{2\pi} H(\alpha, t) B(\alpha, t) \frac{p\tau_p}{\pi} d\alpha, \tag{4-2}$$

где l — длина машины; dV — элемент объема воздушного зазора; τ_p — полюсное деление.

Для базовой обмотки, имеющей p' пар полюсов, с учетом выражений (1-17), (1-25), (1-29), (1-34), (1-39) и после преобразований получим:

$$B(\alpha, t) = \mu_0 H(\alpha, t) = \sum_\nu \mu_0 \frac{F I_m \zeta_\nu}{\nu} \cos(\nu\alpha \pm \omega t), \tag{4-3}$$

где $F = mN_1/\pi\delta$; N_1 — число последовательно соединенных витков обмотки фазы; ν — число пар полюсов ν-й гармоники; ζ_ν — обмоточный коэффициент для ν-й гармоники.

Из (4-2) и (4-3) получаем выражение для энергии магнитного поля

$$W = \frac{\delta l}{2} \int_0^{2\pi} \mu_0 (F I_m)^2 \left[\sum_\nu \frac{\zeta_\nu}{\nu} \cos(\nu\alpha \pm \omega t) \right]^2 \frac{p\tau_p}{\pi} d\alpha. \tag{4-4}$$

Сопоставляя уравнения (4-2) и (4-4), находим индуктивность обмотки:

$$L = \frac{1}{m} l\delta\mu_0\pi F^2 \sum_\nu \left(\frac{\zeta_\nu}{\nu}\right)^2 \frac{2p\tau_p}{\pi}. \tag{4-5}$$

Для трехфазной обмотки

$$L = \frac{l\delta\mu_0\pi F^2}{3} \sum_\nu \left(\frac{\zeta_\nu}{\nu}\right)^2 \frac{2p\tau_p}{\pi}. \tag{4-6}$$

Таким образом, если обмотка создает только вращающиеся гармоники МДС, то энергия магнитного поля постоянна во времени и равна сумме энергий отдельных полей от вращающихся гармоник МДС. Следовательно, для энергии применим принцип наложения.

Коэффициент дифференциального рассеяния обмотки определяется согласно (4-1) и (4-6) выражением

$$\tau_d = \frac{\sum_\nu (\zeta_\nu/\nu)^2}{(\zeta_p/p)^2} - 1. \tag{4-7}$$

Уравнение (4-7) требует вычисления сравнительно сложного ряда. Для трехфазных обмоток с целым числом пазов на полюс и фазу q и с диаметральным шагом согласно Дрейфусу

$$\tau_d = \frac{\pi^2 (10q^2 + 2)}{27} \sin^2\left(\frac{30°}{q}\right) - 1. \tag{4-8}$$

Для других обмоток: с укороченным шагом, с дробным числом пазов на полюс и фазу и т. д. вычисление τ_d по уравнению (4-7) приводит к очень сложным выражениям, так как определение обмоточного коэффициен-

та трудоемко. Для обмотки, расположенной в Z пазах, выражение (4-2) может быть представлено в виде

$$W = \frac{\delta l}{2\mu_0} \int_0^{2\pi} [B(\alpha, t)]^2 \frac{p\tau_p}{\pi} d\alpha =$$

$$= \frac{2\pi}{Z} \frac{p\tau_p}{\pi} \frac{\delta l}{2\mu_0} \sum_{r=1}^{Z} [B_r(\alpha, t)]^2, \qquad (4\text{-}9)$$

где $B_r(\alpha, t)$ — магнитная индукция над зубцовым делением r в момент времени t; l — длина машины.

4-2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ τ_d ИЗ ДИАГРАММЫ ГЁРГЕСА

По диаграмме Гёргеса магнитная индукция $B_r(\alpha, t)$ пропорциональна проекции вектора $\overline{SR}$ на ось времени (см. рис. 3-1). Следовательно, выражение $\Sigma[B_r(\alpha, t)]^2$ пропорционально второй степени статического момента (моменту инерции) точек диаграммы Гёргеса, соответствующих отдельным пазам, относительно оси, перпендикулярной оси времени в момент времени t. Как следует из выражения (4-4), магнитная энергия в воздушном зазоре постоянна и не зависит от времени. Это значит, что величина $\sum_{r=1}^{Z} [B_r(\alpha, t)]^2$ также постоянна во времени и что сумма осевых моментов инерции всех точек диаграммы Гёргеса должна иметь постоянное значение для всех осей времени, проходящих через центр инерции многоугольника. В этом случае эллипс инерции перейдет в окружность и осевой момент инерции будет равен половине полярного момента инерции точек диаграммы относительно центра инерции многоугольника.

Из пропорциональности между магнитной энергией W и индуктивностью L данной обмотки следует, что индуктивность L симметричной многофазной обмотки пропорциональна полярному моменту инерции пазовых точек диаграммы Гёргеса [15]. Используя это соотношение, легко рассчитать дифференциальное рассеяние даже для довольно сложных обмоток.

Если обозначить через R_g радиус инерции пазовых точек диаграммы Гёргеса и через R_p радиус инерции для рабочей гармоники с p парами полюсов [см. (3-12), (3-13)], то получим коэффициент дифференциального рассеяния обмотки в виде

$$1+\tau_d = L_c/L_p = (R_g/R_p)^2, \qquad (4\text{-}10)$$

где R^2_g — полярный момент инерции пазовых точек; R^2_p — полярный момент инерции окружности, соответствующей рабочей гармонике.

4-3. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА τ_d

Для трехфазной обмотки с двумя пазами на полюс и фазу ($q=2$) (см. рис. 3-2) квадрат радиуса инерции R^2_g пазовых точек диаграммы Гёргеса равен:

$$R^2_g = \frac{6\cdot 2^2 + 6(1^2 + 1^2 - 1\cdot 1\cdot 2\cos 120^\circ)}{12} = \frac{6\cdot 7}{12} = 3{,}5.$$

Радиус окружности для рабочей гармоники был рассчитан в § 3-2: $R_p = 1{,}845$; коэффициент дифференциального рассеяния согласно (4-10) будет равен:

$$\tau_d = \frac{3{,}5}{(1{,}845)^2} - 1 = 0{,}0282.$$

Для двухслойной обмотки с $q=2$ и с шагом, укороченным на один паз ($\beta=5/6$), квадрат радиуса инерции пазовых точек диаграммы (см. рис. 3-4) имеет среднее значение

$$R^2_g = \frac{12(1^2 + 3^2 + 1\cdot 3\cdot 2/2)}{12} = 13;$$

$$R_p = \frac{24}{2\pi}\cdot 0{,}933 = 3{,}56;$$

$$\tau_d = \frac{13}{\left(\frac{12}{\pi}\cdot 0{,}933\right)^2} - 1 = 0{,}023.$$

Следовательно, укорочение шага обмотки заметно уменьшает коэффициент дифференциального рассеяния.

Для однослойной обмотки с $q=3$ и укорочением шага на два зубцовых деления согласно (3-6)

$$R^2_g = \frac{3\cdot 3^2 + 3\cdot 2^2 + 12\left(2^2 + 1^2 + \frac{2\cdot 1\cdot 2}{2}\right)}{18} = \frac{41}{6};$$

$$R_p = \frac{18}{2\pi}\cdot 0{,}902;$$

$$\tau_d = \frac{41/6}{[(9/\pi)\cdot 0{,}902]^2} - 1 = 0{,}0236.$$

На рис 4-1 показана зависимость коэффициента дифференциального рассеяния τ_d трехфазной обмотки с целым числом пазов на полюс и фазу от относительного укорочения шага. Из рисунка видно, что τ_d имеет

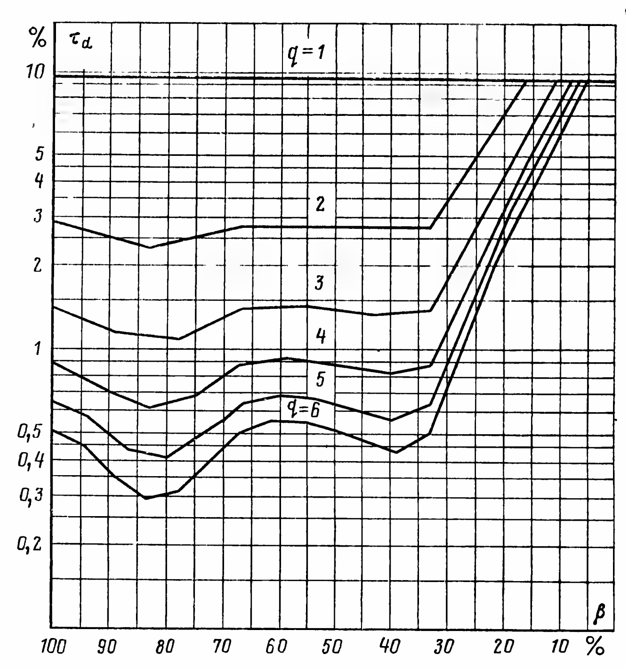


Рис. 4-1. Коэффициент дифференциального рассеяния τ_d для трехфазной обмотки с целым числом пазов на полюс и фазу как функция относительного укорочения шага.

наименьшее значение при относительном укорочении шага $\beta=0{,}8$.

4-4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ РАССЕЯНИЕ КОРОТКОЗАМКНУТОЙ ОБМОТКИ

Если вращающееся поле, имеющее 2ν полюсов, воздействует на короткозамкнутый ротор с Z_2 пазами и Z_2 стержнями, то векторы токов в соседних пазах будут сдвинуты по фазе на угол $\alpha_\nu=(2\pi/Z_2)\nu$. Если $2\nu/Z_2$ не целое число, то векторы тока в стержнях при построении диаграммы Гёргеса образуют правильный многоугольник, который иногда замыкается лишь после нескольких обходов. Если I_t — действующее значение тока в одном

стержне, то радиус инерции многоугольника пазовых точек равен [см. рис. 1-5 и уравнение (1-58)]:

$$R_g=\frac{I_t\sqrt{2}}{2\sin\frac{2\pi}{2Z_2}\nu}. \qquad (4\text{-}11)$$

Аналогично выражению (3-12) радиус окружности для ν гармоники равен:

$$R_\nu=\sqrt{2}I_tZ_2/2\pi\nu, \qquad (4\text{-}12)$$

так как согласно (1-59) обмоточный коэффициент беличьей клетки для ν-й гармоники $\zeta_\nu=1$.

Подставляя выражения (4-11) и (4-12) в (4-10), получаем коэффициент дифференциального рассеяния короткозамкнутой обмотки по отношению к магнитному полю с ν парами полюсов:

$$\tau_{d\nu}=\left[\frac{\pi\nu}{Z_2\sin(\pi\nu/Z_2)}\right]^2-1=\left(\frac{\pi}{m}\right)^2\frac{1}{\sin^2(\pi/m)}-1. \qquad (4\text{-}13)$$

Для рабочей гармоники, имеющей p пар полюсов,

$$\tau_{dp}=\left(\frac{\pi p}{Z_2\sin(\pi p/Z_2)}\right)^2-1. \qquad (4\text{-}13а)$$

В (4-13) $m=Z_2/\nu$ — число стержней, приходящихся на пару полюсов гармоники ν-го порядка (число фаз беличьей клетки). Из (4-13) следует, что $\tau_d=\infty$ для $m=1;\ 1/2;\ 1/3\ \ldots$ Зависимость τ_d от числа фаз беличьей клетки $m=Z_2/\nu$ показана на рис. 4-2. Дифференциальное рассеяние короткозамкнутой обмотки с Z_2 стержнями и p парами полюсов — это минимум, к которому приближается τ_d шестизонной обмотки с наиболее благоприятным относительным укорочением. Если пазы ротора скошены, то коэффициент связи обмоток

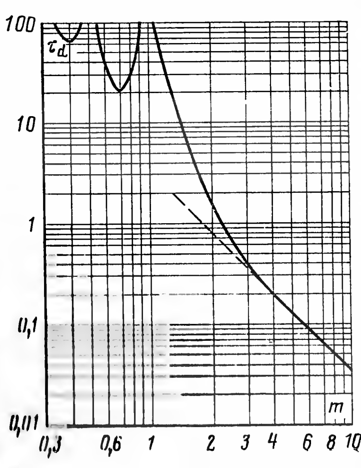


Рис. 4-2. Коэффициент дифференциального рассеяния τ_d для короткозамкнутой обмотки.

статора и ротора уменьшается и, следовательно, уменьшается взаимная индуктивность обмоток. Влияние скоса пазов может быть учтено коэффициентом скоса $\zeta_{Z\nu}$ [см. (2-7)], на который умножается амплитуда рабочей гармоники МДС ротора.

Коэффициент дифференциального рассеяния короткозамкнутой обмотки при скошенных пазах приближенно равен [4]:

$$\tau'_d = \frac{1+\tau_d}{\zeta^2_{Zp}} - 1. \tag{4-14}$$

Подставляя в (4-14) уравнение (4-13а), мы получаем общее выражение для дифференциального рассеяния беличьей клетки, имеющей Z_2 стержней, скошенных на одно зубцовое деление $t_2 = \pi D/Z_2$ на длине l_2:

$$\tau_d = \frac{1}{\zeta^2_{Zp}\eta^2_p} - 1, \tag{4-15}$$

где

$$\zeta_{Zp} = \frac{\sin(p\pi l_2/Z_2t_2)}{p\pi l_2/Z_2t_2};$$

$$\eta_p = \frac{\sin(p\pi/Z_2)}{p\pi/Z_2}.$$

На основании теоремы о периодичности обмоточных коэффициентов дифференциальное рассеяние любой обмотки может быть представлено как функция дифференциального рассеяния беличьей клетки, создающей только зубцовые гармоники.

4-5. ВЛИЯНИЕ КОНЕЧНОЙ ШИРИНЫ ПРОВОДНИКА

До сих пор мы предполагали, что полный ток паза сосредоточен в точке, расположенной по оси паза (рис. 4-3). В этом случае при переходе через ось паза МДС меняется скачком на значение полного тока паза от F_1 до F_2. При этом кривая МДС имеет хорошо известную ступенчатую форму.

Если учесть конечную ширину проводника в пазу (рис. 4-4), то МДС будет линейно изменяться по ширине проводника от F_1 до F_2. Это лишь сгладит ступенчатость изменения МДС, но не создаст новых гармоник.

Влияние на дифференциальное рассеяние линейного изменения МДС по ширине проводника исследовали Иордан и Лакс [27]. Они определили, что под влиянием конечных размеров проводника, помещенного в паз,

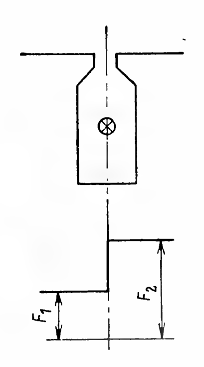


Рис. 4-3. Изменение МДС при токе, сосредоточенном в центре паза.

Рис. 4-4. Изменение МДС при токе, распределенном по проводнику конечной ширины.

уменьшается дифференциальное рассеяние обмотки по отношению к полю рабочей гармоники.

На рис. 4-5 представлена зависимость коэффициента дифференциального рассеяния беличьей клетки с Z_2 стержнями от $m_p = Z_2/p$ при различных значениях параметра $\varepsilon = a/t_{d2}$. Необходимо отметить, что эти зависимости справедливы только при открытии паза o большем, чем ширина проводника a $(o > a)$ (см. рис. 4-4). В противном случае параметр ε равен $\varepsilon = o/t_{d2}$, где t_{d2} — зубцовое деление короткозамкнутого ротора.

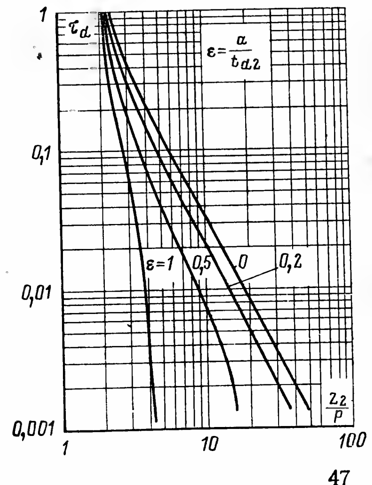


Рис. 4-5. Зависимость коэффициента дифференциального рассеяния τ_d от конечной ширины проводника.

4-6. ВЛИЯНИЕ РЕАКЦИИ РОТОРА НА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ РАССЕЯНИЕ ОБМОТКИ СТАТОРА

Гармоника МДС статора порядка ν, имеющая 2ν полюсов, наводит в обмотке ротора ток I_2, частота которого зависит от частоты вращения ротора.

По закону Кирхгофа для цепи ротора можно написать:

$$0 = (R_{2\nu} + js_\nu X_{2\sigma\nu}) \dot{I}_{2\nu} - js_\nu X_{2h\nu} (\dot{I}_{2\nu} + \dot{I}'_{1\nu}), \qquad (4\text{-}16)$$

где $\dot{I}'_{1\nu} = (m_1 N_1 \zeta_{1\nu} / m_2 N_2 \zeta_{z2\nu} \zeta_{2\nu}) \dot{I}_{1\nu}$ обозначает первичный ток, приведенный к обмотке ротора [$\zeta_{z2\nu}$ определяется по (2-7)]; $X_{2h\nu}$ — сопротивление взаимной индукции обмотки ротора, соответствующее полю гармоники ν, $X_{2\sigma\nu}$ — индуктивное сопротивление рассеяния; $R_{2\nu}$ — активное сопротивление обмотки ротора для ν-й гармоники поля*; s_ν — скольжение ротора относительно поля, вызванного ν-й гармоникой МДС статора [$s_\nu = 1 - (\nu/p)(1 - s)$]. Все реактивные сопротивления приведены к частоте сети f.

Индуктивное сопротивление рассеяния обмотки $X_{2\sigma\nu}$ равно сумме сопротивлений: пазового рассеяния $X_{2Z\nu}$ рассеяния лобовых частей $X_{2c\nu}$ и дифференциального рассеяния ротора $X_{2d\nu}$:

$$X_{2\sigma\nu} = X_{2Z\nu} + X_{2c\nu} + X_{2d\nu}. \qquad (4\text{-}17)$$

Из (4-16) определим ток ротора

$$\dot{I}_{2\nu} = -j \frac{s_\nu X_{2h\nu}}{R_{2\nu} + js_\nu (X_{2h\nu} + X_{2\sigma\nu})} \dot{I}'_{1\nu}. \qquad (4\text{-}18)$$

Результирующая МДС, которая возбуждает в воздушном зазоре поле, имеющее 2ν пар полюсов, при наличии тока $\dot{I}_{2\nu}$, протекающего по цепи ротора, пропорциональна векторной сумме токов $\dot{I}'_{1\nu}$ и $\dot{I}_{2\nu}$.

* Выражения для $X_{2\sigma\nu}$ и $R_{2\nu}$ могут быть найдены в литературе по асинхронным машинам, например у Рихтера [4].

Коэффициент демпфирования D_ν определяется комплексным выражением:

$$D_\nu = \frac{\dot{I}'_{1\nu} + \dot{I}_{2\nu}}{\dot{I}'_{1\nu}} = 1 - \frac{js_\nu X_{2h\nu}}{R_{2\nu} + js(X_{2h\nu} + X_{2\sigma\nu})}. \qquad (4\text{-}19)$$

При скольжении $s_\nu = 0$ (синхронизм ротора по отношению к полю от ν-й гармоники МДС статора) $D_\nu = 1$. В этом случае демпфирование отсутствует. Наименьшее значение D_ν и, следовательно, максимальное ослабление поля получаются при скольжении $s_\nu = \infty$; в этом случае коэффициент демпфирования D_ν равен:

$$D_{\nu\,(s=\infty)} = 1 - \frac{X_{2h\nu}}{X_{2h\nu} + X_{2\sigma\nu}} = \frac{\tau_{d2\nu}}{1 + \tau_{d2\nu}}, \qquad (4\text{-}20)$$

где

$$\tau_{d2\nu} = X_{2\sigma\nu} / X_{2h\nu}.$$

Чтобы получить результирующий коэффициент демпфирования D_t для дифференциального рассеяния статорной обмотки, следует определить коэффициент демпфирования D_ν для всех гармоник МДС статора, кроме рабочей. Следовательно,

$$D_t = \frac{1}{\tau_d} \sum_{\nu \neq p} \left(\frac{\zeta_\nu}{\zeta_p} \frac{p}{\nu} \right)^2 D_\nu. \qquad (4\text{-}21)$$

Дифференциальное рассеяние многофазной роторной обмотки, имеющей $2p$ полюсов, в поле рабочей гармоники намного больше, чем в любом другом поле, имеющем число пар полюсов, отличное от $p (\nu \neq p)$, т. е. такая обмотка очень слабо реагирует на поле, вызванное МДС статора с ν парами полюсов. Доказательство этого утверждения приведено в § 7-3. Однако в случае беличьей клетки демпфирующее действие токов ротора на результирующее поле ν-й гармоники в воздушном зазоре значительно, особенно если число стержней ротора на пару полюсов $m = Z_2/\nu$ ненамного отличается от единицы. Следовательно, влияние демпфирования нужно учитывать только в случае короткозамкнутой обмотки ротора типа беличьей клетки.

Как показывают расчеты, выполненные Лившицом [29], для гармоник, порядок которых выше $5p$ и $7p$, можно пренебречь индуктивными сопротивлениями пазового рассеяния $X_{2Z\nu}$ и рассеяния лобовых частей обмотки $X_{2c\nu}$, а также сопротивлением R_2. Уравнение (4-17) в этом случае примет вид:



$$X_{2з\nu} = X_{2d\nu}. \qquad (4\text{-}22)$$

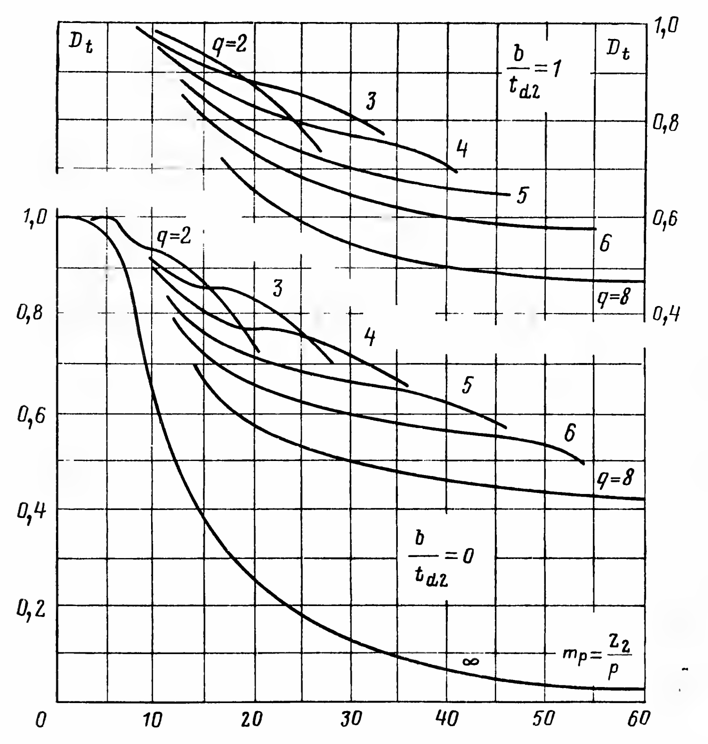


Рис. 4-6. Зависимость коэффициента демпфирования D_t от числа стержней на пару полюсов.

На рис. 4-6 показан, по данным Рихтера [4], результирующий коэффициент демпфирования D_t в зависимости от числа стержней на пару полюсов $m_p = Z_2/p$ для прямых пазов ротора и для пазов ротора, скошенных на одно зубцовое деление ротора (значение b по рис. 2-2). Параметром в этих случаях является число пазов q на полюс и фазу статорной обмотки.

Глава пятая

ВЛИЯНИЕ КОНЕЧНОЙ МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ СТАЛИ

5-1. ВЛИЯНИЕ НАСЫЩЕНИЯ НА МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВОЗДУШНОМ ЗАЗОРЕ

В первом приближении будем предполагать, что относительная магнитная проницаемость зубцов статора μ_r конечная, в то время как для спинки статора и сердечника ротора она бесконечно велика.

Если Θ — полный ток одного паза, H — напряженность магнитного поля в воздушном зазоре и H_Z — напряженность магнитного поля в зубцах статора, то для мгновенного значения МДС на зубцовом делении r справедливо уравнение

$$(H_r\delta + H_{rZ}h_Z) - (H_0\delta + H_{0Z}h_Z) = \sum_{r=1}^{r} \Theta_r, \qquad (5\text{-}1)$$

где δ — длина воздушного зазора; h_Z — высота зубца.

Уравнение (5-1) может быть записано в сокращенном виде:

$$\dot{F}_r - \dot{F}_0 = \sum_{r=1}^{r} \dot{\Theta}_r. \qquad (5\text{-}1а)$$

Из приведенных соотношений следует, что при конечной магнитной проницаемости стали зубцов разность МДС между двумя точками на внутренней поверхности сердечника статора определяется суммой полных токов пазов, расположенных между этими точками. Величина $\sum_{r=1}^{r} \Theta_r$ может быть определена по диаграмме Гёргеса. При этом необходимо выяснить, не изменяется ли положение центра многоугольника при учете насыщения зубцов по сравнению с предыдущим случаем, когда μ_r было равно ∞. Положение центра S определяется из условия (3-10).

$$\int_0^{2\pi} B_\delta(\alpha)\, d\alpha = 0. \qquad (5\text{-}1б)$$

Магнитные индукции в воздушном зазоре B_δ и в зубце B_Z связаны соотношением

$$B_Z = B_\delta \frac{t_{d1}}{b}, \tag{5-2}$$

где t_{d1} — зубцовое деление; b — ширина зубца статора.

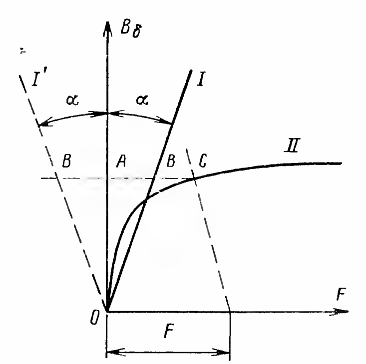


Рис. 5-1. К расчету магнитной индукции B_δ по суммарной МДС.

Если предполагать, что ширина зубца постоянна по всей его высоте, магнитное напряжение зубца равно:

$$F_Z = H_Z h_Z = (B_Z/\mu_Z) h_Z$$

и определяется кривой намагничивания соответствующего материала.

Уравнение (5-2) может быть представлено в виде

$$B_Z = B_\delta \frac{t_{d1}}{b} = \varphi(F_Z).$$

Магнитодвижущая сила на зубцовом делении равна сумме магнитных напряжений зубцов F_Z и воздушного зазора $F_\delta = 0{,}8 B_\delta \delta$:

$$F = F_\delta + F_Z. \tag{5-3}$$

Магнитная индукция B_δ при заданной МДС F определяется согласно рис. 5-1, на котором показаны кривая намагничивания воздушного зазора (кривая I), ее зеркальное отображение относительно оси B_δ (кривая I') и кривая намагничивания зубца (кривая II). Отрезок линии AB представляет магнитное напряжение воздушного зазора F_δ, а отрезок AC — магнитное напряжение зубца F_Z. Магнитодвижущей силе F соответствует индукция в воздушном зазоре B_δ, определяемая отрезком линии OA. Таким же способом можно построить зависимость магнитной индукции B_δ от МДС F, определяемую равенством

$$B_\delta = \varphi(F).$$

Уравнение (5-1б) может быть представлено в виде

$$\int_0^{2\pi} B_\delta(\alpha)\, d\alpha = \frac{2\pi}{Z} \sum_{r=1}^{Z} B_{\delta r} = \frac{2\pi}{Z} \sum_{r=1}^{Z} \varphi(F_r) = 0. \tag{5-4}$$

При переменном магнитном поле уравнение (5-4) должно быть справедливо для любого момента времени t, поэтому

$$\sum_{r=1}^{Z} \varphi[F_r(t)] = 0. \tag{5-5}$$

Условие (5-5) может быть выполнено только в том случае, если в любой момент времени для МДС на любом зубцовом делении μ (т. е. для $F_\mu(t)$) можно подобрать МДС $F_\rho(t)$ на зубцовом делении ρ, равную ей по значению, но противоположную по направлению, т. е.

$$F_\rho(t) = -F_\mu(t) \tag{5-6}$$

для любого момента времени t.

Из этого следует, что на диаграмме Гёргеса вектор, соответствующий МДС на зубцовом делении μ, должен иметь то же значение, но противоположное направление, что и вектор, соответствующий МДС на зубцовом делении ρ. В этом случае диаграмма Гёргеса должна иметь центральную симметрию и ее центр S совпадает с центром диаграммы при $\mu_r = \infty$. Если диаграмма Гёргеса при $\mu_r \neq \infty$ не имела центральной симметрии, то центр S не будет совпадать с центром инерции T и будет сдвинут на вектор Δ (рис. 5-2). Магнитодвижущая сила на зубцовом делении r в любой момент времени определяется вектором $\overline{SR}$, а не вектором $\overline{TR}$; направление вектора Δ и его значение будут различны для различных моментов времени. Если при $\mu_r = \infty$ МДС на зубцовом делении r определяется вектором F'_r, то при ко-

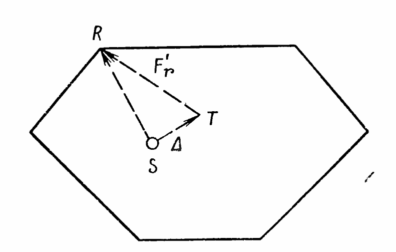


Рис. 5-2. К определению центра S диаграммы Гёргеса с учетом насыщения стали.

нечной магнитной проницаемости μ_r можно написать:

$$\dot{F}_r = \dot{F}'_r + \dot{\Delta} \tag{5-7}$$

или

$$F_r(t) = F'_r(t) + \Delta(t). \tag{5-7a}$$

Если подставить это выражение в (5-5), получим для неизвестного вектора $\Delta(t)$ уравнение

$$\sum_{r=1}^{z} \varphi\,[F'_r(t) + \Delta(t)] = 0. \tag{5-8}$$

Если диаграмма Гёргеса имеет n осей симметрии, решение уравнения (5-8) для любого момента времени t совпадает с решением для момента времени $(t_1 + T/n)$, где T — период изменения тока. Из этого следует, что вектор сдвига центра многоугольника Δ колеблется с n-кратной частотой тока [23]. Так, диаграмма Гёргеса для трехфазной коллекторной машины — равносторонний треугольник. Следовательно, имеются три оси симметрии. Вектор сдвига Δ этой машины колеблется с утроенной частотой сети.

Из рис. 5-1 видно, что при насыщении зубцов магнитная индукция B_δ в воздушном зазоре при одинаковой МДС F меньше, чем при $\mu = \infty$. Магнитное поле в воздушном зазоре искажается и функция $B_\delta = \varphi(F)$ становится нелинейной. Это означает, что одной гармонике МДС $F_\nu = F_\nu \sin(\nu\alpha - \omega t)$ с ν парами полюсов соответствует не одна гармоника магнитной индукции $B_\nu = B_\nu \sin(\nu\alpha - \omega t)$, а целый спектр гармоник. Подробный анализ показал, что эта группа полей, вращающихся синхронно с создавшей их гармоникой МДС порядка ν, содержит гармоники поля порядка $(2c+1)\nu$. Для результирующего поля в воздушном зазоре справедливо выражение

$$b = B_\nu \sin(\nu\alpha - \omega t) + B_{3\nu} \sin(3\nu\alpha - 3\omega t) + B_{5\nu} \sin(5\nu\alpha - 5\omega t) + \ldots, \tag{5-9}$$

где ν — порядок гармоники МДС, которую создает данная обмотка.

Для рабочей гармоники МДС ($\nu = p$) всеми высшими гармониками индукции, за исключением 3-й гармоники, имеющей $\nu = 3p$ пар полюсов, можно пренебречь*. В этом случае поле в воздушном зазоре, создаваемое рабочей гармоникой МДС, определяется выражением

$$b_p = B_1 \sin(p\alpha - \omega t) + B_3 \sin(3p\alpha - 3\omega t). \tag{5-9a}$$

Если обмотка статора соединена в треугольник, это дополнительное поле с $3p$ парами полюсов наводит в каждой обмотке фазы ЭДС, совпадающие по значению и направлению. Вызванный этими ЭДС ток создает свое магнитное поле, которое в свою очередь ослабляет это дополнительное поле.

5-2. ВЛИЯНИЕ НАСЫЩЕНИЯ НА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ РАССЕЯНИЕ

При определении влияния конечной магнитной проницаемости стали на дифференциальное рассеяние необходимо иметь в виду, что потоки высших гармоник замыкаются по более коротким путям, чем поток рабочей гармоники или потоки 5-й и 7-й гармоник. Потоки высших гармоник замыкаются главным образом прямо по коронкам зубцов. Поэтому влияние конечной магнитной проницаемости стали на высшие поля будет малым. С другой стороны поток рабочей гармоники замыкается по зубцам и спинкам. Индуктивность обмотки, соответствующая 1-й гармонике поля L_1, уменьшается из-за насыщения стали в отношении F_δ/F. В результате этого уменьшения коэффициент дифференциального рассеяния обмотки по отношению к полю рабочей гармоники возрастает до значения

$$\tau'_d = \tau_d \frac{F}{F_\delta}, \tag{5-10}$$

где τ_d — коэффициент дифференциального рассеяния при $\mu = \infty$.

Это выражение справедливо при номинальной нагрузке машины. При пуске, когда пусковой ток достигает значения $I_k = (5 \div 6) I_n$, коронки зубцов статора и ротора сильно насыщаются, что значительно уменьшает амплитуды высших гармоник поля и, следовательно, коэффициент дифференциального рассеяния. Согласно данным Шуйского [5] уменьшение коэффициента дифференциального рассеяния обмотки при прямом пуске достигает 40—50%.

* Bulovas, Jordan, Purkermann. — Archiv für Elektrotechnik, 1971, S. 220.

Глава шестая

ВЛИЯНИЕ ПАЗОВ НА МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВОЗДУШНОМ ЗАЗОРЕ

6-1. КОЭФФИЦИЕНТ КАРТЕРА

В предыдущих рассуждениях о магнитном поле в воздушном зазоре предполагалось, что машина образована двумя коаксиальными гладкими цилиндрами. Все высшие гармоники магнитного поля были обусловлены изменением во времени и в пространстве линейной токовой нагрузки. Изменение в пространстве явилось результатом конструкции обмотки, состоящей из проводников конечной ширины, образующих витки и катушки. Изменение во времени определялось питанием такой обмотки переменным током. Гармоники, рассматриваемые до сих пор, были вызваны формой волны МДС обмотки, состоящей из отдельных катушек.

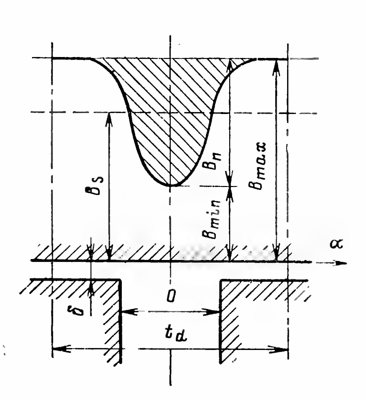


Рис. 6-1. Распределение магнитной индукции над пазом.

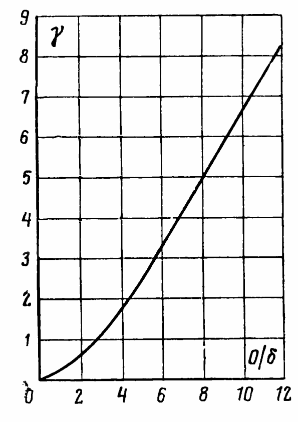


Рис. 6-2. Зависимость $\gamma=f(o/\delta)$.

Рассмотрим условия в реальной машине, имеющей пазы и зубцы, выполненные из магнитопроводящего материала, сначала предположим, что одна из поверхностей, образующих воздушный зазор, гладкая, а другая имеет пазы. Если без пазов магнитная индукция в воздушном зазоре была B_{max}, то теперь, при наличии пазов, индукция уменьшится по оси паза до значения B_{min} (рис. 6-1). Это значение B_{min} является функцией открытия паза o, фактической длины воздушного зазора (зазора над зубцом) δ и зубцового деления t_d. Средняя магнитная индукция уменьшится при этом от первоначального значения B_{max} до значения B_s. Это изменение средней магнитной индукции на зубцовом делении будет соответствовать фиктивному увеличению воздушного зазора при гладких поверхностях статора и ротора от значения δ до δ'. Связь между ними определяется уравнением

$$\delta'=k_c\delta, \qquad (6\text{-}1)$$

из которого следует соотношение

$$B_s=\frac{1}{k_c}B_{max}. \qquad (6\text{-}2)$$

Коэффициент k_c был впервые рассчитан Ф. В. Картером [7] методом конформных преобразований при условии бесконечно глубокого паза, бесконечно большого зубцового деления t_d, для материала с бесконечно большой магнитной проницаемостью ($\mu=\infty$). В его честь этот коэффициент был назван *коэффициентом Картера*. По Картеру

$$k_c=\frac{t_d}{t_d-\gamma\delta}, \qquad (6\text{-}3)$$

где γ — функция отношения o/δ:

$$\gamma=\frac{4}{\pi}\left[\frac{o}{2\delta}\operatorname{arctg}\frac{o}{2\delta}-\ln\sqrt{1+\left(\frac{o}{2\delta}\right)^2}\right] \qquad (6\text{-}4)$$

или приближенно

$$\gamma=\frac{(o/\delta)^2}{5+o/\delta} \text{ при } o/\delta>1. \qquad (6\text{-}4\text{a})$$

Зависимость параметра γ от отношения o/δ дана на рис. 6-2.

Максимальное уменьшение магнитной индукции B_n по оси паза (см. рис. 6-1) равно:

$$B_n=2\beta B_{max}, \qquad (6\text{-}5)$$

где β также является функцией отношения o/δ (рис. 6-3).

Уменьшение магнитной индукции над пазом связано с уменьшением магнитного потока, проходящего через

зубцовое деление; для этого уменьшения потока, обозначенного через $\Delta\Phi$, справедливо выражение

$$\Delta\Phi = \sigma \frac{o}{2} B_n. \qquad (6\text{-}6)$$

Зависимость параметра σ от отношения o/δ показана на рис. 6-4. Результирующий магнитный поток, приходящийся на зубцовое деление и отнесенный к единице длины машины, равен:

$$\Phi = t_d B_{max} - \sigma \frac{o}{2} B_n = (t_d - \beta\sigma o) B_{max}. \qquad (6\text{-}7)$$

Если подставить выражение

$$\beta\sigma o = \delta\gamma$$

в (6-7), то получим для средней магнитной индукции на зубцовом делении

$$B_s = \frac{\Phi}{t_d} = \frac{t_d - \gamma\delta}{t_d} B_{max} = \frac{1}{k_c} B_{max}. \qquad (6\text{-}7а)$$

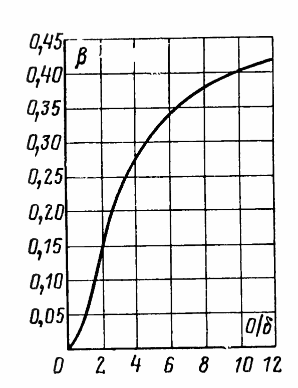


Рис. 6-3. Зависимость $\beta = f(o/\delta)$.

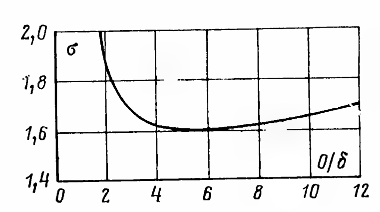


Рис. 6-4. Зависимость $\sigma = f(o/\delta)$.

Следовательно, уравнение (6-2) справедливо.

Как показывает подробный анализ, предположение бесконечной глубины паза допустимо, в то время как предположение бесконечности зубцового деления может в определенных случаях привести к значительным ошибкам. По этой причине на практике нашли применение различные выражения коэффициента Картера. Например, для случая $o/\delta < 12$ будет справедливо с достаточной степенью точности отношение

$$k_c = \frac{t_d}{t_d + \delta - \frac{3}{4} o}. \qquad (6\text{-}8)$$

Сравнительно хорошие результаты дает применение приближенной формулы Оссана

$$k_c = \frac{t_d + 8\delta}{(t_d - o) + 8\delta}. \qquad (6\text{-}9)$$

При двусторонней зубчатости, т. е. при наличии пазов на статоре и роторе, магнитные связи очень сложны и зависят от мгновенного положения пазов статора и ротора относительно друг друга, так что расчет результирующего коэффициента Картера усложняется. С некоторым приближением коэффициент Картера при двусторонней зубчатости может быть определен исходя из следующих рассуждений.

При наличии пазов только на одной стороне, например на статоре, средняя магнитная индукция в воздушном зазоре равна B_{s1}. В этом случае магнитный поток Φ_2, приходящийся на зубцовое деление ротора t_{d2} и отнесенный к единице длины машины, равен:

$$\Phi_2 = (t_{d2} - \gamma_2\delta) B_{s1} = t_{d2} \frac{B_{s1}}{k_{c2}},$$

где $k_{c2} = t_{d2}/(t_{d2} - \gamma_2\delta)$.

Для B_{s1} согласно (6-7а) можно записать:

$$B_{s1} = \Phi_1/t_{d1} = B_{max}/k_{c1}.$$

Средняя магнитная индукция в воздушном зазоре в этом случае определяется соотношением

$$B_s = \Phi_2/t_{d2} = B_{max}/k_{c1}k_{c2}. \qquad (6\text{-}9а)$$

Следовательно, коэффициент Картера при двусторонней зубчатости равен:

$$k_{c1,2} = k_{c1}k_{c2}. \qquad (6\text{-}10)$$

Коэффициент Картера при двусторонней зубчатости экспериментально вывел Оберретль [39], выполнивший исследования, основанные на аналогии между электрическим и магнитным потенциальными полями. Результаты его исследований представлены на рис. 6-5, где коэффициент Картера k_{c1} для статора отло-

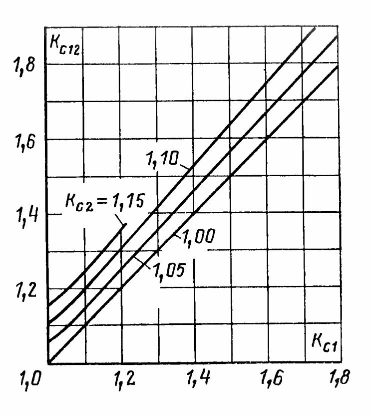


Рис. 6-5. Коэффициент Картера при двусторонней зубчатости.

жен по оси x. Каждому значению коэффициента Картера k_{c2} соответствует одна из кривых рис. 6-5; коэффициент k_{c2} отложен по оси y. Как видно, совпадение между зависимостью (6-10) и результатами измерений удовлетворительное.

Интересный расчет коэффициента Картера был предложен Вебером [19], который представил распределение магнитной индукции $B(\alpha)$ на зубцовом делении довольно простым выражением:

$$B(\alpha)=\left[1-2\beta\sin^{2n}\frac{\pi}{\alpha_d}\alpha\right]B_{max}, \qquad (6\text{-}11)$$

где

$$n=(t_d-o)/o, \qquad (6\text{-}12)$$

а значение β определяется по рис. 6-3. Центральный угол α_d, соответствующий зубцовому делению t_d, равен $\alpha_d=2\pi/Z=(2/D)t_d$, где D — внутренний диаметр сердечника статора.

Выражение (6-11) учитывает периодическое изменение магнитной индукции на зубцовом делении и, следовательно, конечную длину этого деления. Таким образом, Вебер достиг одновременно полного совпадения действительного и расчетного распределений магнитной индукции в точках $\alpha=0$, $\frac{1}{2}\alpha_d$, α_d.

Магнитный поток, приходящийся на зубцовое деление и отнесенный к единице длины машины, с учетом (6-11) равен:

$$\Phi=\frac{D}{2}\int_0^{\alpha_d}B(\alpha)\,d\alpha=t_d\left[1-\tau\left(\frac{t_d}{o}\right)\beta\right]B_{max}, \qquad (6\text{-}13)$$

где

$$\tau\left(\frac{t_d}{o}\right)=2(-1)^n\frac{1\cdot3\cdot5\cdot\ldots\cdot(2n-1)}{2\cdot4\cdot6\cdot\ldots\cdot2n}. \qquad (6\text{-}14)$$

Зависимость $\tau(t_d/o)$ представлена на рис. 6-6.

Из (6-13) получим коэффициент Картера в виде

$$k_c=\frac{1}{1-\tau(t_d/o)\beta}. \qquad (6\text{-}15)$$

Экспериментальное исследование распределения магнитной индукции в воздушном зазоре и сравнение его с расчетным распределением, предложенным Вебером, проведено Фойтом [105]. Исследование показывает, что

кривые Вебера при малых воздушных зазорах более пологи, чем действительные кривые, на которые существенное влияние оказывают коронки зубцов.

Как следует из анализа, проведенного с помощью конформных преобразований, открытие паза влияет на распределение магнитной индукции на расстоянии $s'\approx\approx0{,}8o$ от оси паза (рис. 6-7), что соответствует центральному углу $\alpha'=0{,}8\alpha_0$, где α_0 — угол открытия паза, $\alpha_0=2o/D$. При $\alpha>\alpha'$ $B(\alpha)\approx B_{max}$, т. е. в этой области на индукцию в воздушном зазоре не влияют пазы, что не учитывает выражение, предложенное Вебером. Это и

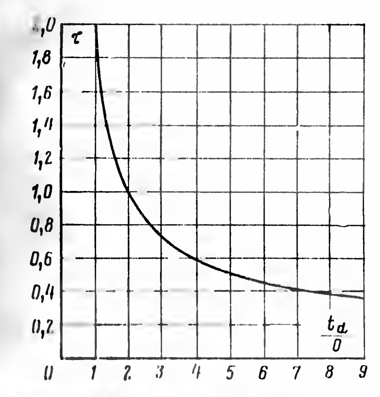


Рис. 6-6. Зависимость $\tau=f(t_d/o)$.

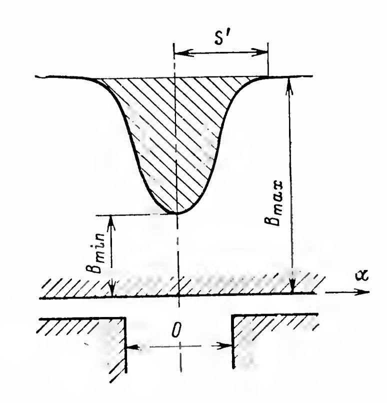


Рис. 6-7. К вопросу о фиктивном открытии паза.

явилось причиной несоответствия между измеряемым и расчетным распределениями индукции, особенно при малых воздушных зазорах. Для пазов с $t_d/o>1{,}6$ поэтому удобнее пользоваться для расчета магнитной индукции на зубцовом делении следующими выражениями:

при $0\leqslant\alpha\leqslant0{,}8\alpha_0$

$$B(\alpha)=\left(1-\beta-\beta\cos\frac{\pi}{0{,}8\alpha_0}\alpha\right)B_{max}; \qquad (6\text{-}16)$$

при $0{,}8\alpha_0<\alpha\leqslant\alpha_d$

$$B\alpha=B_{max}. \qquad (6\text{-}16a)$$

Функция (6-16а) совпадает с фактическим распределением при $0{,}8\alpha_0<\alpha\leqslant\alpha_d$; при $0\leqslant\alpha\leqslant0{,}8\alpha_0$ функция (6-16) и ее производные соответствуют фактическому

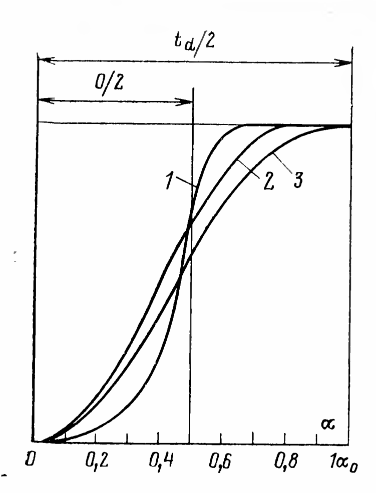


Рис. 6-8. Распределение магнитной индукции на половине зубцового деления.

1 — экспериментальное; *2* — по уравнению (6-16); *3* — по уравнению (6-11).

распределению для $\alpha=0$ и $\alpha=0{,}8\alpha_0$. Для сравнения на рис. 6-8 представлено распределение магнитной индукции в воздушном зазоре на половине зубцового деления при $o=20$ мм, $t_d=40$ мм, $\delta=1$ мм. Кривая *1* соответствует экспериментальному распределению магнитной индукции, кривая *2* — распределению индукции, полученному по уравнению (6-16), и кривая *3* — распределению по Веберу (6-11). Как видно из рис. 6-8, кривая, полученная по (6-16), лучше совпадает с экспериментальной кривой распределения индукции над зубцом, чем кривая по (6-11). Средняя магнитная индукция B_s на зубцовом делении равна:

$$B_s=\frac{D}{t_d}\left[\int\limits_0^{0,8\alpha_0}\left(1-\beta-\beta\cos\frac{\pi\alpha}{0{,}8\alpha_0}\right)B_{max}\,d\alpha+\right.$$

$$\left.+\int\limits_{0,8\alpha_0}^{1/2\alpha_d}B_{max}\,d\alpha\right]=\frac{2B_{max}}{t_d}\left(\frac{t_d}{2}-0{,}8\beta o\right).$$

Отсюда получим новое выражение для коэффициента Картера

$$k_c=B_{max}/B_s=t_d/(t_d-1{,}6\beta o). \qquad (6\text{-}17)$$

Расчет k_c по (6-17) очень хорошо совпадает с расчетом по (6-3) с учетом (6-4). Для случая $t_d=12$ мм, $o=7$ мм, $\delta=2$ мм по первоначальному выражению Картера $k_c=1{,}32$. Из рис. 6-3 получим для указанного случая $\beta=0{,}25$ и соответственно по уравнению (6-17) $k_c=1{,}3$. Таким образом, из рис. 6-8 и из сравнения значений коэффициента Картера следует, что распределение, рассчитанное по (6-16), хорошо совпадает с действительным.

6-2. МАГНИТНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ВОЗДУШНОГО ЗАЗОРА ПРИ НАЛИЧИИ ПАЗОВ

Если полагать радиальное направление линий магнитной индукции в воздушном зазоре и бесконечную магнитную проницаемость стали при разности магнитных потенциалов между ротором и статором равной единице, индукция в равномерном воздушном зазоре имеет постоянное значение, равное

$$B=\mu_0/\delta. \qquad (6\text{-}18)$$

В этом случае удельная магнитная проводимость воздушного зазора

$$\lambda=\mu_0/\delta=B. \qquad (6\text{-}18a)$$

Рассмотрим статор с пазами и гладкий ротор. При постоянной разности магнитных потенциалов магнитная индукция в воздушном зазоре не будет постоянной. Основываясь на предыдущих рассуждениях, влияние пазов на распределение индукции можно учесть введением переменного воздушного зазора. Для общего распределения индукции, представленного на рис. 6-9, можно записать:

$$B(\alpha)=\mu_0 f(\alpha)=\mu_0/\delta(\alpha). \qquad (6\text{-}19)$$

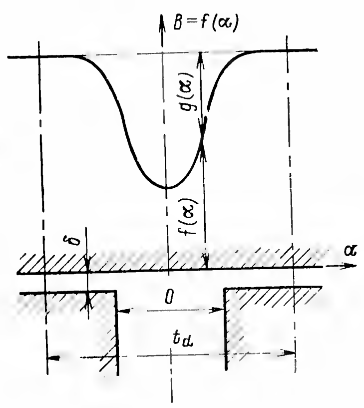


Рис. 6-9. К расчету магнитной проводимости на зубцовом делении.

Фиктивный воздушный зазор $\delta(\alpha)$ можно представить как

$$\delta(\alpha)=1/f(\alpha), \qquad (6\text{-}19a)$$

где $f(\alpha)<1/\delta$.

Зная распределение магнитной индукции $B(\alpha)$ на зубцовом делении, при разности скалярных магнитных потенциалов между статором и ротором, равной единице, можно легко определить по (6-18а) выражение для фиктивного воздушного зазора $\delta(\alpha)$. Удельная магнитная проводимость воздушного зазора $\lambda(\alpha)$ равна:

$$\lambda(\alpha)=\mu_0/\delta(\alpha)=f(\alpha)\mu_0. \qquad (6\text{-}20)$$

Под влиянием пазов воздушный зазор в точке, определяемой углом α, изменится на значение, равное

$$\Delta(\alpha)=\delta(\alpha)-\delta=1/f(\alpha)-\delta. \qquad (6\text{-}21)$$

Если пазы имеются на статоре и роторе, то результирующий воздушный зазор в точке α определится выражением

$$\delta(\alpha)=\delta+\Delta_1(\alpha)+\Delta_2(\alpha). \qquad (6\text{-}22)$$

В (6-22) $\Delta_1(\alpha)$ означает увеличение воздушного зазора только вследствие зубчатости статора и $\Delta_2(\alpha)$ — увеличение воздушного зазора только вследствие зубчатости ротора. С учетом выражения (6-21) получим:

$$\delta(\alpha)=1/f_1(\alpha)+1/f_2(\alpha)-\delta. \qquad (6\text{-}22\text{а})$$

Это выражение справедливо при совпадении начал координат пазов статора и ротора, т. е., например, если в точке $\alpha=0$ оба паза статора и ротора симметрично расположены друг относительно друга. Если начало координат роторных пазов сдвинуто на угол α_r относительно начала координат статорных пазов, то (6-22а) примет вид:

$$\delta(\alpha)=\frac{1}{f_1(\alpha)}+\frac{1}{f_2(\alpha-\alpha_r)}-\delta. \qquad (6\text{-}22\text{б})$$

Тогда для распределения магнитной проводимости $\lambda_{12}(\alpha)$ или магнитной индукции $B(\alpha)$ при разности магнитных потенциалов статора и ротора, равной 1, согласно (6-20) справедливо следующее выражение:

$$\lambda_{12}(\alpha)=\frac{\mu_0}{\frac{1}{f_1(\alpha)}+\frac{1}{f_2(\alpha-\alpha_r)}-\delta}=$$

$$=\mu_0\frac{f_1(\alpha)\,f_2(\alpha-\alpha_r)}{f_1(\alpha)+f_2(\alpha-\alpha_r)-\delta f_1(\alpha)\,f_2(\alpha-\alpha_r)}. \qquad (6\text{-}23)$$

Функции $f(\alpha)$ — периодические, с периодами, определяемыми центральными углами, соответствующими зубцовым делениям статора и ротора. Например, если статор имеет Z_1 пазов и начало координат лежит на оси паза, то функция $f_1(\alpha)$ будет иметь вид:

$$f_1(\alpha)=a_0-\sum_{\nu=1}^{\infty}a_\nu\cos\nu Z_1\alpha, \qquad (6\text{-}24)$$

где

$$a_0=\frac{D}{t_{d1}}\int_0^{\alpha_{d1}/2}f_1(\alpha)\,d\alpha=\frac{1}{k_{c1}\delta}. \qquad (6\text{-}24\text{а})$$

Аналогично для Z_2 пазов ротора

$$f_2(\alpha)=b_0-\sum_{\nu=1}b_\nu\cos\nu Z_2\alpha, \qquad (6\text{-}25)$$

где

$$b_0=1/k_{c2}\delta. \qquad (6\text{-}25\text{а})$$

Коэффициенты рядов Фурье (6-24) и (6-25) определяются с учетом (6-16). Коэффициент a_1 для 1-й гармоники ($\nu=1$) равен:

$$a_1=\frac{2D}{t_{d1}}\int_0^{\alpha_{d1}/2}f(\alpha)\cos\frac{2\pi}{\alpha_{d1}}\alpha\,d\alpha=$$

$$=-\frac{1}{\delta}\frac{2D}{t_{d1}}\left\{\int_0^{0,8\alpha_0}\left[1-\beta-\beta\cos\frac{\pi\alpha}{0,8\alpha_0}\right]\cos\frac{2\pi\alpha}{\alpha_d}\,d\alpha+\right.$$

$$\left.+\int_{0,8\alpha_0}^{1/2\alpha_d}\cos\frac{2\pi\alpha}{\alpha_d}\,d\alpha\right\}.$$

После преобразований получим

$$a_1=\frac{\beta}{\delta}F_1\left(\frac{o}{t_d}\right), \qquad (6\text{-}26)$$

где

$$F_1\left(\frac{o}{t_d}\right)=\frac{4}{\pi}\left[0,5+\frac{\left(\frac{o}{t_d}\right)^2}{0,78-2\left(\frac{o}{t_d}\right)^2}\right]\sin 1,6\pi\frac{o}{t_d}. \qquad (6\text{-}26\text{а})$$

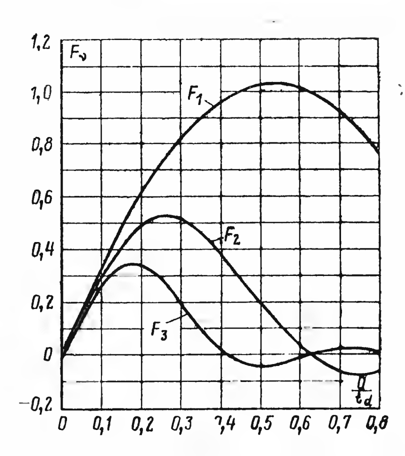


Рис. 6-10. Зависимость F_1, F_2, F_3 от отношения o/t_d.

Зависимость $F_1(o/t_d)$ от отношения o/t_d представлена на рис. 6-10 (кривая F_1). Коэффициент b_1 для соответствующего отношения o/t_d ротора также получается из (6-26). Как следует из (6-26) и (6-26а), амплитуда первой гармоники ряда (6-24), или 1-й гармоники магнитной проводимости воздушного зазора при односторонней зубчатости, зависит от значения β, которое является функцией отношения o/δ, и от функции $F_1(o/t_d)$. С увеличением открытия паза до определенного значения обе функции β и $F_1(o/t_d)$ увеличиваются, что приводит к значительному увеличению амплитуды 1-й гармоники проводимости.

Коэффициент a_ν гармоники порядка ν можно вывести аналогичным образом:

$$a_\nu = \frac{\beta}{\delta} F_\nu \left(\frac{o}{t_d}\right), \qquad (6\text{-}27)$$

где

$$F_\nu \left(\frac{o}{t_d}\right) = \frac{1}{\nu} \frac{4}{\pi} \left[0{,}5 + \frac{(\nu o/t_d)^2}{0{,}78 - 2\,(\nu o/t_d)^2}\right] \sin 1{,}6\pi \frac{\nu o}{t_d}. \qquad (6\text{-}27а)$$

Кривая F_2 на рис. 6-10 представляет функцию $F_2(o/t_d)$ для $\nu=2$. Из сравнения кривых F_1 и F_2 видно, что при малом открытии пазов ($o/t_d<0{,}3$) амплитуда 2-й гармоники имеет почти то же самое значение, что и амплитуда 1-й гармоники, в то время как при большом открытии пазов ($o/t_d \geqslant 0{,}4$) 2-я гармоника намного слабее.

Рассмотрим для иллюстрации два примера.

Пример 1. $o/t_d = 0{,}5$; $o/\delta = 10$; $\beta = 0{,}4$ (рис. 6-3).

Из (6-17)

$$k_c = \frac{1}{1 - 1{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}5} = 1{,}47;$$

из (6-24а)

$$a_0 = \frac{1}{\delta} \cdot \frac{1}{1{,}47} = \frac{0{,}68}{\delta};$$

из рис. 6-10

$$F_1 \left(\frac{o}{t_d}\right) = 1{,}04; \quad F_2 \left(\frac{o}{t_d}\right) = 0{,}2;$$

из (6-26)

$$a_1 = \frac{0{,}4}{\delta} \cdot 1{,}04 = \frac{0{,}4}{\delta};$$

из (6-27)

$$a_2 = \frac{0{,}4}{\delta} \cdot 0{,}2 = \frac{0{,}08}{\delta}.$$

Выражение для удельной магнитной проводимости воздушного зазора при односторонней зубчатости согласно (6-20) и (6-24)

$$\lambda(\alpha) = \frac{\mu_0}{\delta}(0{,}68 - 0{,}4 \cos Z\alpha - 0{,}08 \cos 2Z\alpha - \ldots).$$

Пример 2. $o/t_d = 0{,}2$; $o/\delta = 4$.

Аналогично получим выражение для проводимости воздушного зазора

$$\lambda(\alpha) = \frac{\mu_0}{\delta}(0{,}91 - 0{,}17 \cos Z\alpha - 0{,}14 \cos 2Z\alpha - \ldots).$$

Из сравнения этих двух примеров видно, что во втором случае нельзя пренебрегать 2-й гармоникой, потому что ее амплитуда такого же порядка, что и амплитуда 1-й гармоники. Если для ν-й гармоники

$$\nu o/t_d = 0{,}625, \qquad (6\text{-}28)$$

то $F_\nu(o/t_d) = 1/\nu$.

Для

$$\frac{\nu o}{t_d} = \frac{2}{1{,}6}, \; \frac{3}{1{,}6}, \; \frac{4}{1{,}6} \ldots \qquad (6\text{-}28а)$$

$$F_\nu(o/t_d) = 0$$

и, следовательно, амплитуда $a_\nu = 0$. В нижеследующей таблице приведены значения отношения o/t_d, удовлетворяющие условиям (6-28), (6-28а) для различных ν.

6*

При отношении $o/t_d=0{,}625$ и $F_1(o/t_d)=1$ все остальные гармоники исчезнут.

ν	1	2	3	4	5
o/t_d при $F_\nu(o/t_d)=1/\nu$	0,625	0,312	0,208	0,156	0,125
o/t_d при $F_\nu(o/t_d)=0$	—	0,625 —	0,416 0,625 —	0,312 0,470 0,625 —	0,250 0,375 0,500 0,625

Для большей наглядности решения уравнения (6-23) выразим в соответствии с рис. 6-9 функцию $f(\alpha)$ в виде

$$f(\alpha)=1/\delta-g(\alpha). \tag{6-29}$$

Функция $g(\alpha)$ пропорциональна разности между действительной магнитной проводимостью воздушного зазора и проводимостью зазора при отсутствии пазов. Если подставить (6-29) в (6-23), то после преобразования получим:

$$\lambda_{1,2}(\alpha)=\frac{\mu_0}{\delta}\,\frac{[1/\delta-g_1(\alpha)]\,[1/\delta-g_2(\alpha-\alpha_r)]}{[1/\delta^2-g_1(\alpha)\,g_2(\alpha-\alpha_r)]}.$$

Так как для любого значения α справедливы отношения $1/\delta>g_1(\alpha)$ и $1/\delta>g_2(\alpha)$, то, следовательно, $1/\delta^2>g_1(\alpha)g_2(\alpha-\alpha_r)$.

Выражение для магнитной проводимости можно, таким образом, записать в виде

$$\lambda_{1,2}(\alpha)=\mu_0\delta\left(\frac{1}{\delta}-g_1(\alpha)\right)\left(\frac{1}{\delta}-g_2(\alpha-\alpha_r)\right)\left\{1+\sum_{n=1}^{\infty}[\delta^2 g_1(\alpha)\,g_2(\alpha-\alpha_r)]^n\right\}. \tag{6-30}$$

С учетом (6-29)

$$\lambda_{1,2}(\alpha)=\frac{\delta}{\mu_0}\lambda_1(\alpha)\,\lambda_2(\alpha-\alpha_r)\left\{1+\sum_{n=1}^{\infty}[\delta^2 g_1(\alpha)\,g_2(\alpha-\alpha_r)]^n\right\}. \tag{6-30а}$$

Если пренебречь вторым членом в фигурных скобках по сравнению с первым, то ошибка будет особенно велика для тех участков воздушного зазора, на которых оси

пазов статора и ротора совпадают. Рассмотрим наиболее неблагоприятный случай значений открытий статорных и роторных пазов, когда ширина зубца равна открытию паза ($o/t_d=0{,}5$). Для этого случая, воспользовавшись уравнениями (6-11) и (6-12), можно записать:

$$f(\alpha)=\frac{1}{\delta}[1-\beta(1-\cos Z\alpha)]. \tag{6-30б}$$

Сравнивая полученное уравнение с уравнением (6-29), функции $g(\alpha)$ можно представить как

$$g_1(\alpha)=(\beta_1/\delta)[1-\cos Z_1\alpha];$$

$$g_2(\alpha-\alpha_r)=(\beta_2/\delta)[1-\cos Z_2(\alpha-\alpha_r)].$$

В этом случае средняя ошибка, вызванная пренебрежением второго члена в фигурных скобках уравнения (6-30а), будет:

$$\Delta<\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\{\beta_1\beta_2[1+\cos Z_1\alpha][1+\cos Z_2(\alpha-\alpha_r)]\}^n\,d\alpha=$$

$$=\frac{1}{2\pi}\,\frac{\beta_1\beta_2}{1-\beta_1\beta_2}.$$

Если принять для статора и ротора $o/\delta=12$, то $\beta_1=\beta_2=0{,}42$. Средняя ошибка для этого наиболее неблагоприятного случая

$$\Delta<\frac{100}{2\pi}\,\frac{0{,}17}{1-0{,}17}=3{,}2\%.$$

Следовательно, для всех случаев функция $\lambda_{1,2}(\alpha)$ (6-30а) хорошо аппроксимируется зависимостью

$$\lambda_{1,2}(\alpha)\approx\frac{\delta}{\mu_0}\lambda_1(\alpha)\,\lambda_2(\alpha-\alpha_r), \tag{6-31}$$

где $\lambda_1(\alpha)$ и $\lambda_2(\alpha-\alpha_r)$ — частные проводимости, обусловленные зубчатостью статора и ротора соответственно. Если представить эти проводимости в виде рядов Фурье по (6-24) и (6-25), то после преобразования и подстановки значений a_0 и b_0 и (6-24а) из (6-25а) получим следующее выражение:

$$\lambda_{1,2}(\alpha)=\mu_0\left\{\frac{1}{\delta k_{c1}k_{c2}}-\frac{a_1}{k_{c2}}\cos Z_1\alpha-\frac{b_1}{k_{c1}}\cos Z_2(\alpha-\alpha_r)+\right.$$

$$+\frac{\delta a_1 b_1}{2}[\cos((Z_1+Z_2)\alpha-Z_2\alpha_r)+$$

$$+\cos\left((Z_1 - Z_2)\alpha + Z_2\alpha_r\right)] + \ldots\Big\}. \qquad (6\text{-}32)$$

Коэффициенты a_1 и b_1 определяются из (6-26).

Магнитная проводимость воздушного зазора содержит как основные члены гармоники порядка Z_1 и Z_2, соответствующие пазам статора и ротора, так и гармоники взаимного влияния порядка $Z_1 \pm Z_2$.

Средняя проводимость воздушного зазора получается интегрированием (6-32)

$$\lambda_s = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \lambda_{1,2}(\alpha)\,d\alpha = \frac{\mu_0}{\delta}\,\frac{1}{k_{c1}k_{c2}}.$$

Это выражение может быть переписано согласно (6-18) и (6-18а) в виде

$$B_s = B_{max}\,\frac{1}{k_{c1}k_{c2}},$$

что соответствует уравнению (6-7а), из которого выводился коэффициент Картера при двусторонней зубчатости $k_{c12} = k_{c1}k_{c2}$ (6-10). Это доказательство подтверждает правильность как анализа проводимостей воздушного зазора, так и результирующего коэффициента Картера.

6-3. ВЛИЯНИЕ НАСЫЩЕНИЯ ОТ ПОЛЕЙ РАССЕЯНИЯ НА МАГНИТНУЮ ПРОВОДИМОСТЬ ВОЗДУШНОГО ЗАЗОРА

Рассмотрим явления, происходящие при пуске в самых распространенных асинхронных двигателях, имеющих полузакрытые пазы статора и полузакрытые или закрытые пазы ротора. Токи статора и ротора при пуске практически равны начальным токам короткого замыкания и в несколько раз больше номинального тока. Под влиянием большого пазового рассеяния и полей от высших гармонических МДС статора и ротора (см. гл. 4), которые пропорциональны полным токам отдельных пазов, зубцы сильно насыщаются. В результате этого действительное открытие пазов o как бы увеличивается до значения o' (рис. 6-11). Самое большее фиктивное открытие паза, вызванное насыщением зубцов, o_{max} находится в области максимального абсолютного значения полного тока паза. В области малых токов открытие паза не изменяется ($o' = o$).

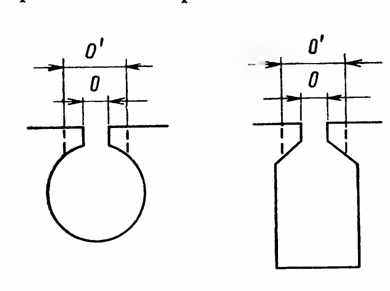


Рис. 6-11. Фиктивное открытие паза, вызванное насыщением зубцов.

При большом числе пазов на полюс полный ток Θ_r в r-м пазу приближенно определяется как $A(\alpha_r t)t_d$, где $A(\alpha_r, t)$ — линейная токовая нагрузка вращающейся си-

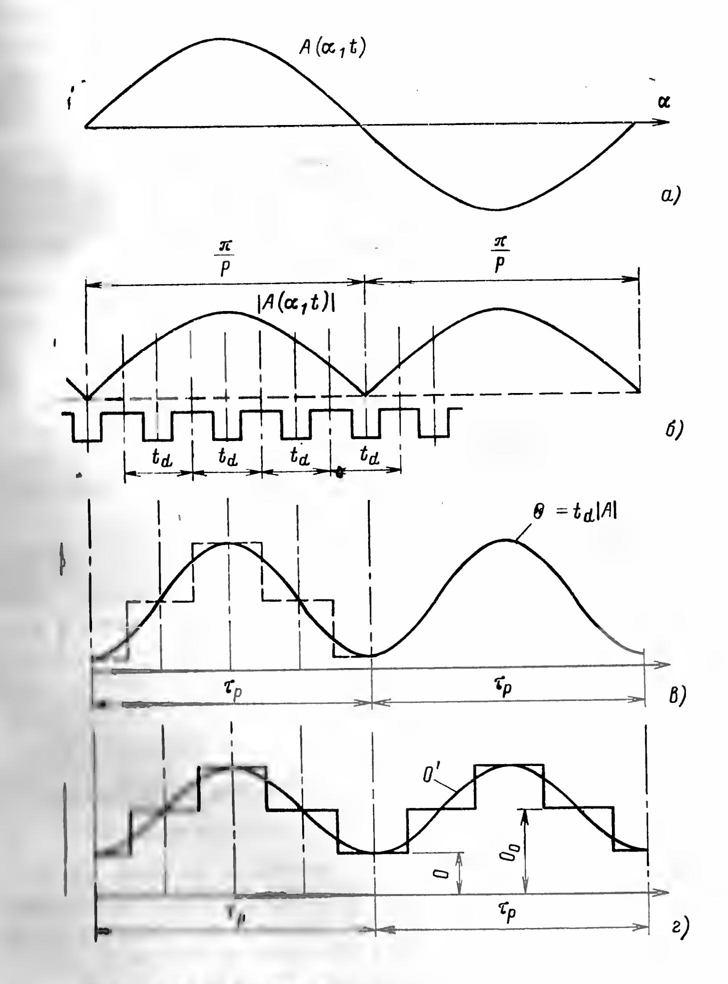


Рис. 6-12. К определению фиктивного открытия паза.

нусоидальной рабочей гармоники с p парами полюсов, соответствующая α_r. Таким образом, можно записать:

$$|\Theta_r| \approx |A(\alpha_r, t)| t_d = A_p |\sin(p\alpha_r - \omega t)| t_d. \qquad (6\text{-}33)$$

На рис. 6-12,*а* представлена кривая линейной токовой нагрузки $A(\alpha, t)$ в определенный момент времени. На рис. 6-12,*б* даны абсолютное значение $|A(\alpha, t)|$, а на рис. 6-12,*в* — полный ток $|\Theta|$ в отдельных пазах в тот же момент времени. На рис. 6-12,*г* показаны фиктивные открытия, определяемые полными токами пазов. Открытие паза o' вдоль полюсного деления — периодическая функция с периодом $\tau_p = \pi/p$. Из (6-33) видно, что полный ток паза $|\Theta|$ перемещается в пространстве с синхронной угловой скоростью ω. Так как период изменения фиктивного открытия пазов равен половине периода рабочей гармоники, то для первой гармоники ряда Фурье фиктивного открытия паза можно написать:

$$o' = o_0 - o_1 \cos 2(p\alpha - \omega t), \qquad (6\text{-}34)$$

где o_0 — среднее значение открытия паза на полюсном делении; o_1 — амплитуда 1-й гармоники, равная $o_1 = o_0 - o$.

Магнитная проводимость λ воздушного зазора зависит от открытия паза (см. § 6-2); величина λ минимальна в области максимального открытия паза и наоборот. Поэтому, например, значение a_0 в (6-24) не постоянно и зависит от изменения открытия паза. Его можно выразить следующим соотношением:

$$a_0 = \bar{a}_0 - a'_0 \sin 2(p\alpha - \omega t). \qquad (6\text{-}35)$$

Ввиду неодинакового фиктивного открытия паза вдоль внутренней поверхности сердечника статора машины при больших скольжениях ряд Фурье содержит, кроме членов, приведенных в (6-32), также член порядка $2p$, вращающийся в пространстве с синхронной скоростью рабочего поля ($v_0 = \omega/p$).

6-4. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В НЕРАВНОМЕРНОМ ВОЗДУШНОМ ЗАЗОРЕ

Рассмотрим распределение линейной токовой нагрузки $A(\alpha, t)$ вдоль внутренней поверхности сердечника статора машины. Предполагая радиальное направление линий магнитной индукции в воздушном зазоре и бесконечно большую относительную магнитную проницае-

мость стали ($\mu_r = \infty$), получаем из (3-1) при неравномерном воздушном зазоре выражение

$$H(\alpha, t) = \left[H_0\delta_0 + R\int_0^{\alpha} A(\alpha, t)\, d\alpha\right] \frac{1}{\delta(\alpha)}\ {}^{*}. \qquad (6\text{-}36)$$

Величина δ_0 определяет воздушный зазор в точке $\alpha = 0$; H_0 находится из условия, что суммарный магнитный поток $\Phi = lR\int_0^{2\pi} B\, d\alpha$ равен 0, или

$$\mu_0 \int_0^{2\pi} H(\alpha)\, d\alpha = 0.$$

Подставляя $H(\alpha, t)$ из (6-36), получаем:

$$H_0 = -\frac{R}{\delta_0} \frac{\int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{\delta(\alpha)} \int_0^{\alpha} A(\alpha, t)\, d\alpha}{\int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{\delta(\alpha)}}. \qquad (6\text{-}37)$$

Полагая, что кривая линейной токовой нагрузки содержит только вращающиеся гармоники вида

$$A(\alpha, t) = \sum_{\nu} A_\nu \sin(\nu\alpha \mp \omega t),$$

получаем:

$$\int_0^{\alpha} A(\alpha, t)\, d\alpha = -\sum_{\nu} \frac{A_\nu}{\nu} \cos(\nu\alpha \mp \omega t) + \sum_{\nu} \frac{A_\nu}{\nu} \cos \omega t^{**}. \qquad (6\text{-}38)$$

Как следует из сделанных выше выводов, для магнитного поля в воздушном зазоре с достаточной степенью точности применим принцип наложения. Поэтому достаточно рассмотреть только одну гармонику поля.

* Как указывалось ранее, радиус машины $R = 1$, однако включение этого параметра в (6-36) и далее необходимо для совпадения размерностей первого и второго слагаемых правой части (6-36). (*Прим. ред.*)

** Заметим, что второй член в (6-38) не является вращающейся составляющей, а только изменяется во времени.

Магнитная индукция $B_\nu(\alpha, t)$ в точке α, созданная ν-й гармоникой МДС, равна $B_\nu(\alpha, t) = \mu_0 H_\nu(\alpha, t)$. Используя уравнения (6-36)—(6-38), после преобразования получаем:

$$B_\nu(\alpha, t) = \frac{R\mu_0 \int_0^{2\pi} \frac{A_\nu}{\nu} \frac{\cos(\nu\alpha \mp \omega t)}{\delta(\alpha)} d\alpha}{\delta(\alpha) \int_0^{2\pi} d\alpha/\delta(\alpha)} - \frac{R\mu_0 \frac{A_\nu}{\nu} \cos(\nu\alpha \mp \omega t)}{\delta(\alpha)}. \quad (6\text{-}39)$$

Если разложить выражение $1/\delta(\alpha)$ в ряд Фурье с периодом 1-й гармоники 2π, соответствующим полной внутренней окружности сердечника статора, то получим, как и ранее, (6-24), (6-25):

$$1/\delta(\alpha) = a_0 + \sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu \cos\nu\alpha + \sum_{\nu=1}^{\infty} b_\nu \sin\nu\alpha, \quad (6\text{-}40)$$

где коэффициенты ряда определяются выражениями

$$a_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{\delta(\alpha)}; \quad a_\nu = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\cos\nu\alpha}{\delta(\alpha)} d\alpha; \quad b_\nu = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\sin\nu\alpha}{\delta(\alpha)} d\alpha. \quad (6\text{-}40\text{a})$$

Первый член (6-39) может быть записан в виде

$$\frac{R\mu_0 A_\nu}{\nu\delta(\alpha)} \frac{\cos\omega t \int_0^{2\pi} \frac{\cos\nu\alpha}{\delta(\alpha)} d\alpha \pm \sin\omega t \int_0^{2\pi} \frac{\sin\nu\alpha}{\delta(\alpha)} d\alpha}{\int_0^{2\pi} d\alpha/\delta(\alpha)} = \frac{R\mu_0 A_\nu}{\nu\delta(\alpha)} \frac{a_\nu \cos\omega t \pm b_\nu \sin\omega t}{2a_0}.$$

Окончательное выражение для магнитной индукции в воздушном зазоре:

$$B_\nu(\alpha, t) = -\frac{R\mu_0}{\delta(\alpha)} \frac{A_\nu}{\nu} \left\{\cos(\nu\alpha \mp \omega t) - \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{a_\nu}{a_0}\right)^2 + \left(\frac{b_\nu}{a_0}\right)^2} \sin(\omega t + \varphi)\right\}, \quad (6\text{-}41)$$

где $\varphi = \operatorname{arctg}(b_\nu/a_\nu)$.

Если порядок ν-й гармоники линейной токовой нагрузки не соответствует порядку гармоник в ряду $1/\delta(\alpha)$, то практически всегда справедливо

$$\sqrt{(a_\nu/a_0)^2 + (b_\nu/a_0)^2} \ll 1.$$

В этом случае с достаточной степенью точности справедливо выражение

$$B_\nu(\alpha, t) = -\mu_0 F_\nu \frac{\cos(\nu\alpha \mp \omega t)}{\delta(\alpha)}, \quad (6\text{-}42)$$

где $F_\nu = RA_\nu/\nu$ — амплитуда соответствующей гармоники МДС.

Мгновенная магнитная индукция B в точке α в этом случае определяется по (6-42) произведением мгновенной МДС и удельной магнитной проводимости воздушного зазора $\mu_0/\delta(\alpha)$ в этой же точке α.

6-5. ВЛИЯНИЕ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТА НА МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВОЗДУШНОМ ЗАЗОРЕ

Если ротор асинхронной машины, опираясь на подшипники, эксцентрично расположен в статоре, то возникает сила одностороннего магнитного притяжения, которая стремится увеличить эксцентриситет и значительно уменьшить критическую скорость вала.

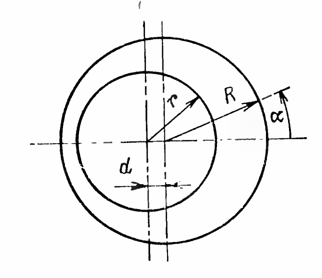


Рис. 6-13. Эксцентрично расположенный ротор.

Если r и R соответственно радиусы ротора и статора, не имеющих пазов (рис. 6-13), то зависимость воздушного зазора δ от угла α при смещении оси ротора на расстояние d от оси статора определяется выражением

$$\delta(\alpha) = R - r - d\cos\alpha = \delta_m - d\cos\alpha, \quad (6\text{-}43)$$

где $\delta_m = R - r$ — номинальный воздушный зазор машины.

Следовательно, удельная магнитная проводимость воздушного зазора равна:

$$\lambda(\alpha)=\frac{\mu_0}{\delta(\alpha)}=\frac{\mu_0}{\delta_m-d\cos\alpha}=\frac{\mu_0}{\delta_m(1-\varepsilon\cos\alpha)}, \qquad (6\text{-}44)$$

где ε — относительный эксцентриситет:

$$\varepsilon=d/\delta_m. \qquad (6\text{-}45)$$

Если разложить в ряд Фурье выражение для магнитной проводимости $\lambda(\alpha)$ воздушного зазора, то получим:

$$\lambda(\alpha)=\frac{\mu_0}{\delta_m}(\lambda_0+\lambda_1\cos\alpha+\ldots), \qquad (6\text{-}46)$$

где

$$\lambda_0=1/\sqrt{1-\varepsilon^2}; \qquad (6\text{-}47)$$

$$\lambda_1=2\frac{1-\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\varepsilon\sqrt{1-\varepsilon^2}}. \qquad (6\text{-}48)$$

Приближенно для $\varepsilon<0{,}7$ можно записать:

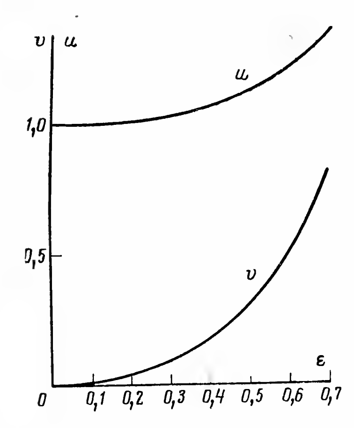


Рис. 6-14. Зависимости параметров u и v от эксцентриситета ε.

$$\lambda_0\approx\frac{1}{1-\varepsilon^2/2}; \qquad (6\text{-}49)$$

$$\lambda_1\approx\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon^2/2}. \qquad (6\text{-}50)$$

Если представить $\lambda_0=u$ и $\lambda_1=\varepsilon v$, то выражение для λ может быть представлено в следующем виде:

$$\lambda(\alpha)=\frac{\mu_0}{\delta_m}(u+\varepsilon v\cos\alpha). \qquad (6\text{-}51)$$

Параметры u и v, определяемые по (6-47) и (6-48), приведены на рис. 6-14.

Если α' — координата, отнесенная к внешней окружности сердечника ротора, то при вращении ротора с угловой скорстью ω_ε в случае динамического эксцентриситета для α' справедливо выражение

$$\alpha'=\alpha-\omega_\varepsilon t, \qquad (6\text{-}52)$$

где α — координата, отнесенная к статору;

$$\omega_\varepsilon=(1-s)\frac{\omega}{p}; \qquad (6\text{-}53)$$

здесь ω — угловая частота сети; s — скольжение; p — число пар полюсов машины.

При заторможенном роторе $\omega_\varepsilon=0$.

Если α' из (6-52) подставить в (6-51), то получим выражение для проводимости λ в точке α в момент времени t:

$$\lambda(\alpha,\ t)=\frac{\mu_0}{\delta_m}[u+\varepsilon v\cos(\alpha-\omega_\varepsilon t)]. \qquad (6\text{-}54)$$

Магнитная проводимость воздушного зазора λ, как следует из (6-54), равна сумме постоянной составляющей $(\mu_0 u/\delta_m)$ и переменной двухполюсной волны

$$\mu_0\frac{\varepsilon v}{\delta_m}\cos(\alpha-\omega_\varepsilon t).$$

Если статор имеет симметричную трехфазную обмотку, то рабочая гармоника линейной токовой нагрузки с p парами полюсов выражается как

$$A_p(\alpha,\ t)=A_p\sin(p\alpha-\omega t). \qquad (6\text{-}55)$$

Магнитное поле в воздушном зазоре, создаваемое этой гармоникой, при $p>1$ согласно (6-42) определяется выражением

$$B_p(\alpha,\ t)=-\mu_0\frac{A_pR}{\delta_m}\frac{\cos(p\alpha-\omega t)}{1-\varepsilon\cos(\alpha-\omega_\varepsilon t)}=$$

$$=-\mu_0\frac{A_pR}{\delta_m}\cos(p\alpha-\omega t)[u+\varepsilon v\cos(\alpha-\omega_\varepsilon t)]=$$

$$=-\mu_0\frac{A_pRu}{\delta_m}\Big\{\cos(p\alpha-\omega t)+\frac{\varepsilon v}{2u}[\cos((p+1)\alpha-$$

$$-(\omega+\omega_\varepsilon)t)+\cos((p-1)\alpha-(\omega-\omega_\varepsilon)t)]\Big\}. \qquad (6\text{-}56)$$

Магнитное поле в воздушном зазоре при $p=1$ согласно (6-39) определяется выражением

$$B_1(\alpha,\ t)=\frac{\mu_0 A_1 R}{\delta_m(1-\varepsilon\cos(\alpha-\omega_\varepsilon t))}\times$$

$$\times \left[\frac{\int\limits_0^{2\pi} \frac{\cos(\alpha - \omega t)\, d\alpha}{1 - \varepsilon \cos(\alpha - \omega_\varepsilon t)}}{\int\limits_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{1 - \varepsilon \cos(\alpha - \omega_\varepsilon t)}} - \cos(\alpha - \omega t) \right]. \qquad (6\text{-}57)$$

Учитывая (6-54), после интегрирования получаем:

$$B_1(\alpha, t) = -\mu_0 \frac{A_1}{\delta_m} Ru \left[\cos(\alpha - \omega t) \left(1 - \left(\frac{\varepsilon v}{2u}\right)^2\right) - \right.$$

$$- \left(\frac{\varepsilon v}{2u}\right)^2 \cos(\alpha + (\omega - 2\omega_\varepsilon) t) +$$

$$\left. + \frac{\varepsilon v}{2u} \cos(2\alpha - (\omega + \omega_\varepsilon) t) \right]. \qquad (6\text{-}58)$$

Из (6-56) и (6-58) следует, что эксцентриситет ротора вызывает дополнительные поля с $p \pm 1$ парами полюсов. Эти поля вращаются асинхронно с ротором и демпфируются полями, созданными токами беличьей клетки ротора. Если m — число стержней беличьей клетки на пару полюсов, то для этих полей, имеющих $p \pm 1$ пар полюсов, m много больше 1, т. е. $m = Z_2/(p \pm 1) > 8 \div 10$, вследствие чего происходит сильное ослабление этих полей. Если степень ослабления поля учесть коэффициентом демпфирования $D_{p\pm1}$, то величина $D_{p\pm1}$ может быть принята равной при $p=1$ $D_{p+1}=0{,}2$, при $p=2$; 3 $D_{p\pm1}= 0{,}25 \div 0{,}3$. Значение коэффициента демпфирования было рассчитано Фрейсом и Йорданом. При фазной роторной обмотке обмоточный коэффициент для этих дополнительных полей равен нулю, следовательно, рассматриваемые поля не индуктируют в обмотке ЭДС. В этом случае $D_{p\pm1}=1$.

С учетом ослабления дополнительных полей от эксцентриситета для магнитной индукции в воздушном зазоре, созданной рабочей гармоникой МДС с p парами полюсов, справедливо следующее выражение:

при $p=1$

$$B(\alpha, t) = -B_1 u \left\{ \left[1 - \left(\frac{\varepsilon v}{2u}\right)^2 \right] \cos(\alpha - \omega t) + \right.$$

$$+ \frac{\varepsilon v}{2u} D_2 \cos[2\alpha - (\omega + \omega_\varepsilon) t] -$$

$$\left. - \left(\frac{\varepsilon v}{2u}\right)^2 D_1 \cos[\alpha - (2\omega_\varepsilon - \omega) t] \right\}; \qquad (6\text{-}59)$$

при $p > 1$

$$B_p(\alpha, t) = -B_p u \left\{ \cos(p\alpha - \omega t) + \frac{\varepsilon v}{2u} D_{p+1} \cos[(p+1)\alpha - \right.$$

$$\left. - (\omega + \omega_\varepsilon) t] + \frac{\varepsilon v}{2u} D_{p-1} \cos[(p-1)\alpha - (\omega - \omega_\varepsilon) t] \right\}. \qquad (6\text{-}60)$$

Гармоники поля, порядок которых отличается на пару полюсов, создают в воздушном зазоре двухполюсную волну силы одностороннего магнитного притяжения. Амплитуда f_ε односторонней силы магнитного притяжения пропорциональна произведению амплитуд двух гармоник магнитной индукции, порядок которых отличается на одну пару полюсов.

В соответствии с (6-59) в двухполюсной машине амплитуда силы равна:

$$f_\varepsilon = \pi R l_e \frac{(B_1 u)^2}{2\mu_0} \left[1 - \left(\frac{\varepsilon v}{2u}\right)^2 \right] \frac{\varepsilon v}{2u} D_2, \qquad (6\text{-}61)$$

при $p > 1$

$$f_\varepsilon = \pi R l_e \frac{(B_p u)^2}{2\mu_0} \frac{\varepsilon v}{u} \left(\frac{D_{p+1} + D_{p-1}}{2} \right), \qquad (6\text{-}62)$$

где l_e — длина стали сердечника.

При статическом эксцентриситете ($\omega_\varepsilon = 0$) волна силы одностороннего магнитного притяжения неподвижна в пространстве и не изменяется во времени, в то время как при динамическом эксцентриситете двухполюсная волна силы вращается с угловой скоростью ротора и изменяется во времени с частотой, отличной от частоты сети.

Приведенные выше соотношения справедливы при режиме холостого хода двигателя. Если двигатель нагружен, то амплитуда линейной нагрузки в (6-56) и (6-57) подставляется с учетом реакции ротора.

Исходя из изложенного выше можно сделать следующие выводы:

1. Сила одностороннего магнитного притяжения пропорциональна квадрату магнитной индукции B_p и, следовательно, квадрату подведенного напряжения U:

$$f_\varepsilon \sim U^2. \qquad (6\text{-}63)$$

2. Сила магнитного притяжения нелинейно зависит от относительного эксцентриситета ε, так как согласно рис. 6-14 отношение v/u увеличивается с ростом ε, т. е.

$$f_\varepsilon \sim \varepsilon^{\psi(\varepsilon)}, \qquad (6\text{-}64)$$

где $\psi(\varepsilon) > 1$.

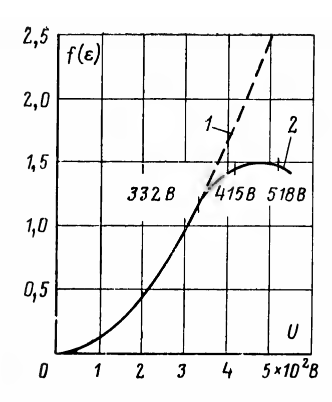


Рис. 6-15. Зависимость силы одностороннего магнитного притяжения от напряжения.

1 — расчетная; *2* — опытная.

3. Магнитное притяжение в двигателе с фазным ротором при равной индукции в воздушном зазоре и равном относительном эксцентриситете значительно больше, чем в короткозамкнутом двигателе.

Как следует из измерений, пренебрежение насыщением при расчете силы магнитного притяжения дает более или менее удовлетворительные результаты. При точных расчетах насыщение необходимо учитывать.

На рис. 6-15 представлена зависимость силы одностороннего магнитного притяжения от напряжения сети, измеренной в двигателе с $P=10$ кВт, $2p=6$ [266] и рассчитанной по (6-63). Очевидно, что теоретическая зависимость справедлива только в области слабого насыщения стали, в то время как в области более сильного насыщения сила одностороннего магнитного притяжения достигает максимального значения, а затем уменьшается. Принципиально насыщение всегда вызывает уменьшение силы одностороннего магнитного притяжения.

6-6. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПРИ ОДНОСТОРОННЕЙ И ДВУСТОРОННЕЙ ЗУБЧАТОСТИ

Сначала рассмотрим распределение магнитной индукции в воздушном зазоре машины, имеющей симметричную трехфазную обмотку статора с p парами полюсов, уложенную в $Z_1=6pq$ пазов. Обмотка имеет целое число пазов q на полюс и фазу. В случае гладкого ротора напряженность магнитного поля в воздушном зазоре в соответствии с уравнением (6-42) определяется выражением

$$H(\alpha, t)=\frac{1}{\mu_0}F_m(\alpha, t)\,\lambda(\alpha), \qquad (6\text{-}65)$$

где $F_m(\alpha, t)$ — временная и пространственная функция вращающейся МДС статорной обмотки.

Воспользовавшись уравнением (1-20), представим функцию $F_m(\alpha, t)$ в виде, аналогичном уравнению (1-46):

$$F_m(\alpha, t)=\sum_{\nu'=6c+1}F_{\nu'p}\sin(\omega t-\nu' p\alpha)+$$

$$+\sum_{\nu'=6c-1}F_{\nu'p}\sin(\omega t+\nu' p\alpha). \qquad (6\text{-}66)$$

В этом случае начало координат $\alpha=0$ лежит на оси той фазы, по которой в момент времени $t=\pi/2\omega$ проходит максимальный ток $I\sqrt{2}$ (см. § 1-9). У однослойных обмоток или двухслойных с диаметральным или с укороченным на четное число пазов шагом ось фазы ($\alpha=0$) проходит всегда по середине зубца, в то время как при укорочении шага на нечетное число пазов ось проходит по середине паза.

Сначала рассмотрим первый случай (однослойную обмотку или двухслойную обмотку с диаметральным или укороченным на четное число пазов шагом). Согласно (6-65) ν-я гармоника МДС ($\nu=\nu' p$) (с $2\nu' p$ полюсами) создает магнитное поле с напряженностью

$$H_\nu(\alpha, t)=\frac{1}{\mu_0}F_{\nu' p}\sin(\omega t\mp\nu' p\alpha)\,\lambda_1(\alpha). \qquad (6\text{-}67)$$

Функция $f_1(\alpha)$, пропорциональная распределению проводимости воздушного зазора $\lambda_1(\alpha')$, определена в системе координат с началом на оси паза. Уравнение (6-24) поэтому должно быть приведено к системе координат МДС с началом на оси зубца с помощью формулы преобразования:

$$\alpha'=\alpha+\pi/Z_1. \qquad (6\text{-}68)$$

Распределение удельной магнитной проводимости воздушного зазора $\lambda_1(\alpha)$ согласно (6-20), (6-24) с учетом (6-68) будет иметь вид:

$$\lambda_1(\alpha)=\mu_0\left[a_0-\sum_{\mu=1}^{\infty}a_\mu(-1)^\mu\cos\mu Z_1\alpha\right]. \qquad (6\text{-}69)$$

Напряженность магнитного поля $H_\nu(\alpha, t)$ от гармоники МДС порядка ν согласно (6-67) и (6-69) выражается как

$$H_\nu(\alpha, t)=F_{\nu' p}a_0\sin(\omega t\mp\nu' p\alpha)-$$

$$-\frac{F_{\nu' p}}{2}\sum_{\mu=1}^{\infty}a_\mu(-1)^\mu\{\sin[\omega t+(\mu Z_1\mp\nu' p)\alpha]+$$

$$+\sin[\omega t-(\mu Z_1\pm\nu' p)\alpha]\}. \qquad (6\text{-}70)$$

Если двухслойная статорная обмотка имеет шаг, укороченный на нечетное число пазов, то начало системы координат для МДС совпадает с началом системы координат для проводимости воздушного зазора, т. е.

$$\alpha'=\alpha. \tag{6-71}$$

В этом случае напряженность $H_\nu(\alpha, t)$ магнитного поля от ν-й гармоники МДС выражается как

$$H_\nu(\alpha, t)=F_{\nu'p}a_0\sin(\omega t\mp\nu'p\alpha)-$$
$$-\frac{F_{\nu'p}}{2}\sum_{\mu=1}^{\infty}a_\mu\{\sin[\omega t+(\mu Z_1\mp\nu'p)\alpha]+$$
$$+\sin[\omega t-(\mu Z_1\pm\nu'p)\alpha]\}. \tag{6-71a}$$

Как следует из (6-70) и (6-71a), односторонняя зубчатость зазора (пазы только на статоре) вызывает дополнительные группы магнитных полей, которые соответствуют второму члену этих выражений. Эти поля имеют $(\mu Z_1\pm\nu'p)$ пар полюсов и угловую скорость $\omega_{\nu'}=\pm\omega/(\mu Z_1\pm\nu'p)$. В данной точке α каждое из этих полей пульсирует с угловой частотой сети $\omega=2\pi f$.

Рассмотрим случай вращения зубчатого ротора с угловой скоростью ω_r внутри гладкого статора. В этом случае согласно уравнениям (6-20), (6-25) и (6-32) распределение проводимости воздушного зазора определяется выражением

$$\lambda_2(\alpha, t)=\mu_0\left[b_0-\sum_{\mu=1}^{\infty}b_\mu\cos\mu Z_2(\alpha-\omega_r t)\right].$$

Напряженность магнитного поля $H_\nu(\alpha, t)$, вызванного гармоникой МДС статора порядка $\nu=\nu'p$, может быть выражена уравнением

$$H_\nu(\alpha, t)=F_{\nu'p}b_0\sin(\omega t\mp\nu'p\alpha)-$$
$$-\frac{F_{\nu'p}}{2}\sum_{\mu=1}^{\infty}b_\mu\{\sin[(\omega-\mu Z_2\omega_r)t+(\mu Z_2\mp\nu'p)\alpha]+$$
$$+\sin[(\omega+\mu Z_2\omega_r)t-(\mu Z_2\pm\nu'p)\alpha]\}. \tag{6-72}$$

В этом случае гармоника МДС статора порядка $\nu=\nu'p$ создает добавочную группу магнитных полей с $(\mu Z_2\mp\nu'p)$ парами полюсов, вращающихся с угловой

скоростью $\pm(\omega\pm\mu Z_2\omega_r)/(\mu Z_2\mp\nu'p)$. В данной точке α каждое из этих полей пульсирует с угловой частотой $\Omega=\omega\pm\mu Z_2\omega_r$, т. е. с частотой, которая является линейной функцией угловой скорости ротора ω_r. При заторможенном роторе угловая частота этих полей равна угловой частоте сети $(\Omega=\omega)$.

При наличии пазов в статоре и роторе и если рассматривать только первые три члена ряда (6-32), напряженность магнитного поля в воздушном зазоре $H_\nu(\alpha, t)$ определяется как

$$H_\nu(\alpha, t)=a'_0F_{\nu'p}\sin(\omega t\mp\nu'p\alpha)-\frac{a'_1F_{\nu'p}}{2}\{\sin[\omega t+$$
$$+(Z_1\mp\nu'p)\alpha]+\sin[\omega t-(Z_1\pm\nu'p)\alpha]\}-$$
$$-\frac{b'_1F_{\nu'p}}{2}\{\sin[(\omega-Z_2\omega_r)t+(Z_2\mp\nu'p)\alpha]+$$
$$+\sin[(\omega+Z_2\omega_r)t-(Z_2\pm\nu'p)\alpha]\}. \tag{6-73}$$

Коэффициенты

$$a'_0=1/(\delta k_{c1}k_{c2});\quad a'_1=a_1/k_{c2};\quad b'_1=b_1/k_{c1} \tag{6-73a}$$

следуют из уравнения (6-32).

Поля, соответствующие выражению $\sin[\omega t\pm(Z_1\mp\nu'p)\alpha]$, обусловленные взаимодействием гармоники МДС статора порядка $\nu'p$ и 1-й $(\mu=1)$ гармоники проводимости воздушного зазора $\lambda_1(\alpha)$ (6-69) от зубчатости статора будем в дальнейшем называть полями от зубчатости статора первого порядка. Угловые скорости этих полей равны:

$$\omega_1=\pm\omega/(Z_1\pm\nu'p). \tag{6-74}$$

Поля от зубчатости ротора первого порядка, обусловленные взаимодействием гармоники МДС статора порядка $\nu'p$ и 1-й гармоники проводимости воздушного зазора $\lambda_2(\alpha, t)$ от зубчатости ротора, соответствуют выражениям $\sin[(\omega\mp Z_2\omega_r)t\pm(Z_2\mp\nu'p)\alpha]$ и имеют угловые скорости

$$\omega_2=-\frac{\omega-Z_2\omega_r}{Z_2\mp\nu'p}$$

или

$$\omega_2=\frac{\omega+Z_2\omega_r}{Z_2\pm\nu'p}. \tag{6-74a}$$

Угловые скорости этих полей относительно ротора

$$\omega_{\text{отн}}=\omega_2-\omega_r=\frac{\omega\pm\nu' p\omega_r}{Z_2\mp\nu' p}$$

или

$$\omega_{\text{отн}}=-\frac{\omega\mp\nu' p\omega_r}{Z_2\mp\nu' p}. \qquad (6\text{-}75)$$

Из этих выражений следует, что поля от зубчатости ротора, вызванные гармоникой МДС статора порядка $\nu=\nu' p$, вращаются синхронно с ротором при угловой скорости ротора, равной

$$\omega_r=\pm\omega/\nu' p, \qquad (6\text{-}75\text{a})$$

т. е. если угловая скорость ротора равна угловой скорости возбуждающей гармоники МДС статора порядка $\nu=\nu' p$.

6-7. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОЛЕЙ ОТ ЗУБЧАТОСТИ И ПОЛЕЙ ОТ ЗУБЦОВЫХ ГАРМОНИК МДС СТАТОРА

Из анализа обмоточных коэффициентов и доказательства их периодичности (см. § 1-7 и 1-8) было установлено, что наиболее значительными гармониками в кривой МДС, кроме рабочей гармоники порядка $\nu=p$, являются так называемые зубцовые гармоники первого порядка $\nu=Z_1\pm p$. Они имеют такой же обмоточный коэффициент, что и рабочая гармоника. У всех зубцовых гармоник амплитуды обратно пропорциональны их порядку. Поэтому ниже рассматривается влияние пазов на поля от зубцовых гармоник, как наиболее сильных в кривой МДС.

Согласно вторым членам выражений (6-70) и (6-71а) при наличии пазов на статоре рабочая гармоника ($\nu'=1$) МДС статора в обоих случаях создает дополнительную группу гармоник поля порядка $\mu Z_1\pm p$, из которых максимальными будут гармоники порядка $Z_1\pm p$, соответствующие 1-й гармонике проводимости воздушного зазора ($\mu=1$).

Поле от зубчатости статора с числом пар полюсов Z_1+p имеет угловую скорость

$$\omega_\nu=\omega/(Z_1+p).$$

Поле от зубчатости статора с числом пар полюсов Z_1-p имеет угловую скорость

$$\omega_\nu=-\omega/(Z_1-p).$$

Отрицательный знак угловой скорости означает, что соответствующая гармоника поля вращается в направлении, противоположном направлению вращения поля рабочей гармоники. Амплитуды напряженностей этих гармоник поля согласно (6-70) и (6-71а) равны $^1/_2 F_p a_1$.

Зубцовые гармоники МДС первого порядка создают согласно первому члену выражения (6-73) гармоники магнитного поля, имеющие то же число пар полюсов ($\nu' p=Z_1\pm p$) и вращающиеся в пространстве с теми же скоростями, что и гармоники поля от зубчатости статора. Амплитуды напряженностей этих полей, обусловленных первыми зубцовыми гармониками МДС статора, равны $F_{Z1\pm p}a_0$. Исходя из (1-39) и (1-46) эти амплитуды пропорциональны обмоточному коэффициенту $\zeta_\nu=\zeta_{k\nu}\,\zeta_{r\nu}$.

Для зубцовой гармоники МДС порядка $\nu=Z_1+p$ обмоточный коэффициент согласно (1-26) и (1-30) равен:

$$\zeta_{Z1+p}=\frac{\sin\frac{Z_1+p}{Z_1}q\pi}{q\sin\frac{Z_1+p}{Z_1}\pi}\sin\frac{Z_1+p}{Z_1}(3q-N_k)\pi=$$

$$=-\frac{1}{q}\cos q\pi\cos(3q-N_k)\pi\frac{\sin\frac{\pi}{6}}{\sin\frac{\pi}{6q}}\sin\frac{3q-N_k}{6q}\pi, \qquad (6\text{-}76)$$

где N_k — число пазов, на которое укорочен шаг обмотки.

Знак амплитуды зубцовой гармоники МДС порядка $\nu=Z_1+p$ определяется знаком выражения

$$-\cos q\pi\cos(3q-N_k)\pi. \qquad (6\text{-}76\text{a})$$

При однослойной обмотке и двухслойной обмотке с шагом, укороченным на четное число пазов, т. е. $N_k=2c$, где $c=0, 1, 2, \ldots$, выражение (6-76а) для q, равного целому числу, имеет значение -1. При двухслойной обмотке с шагом, укороченным на нечетное число пазов, т. е. $N_k=2c+1$, выражение (6-76а) при q, равном целому числу, имеет значение $+1$. Учитывая знаки амплитуд напряженности гармоник поля от зубчатости, определяемых вторым членом уравнения (6-73) при $\mu=1$, можно сделать вывод: для машин, имеющих целое число пазов на полюс и фазу, амплитуда напряженности поля от зубцовой гармоники МДС статора поряд-

ка $\nu=Z_1+p$ вычитается из амплитуды напряженности поля от зубчатости статора того же порядка независимо от числа пазов, на которое укорочен шаг обмотки.

Результирующая амплитуда напряженности гармоники магнитного поля в воздушном зазоре, имеющей Z_1+ $+p$ пар полюсов, равна:

$$H_{Z1+p}=F_p\left[\frac{a'_1}{2}-a'_0\left|\frac{F_{Z1+p}}{F_p}\right|\right]. \qquad (6\text{-}77)$$

Из (1-43) следует, что

$$\left|\frac{F_{Z1+p}}{Fp}\right|=\frac{p}{Z_1+p},$$

поэтому уравнение (6-77) может быть переписано в виде

$$|H_{Z1+p}|=F_pa'_0\left(\frac{a'_1}{2a_0}-\frac{p}{Z_1+p}\right). \qquad (6\text{-}77а)$$

Значения a'_0 и a'_1 определяются уравнениями (6-73а).

Для машины с равномерным воздушным зазором амплитуда напряженности магнитного поля от зубцовой гармоники МДС порядка $\nu=Z_1+p$ определяется первым членом уравнения (6-70)

$$H_{(Z1+p)0}=\frac{F_{Z1+p}}{\delta}=a'_0F_p\frac{p}{Z_1+p}k_{c1}k_{c2}. \qquad (6\text{-}77б)$$

При наличии пазов напряженность этой же гармоники поля будет уменьшена до величины, определяемой уравнением (6-77а). Отношение результирующей амплитуды гармоники поля порядка $\nu=Z_1+p$ машины с пазами к амплитуде того же поля машины без пазов определяется коэффициентом $\xi_{(Z1+p)0}$:

$$\xi_{(Z1+p)0}=\frac{H_{Z1+p}}{H_{(Z1+p)0}}=\left[\frac{a'_1}{2a'_0}\frac{Z_1+p}{p}-1\right]\frac{1}{k_{c1}k_{c2}}. \qquad (6\text{-}78)$$

Для обмоточного коэффициента зубцовой гармоники МДС порядка $\nu=Z_1-p$ получим выражение, аналогичное (6-76):

$$\xi_{Z1-p}=\frac{1}{q}\cos q\pi\cos(3q-$$

$$-N_k)\pi\frac{\sin\frac{\pi}{6}}{\sin\frac{\pi}{6q}}\sin\frac{3q-N_k}{6q}\pi.$$

Следовательно, знак амплитуды зубцовой гармоники МДС порядка $\nu=Z_1-p$ противоположен знаку амплитуды зубцовой гармоники порядка $\nu=Z_1+p$.

Для машин, имеющих целое число пазов на полюс и фазу, амплитуда напряженности поля от зубцовой гармоники МДС статора порядка $\nu=Z_1-p$ складывается с амплитудой напряженности поля от зубчатости статора того же порядка независимо от числа пазов, на которое укорочен шаг обмотки. В этом случае результирующая амплитуда напряженности гармоники магнитного поля в воздушном зазоре с числом пар полюсов Z_1-p равна:

$$H_{Z1-p}=-F_pa'_0\left[\frac{a'_1}{2a'_0}+\frac{p}{Z_1-p}\right]. \qquad (6\text{-}78а)$$

Аналогично выражению (6-78) отношение результирующей амплитуды гармоники поля порядка $\nu=Z_1-p$ в машине с пазами к амплитуде того же поля в машине без пазов определяется как

$$\xi_{(Z1-p)0}=\left[\frac{a'_1}{2a'_0}\frac{Z_1-p}{p}+1\right]\frac{1}{k_{c1}k_{c2}}. \qquad (6\text{-}78б)$$

6-8. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОЛЕЙ ОТ ЗУБЧАТОСТИ И ПОЛЕЙ ОТ ЗУБЦОВЫХ ГАРМОНИК МДС РОТОРА

При гладком статоре рабочая гармоника МДС вызывает под влиянием пазов ротора дополнительные магнитные поля, из которых наиболее значительными согласно (6-72) (при $\nu'=\mu=1$) являются поля порядка $\nu=Z_2\pm p$. Эти поля вращаются в воздушном зазоре с угловой скоростью

$$\omega_\nu=\pm\frac{\omega\pm Z_2\omega_r}{Z_2\pm p}.$$

Если ротор имеет трехфазную обмотку и вращается с угловой скоростью ω_r, то по обмотке протекает ток с частотой скольжения $f_2=sf_1$. Роторная система координат может быть преобразована в статорную систему координат с помощью соотношения

$$\alpha'=\alpha-\omega_rt.$$

После преобразования уравнение (6-72) примет вид, аналогичный (6-70) и (6-71а). Таким же способом, как и в § 6-7, может быть доказано, что поле от зубчатости ротора первого порядка складывается с соответствую-

щим полем, созданным зубцовой гармоникой МДС ротора порядка Z_2-p, в то время как поле порядка Z_2+p вычитается из него.

Если ротор имеет короткозамкнутую обмотку с Z_2 стержнями, то соотношения аналогичны. Согласно уравнению (1-52) МДС беличьей клетки содержит, кроме рабочей гармоники порядка $\nu=p$, только зубцовые гармоники порядка $Z_2 \pm p$. Самые значительные зубцовые гармоники МДС ротора порядка $Z_2 \pm p$ вызывают поля с теми же числами пар полюсов, что и поля зубчатости ротора, обусловленные взаимодействием рабочей гармоники МДС и 1-й гармоники проводимости λ_2.

При короткозамкнутой обмотке, так же как и при фазной, наличие пазов ротора вызывает увеличение амплитуды напряженности поля от зубцовой гармоники МДС порядка Z_2-p в отношении

$$\left(\frac{b_1}{2b_0}\frac{Z_2-p}{p}+1\right):1, \tag{6-79}$$

в то время как амплитуда напряженности поля порядка Z_2+p уменьшается в отношении

$$\left(\frac{b_1}{2b_0}\frac{Z_2+p}{p}-1\right):1. \tag{6-79a}$$

Коэффициенты b_0 и b_1 для соответствующих размеров сердечника ротора определяются выражениями (6-25a) и (6-26).

В реальной машине при работе по обмоткам статора и ротора проходит ток. При этом поля от зубчатости статора и ротора первого порядка, имеющие $Z_1 \pm p$ или $Z_2 \pm p$ пар полюсов, вызваны результирующей МДС F_{p0}, пропорциональной намагничивающей составляющей I_{m0} тока холостого хода, в то время как соответствующие поля от зубцовых гармоник МДС пропорциональны току статора I_1.

Если угол φ — сдвиг по фазе между векторами тока и напряжения при номинальной мощности двигателя, то амплитуда напряженности результирующего поля в воздушном зазоре, имеющего Z_1-p пар полюсов, будет равна:

$$H_{Z1-p}=\sqrt{(F_{Z1-p}a'_0\cos\varphi)^2+\left(F_{Z1-p}a'_0\sin\varphi+F_{p0}\frac{a'_1}{2}\right)^2}, \tag{6-80}$$

а амплитуда напряженности результирующего поля в воздушном зазоре, имеющего Z_1+p пар полюсов, будет равна:

$$H_{Z1+p}=\sqrt{(F_{Z1+p}a'_0\cos\varphi)^2+\left(F_{Z1+p}a'_0\sin\varphi-F_{p0}\frac{a'_1}{2}\right)^2}. \tag{6-80a}$$

В режиме короткого замыкания можно с достаточной степенью точности принять

$$H_{Z1-p}\approx F_{Z1-p}a'_0\sin\varphi_k+F_{p0}\frac{a'_1}{2}; \tag{6-81}$$

$$H_{Z1+p}\approx F_{Z1+p}a'_0\sin\varphi_k-F_{p0}\frac{a'_1}{2}. \tag{6-81a}$$

При номинальном режиме работы двигателя из (6-80) и (6-80a) следует:

$$\xi_{(Z1-p)n}=\frac{1}{k_{c1}k_{c2}}\sqrt{\cos^2\varphi+\left(\sin\varphi+\frac{F_{p0}}{F_{Z1-p}}\frac{a'_1}{2a'_0}\right)^2}=$$
$$=\frac{1}{k_{c1}k_{c2}}\sqrt{1+2\sin\varphi\frac{I_{n0}}{I_n}\frac{Z_1-p}{p}\frac{a'_1}{2a'_0}+\left(\frac{I_{n0}}{I_n}\frac{Z_1-p}{p}\frac{a'_1}{2a'_0}\right)^2}; \tag{6-82}$$

$$\xi_{(Z1+p)n}=\frac{1}{k_{c1}k_{c2}}\times$$
$$\times\sqrt{1-2\sin\varphi\frac{I_{n0}}{I_n}\frac{Z_1+p}{p}\frac{a'_1}{2a'_0}+\left(\frac{I_{n0}}{I_n}\frac{Z_1+p}{p}\frac{a'_1}{2a'_0}\right)^2}. \tag{6-82a}$$

Из этих соотношений видно, что величина ξ и, следовательно, амплитуды напряженности результирующих полей в воздушном зазоре с $Z_1 \pm p$ парами полюсов зависят в значительной степени от открытия пазов и режима работы двигателя.

Поясним это на следующих примерах.

Пример 1. Двигатель с открытыми пазами статора и полузакрытыми пазами ротора:

$$o_1/t_1=0{,}5;\quad o_1/\delta=10;\quad o_2/t_2=0{,}2;\quad o_2/\delta=4.$$

Проводимость λ_1:

$$\beta(o_1/\delta=10)=0{,}4, \qquad \text{см. рис. 6-3;}$$

$$k_{c1}=\frac{1}{1-1{,}6\cdot 0{,}4\cdot 0{,}5}=1{,}47, \qquad \text{см. (6-17).}$$

Следовательно,

$$a_0 = 1/k_{c1}\delta = 0{,}68/\delta, \qquad \text{см. (6-25);}$$

$$a_1 = \frac{0{,}4}{\delta}\cdot 1{,}04 = \frac{0{,}4}{\delta}, \qquad \text{см. (6-26);}$$

$$F_1\,(o_1/t_1 = 0{,}5) = 1{,}04, \qquad \text{см. рис. 6-10.}$$

При наличии пазов только на статоре (ротор гладкий) магнитная проводимость воздушного зазора равна:

$$\lambda_1\,(\alpha) = \frac{\mu_0}{\delta}\,(0{,}68 - 0{,}4\cos Z_1\alpha - \ldots).$$

Соответственно для ротора с пазами и гладкого статора при $\beta\,(o_2/\delta = 4) = 0{,}27$ определим магнитную проводимость воздушного зазора

$$k_{c2} = 1/(1 - 1{,}6\cdot 0{,}27\cdot 0{,}2) = 1{,}1;\quad b_0 = 0{,}9/\delta;$$
$$b_1 = 0{,}27\cdot 0{,}62/\delta = 0{,}17/\delta;\quad F_1\,(0{,}2) = 0{,}62;$$

$$\lambda_2\,(\alpha) = \frac{\mu_0}{\delta}\,(0{,}9 - 0{,}17\cos Z_2\alpha - \ldots).$$

При наличии пазов на статоре и роторе результирующая проводимость согласно уравнению (6-32)

$$\lambda_{12}\,(\alpha) = \mu_0\left[\frac{1}{\delta k_{c1}k_{c2}} - \frac{a_1}{k_{c2}}\cos Z_1\alpha - \frac{b_1}{k_{c1}}\cos Z_2\alpha + \ldots\right] =$$

$$= \frac{\mu_0}{\delta}\,(0{,}61 - 0{,}36\cos Z_1\alpha - 0{,}12\cos Z_2\alpha + \ldots).$$

Следовательно,

$$a'_0 = 0{,}61/\delta;\quad a'_1 = 0{,}36/\delta;\quad b'_1 = 0{,}12/\delta.$$

Для поля, имеющего $Z_1 - p$ пар полюсов, коэффициент ξ при холостом ходе машины согласно (6-78б) равен:

$$\xi_{(Z1-p)\,0} = \left[1 + \frac{Z_1 - p}{p}\cdot\frac{0{,}36}{1{,}22}\right]\cdot 0{,}61 = \left[1 + \frac{Z_1 - p}{p}\cdot 0{,}32\right]\cdot 0{,}61.$$

При $q = 3$ пазов на полюс и фазу $(Z_1 - p)/p = 17$. Следовательно,

$$\xi_{(Z1-p)0} = (1 + 17\cdot 0{,}32)\cdot 0{,}61 = 4.$$

При номинальном режиме двигателя коэффициент ξ согласно (6-82) при $\cos\varphi = 0{,}85$, $\sin\varphi = 0{,}53$ и $I_{n0}/I_n = 1/3$ равен:

$$\xi_{(Z1-p)\,n} = 0{,}61\sqrt{1 + \frac{2\cdot 0{,}53\cdot 17}{3}\cdot 0{,}32 + \left(\frac{17}{3}\cdot 0{,}32\right)^2} = 1{,}51.$$

Для поля, имеющего $Z_1 + p$ пар полюсов, коэффициент ξ при холостом ходе двигателя равен:

$$\xi_{(Z1+p)0} = (19\cdot 0{,}32 - 1)\cdot 0{,}61 = 3{,}1$$

и при номинальной нагрузке —

$$\xi_{(Z1+p)\,n} = 0{,}61\sqrt{1 - \frac{2\cdot 0{,}53\cdot 19}{3}\cdot 0{,}32 + \left(\frac{19}{3}\cdot 0{,}32\right)^2} = 1{,}05.$$

Пример 2. Двигатель с полуоткрытыми пазами статора и полузакрытыми пазами ротора:

$$o_1/t = 0{,}3;\quad o_1/\delta = 6;\quad o_2/t_2 = 0{,}2;\quad o_2/\delta = 4.$$

Проводимость λ_1:

$$\beta_1\,(6) = 0{,}34;\quad k_{c1} = 1{,}19;\quad a_0 = 1/k_{c1}\delta = 0{,}84/\delta;$$

$$a_1 = 0{,}34\cdot 0{,}82/\delta = 0{,}28/\delta\,[F_1\,(0{,}3) = 0{,}82].$$

Следовательно, при наличии пазов на статоре и гладком роторе

$$\lambda_1\,(\alpha) = \frac{\mu_0}{\delta}\,(0{,}84 - 0{,}28\cos Z_1\alpha + \ldots).$$

При гладком статоре и роторе с пазами, как и ранее,

$$\lambda_2\,(\alpha) = \frac{\mu_0}{\delta}\,(0{,}9 - 1{,}17\cos Z_2\alpha + \ldots).$$

Результирующая проводимость воздушного зазора при наличии пазов на статоре и роторе:

$$\lambda_{12}\,(\alpha) = \frac{\mu_0}{\delta}\left(0{,}84\cdot 0{,}9 - \frac{0{,}28}{1{,}2}\cos Z_1\alpha - \frac{0{,}17}{1{,}19}\cos Z_2\alpha + \ldots\right) =$$

$$= \frac{\mu_0}{\delta}\,(0{,}76 - 0{,}25\cos Z_1\alpha - 0{,}14\cos Z_2\alpha).$$

Следовательно,

$$a'_0 = 0{,}76/\delta;\quad a'_1 = 0{,}25/\delta;\quad b'_1 = 0{,}14/\delta.$$

Коэффициенты $\xi_{(Z\pm p)}$ при холостом ходе двигателя равны: $\xi_{(Z1-p)0} = 0{,}76(1 + 17\cdot 0{,}16) = 2{,}8$; $\xi_{(Z1+p)0} = 0{,}76(19\cdot 0{,}16 - 1) = 1{,}5$; и при номинальной нагрузке двигателя

$$\xi_{(Z1-p)\,n} = 0{,}76\sqrt{1 + (3\cdot 0{,}53\cdot 17)/3 + (17\cdot 0{,}17/3)^2} = 1{,}3;$$

$$\xi_{(Z1+p)\,n} = 0{,}76\sqrt{1 - 2\cdot 0{,}53\cdot 19\cdot 0{,}17/3 + (19\cdot 0{,}17/3)^2} = 0{,}78.$$

Из этих двух типичных примеров видно, что значительное увеличение амплитуд гармоник поля, имеющих $Z_1 \pm p$ пар полюсов, происходит при холостом ходе двигателя и намного меньше — при номинальной нагрузке. При полуоткрытых пазах статора это увеличение существенно меньше; следует отметить, что при номинальной нагрузке наличие пазов может вызвать даже ослабление гармоник поля, имеющих $Z_1 + p$ пар полюсов.

Как видно из примеров, полузакрытые пазы ротора мало влияют на величину результирующих полей, имею-

щих $Z_1 \pm p$ пар полюсов. Поэтому ниже будут рассмотрены зависимости для случая односторонней зубчатости (статор с пазами — гладкий ротор).

Для поля с $Z_2 - p$ парами полюсов при холостом ходе двигателя и

$$a_0 = \frac{1}{\delta}\left[1 - 1{,}6\beta\left(\frac{o_1}{\delta}\right)\left(\frac{o_1}{t_{d1}}\right)\right]; \quad a_1 = \frac{1}{\delta}\beta\left(\frac{o_1}{\delta}\right)F_1\left(\frac{o_1}{t_{d1}}\right)$$

справедливо выражение

$$\xi_{(Z1-p)0} = \left[1 - 1{,}6\beta\left(\frac{o_1}{\delta}\right)\left(\frac{o_1}{t_{d1}}\right)\right] \times$$
$$\times \left\{1 + \left(\frac{Z_1}{p} - 1\right)\frac{\beta\left(\frac{o_1}{\delta}\right)F_1\left(\frac{o_1}{t_{d1}}\right)}{2\left[1 - 1{,}6\beta\left(\frac{o_1}{\delta}\right)\left(\frac{o_1}{t_{d1}}\right)\right]}\right\}. \qquad (6\text{-}83)$$

При заданном отношении δ/t_{d1} коэффициент ξ является функцией открытия пазов статора o_1 и отношения o_1/t_{d1}.

Исследуем зависимость ξ от открытия паза статора o_1 для двух значений отношения $\delta/t_{d1}: \delta/t_{d1} = 0{,}05$ и $\delta/t_{d1} = 0{,}033$.

1. $\delta/t_{d1} = 0{,}05$.

Расчеты ξ при холостом ходе и при номинальной нагрузке двигателя выполнены для следующих отношений $o_1/t_{d1}: o_1/t_{d1} = 0{,}6$; 0,5; 0,3; 0,2, что соответствует всему диапазону возможных значений o_1/t_{d1} от открытых до полуоткрытых пазов статора. Величина ξ при холостом ходе двигателя $\xi_{(Z1-p)0}$, соответствующая результирующему полю в воздушном зазоре с $Z_1 - p$ парами полюсов, согласно (6-83) при $o_1/t_{d1} = 0{,}6$ и $o_1/\delta = 12$

$\beta(12) = 0{,}42$; $1 - 1{,}6\beta(o_1/t_{d1}) = 1 - 1{,}6 \cdot 0{,}42 \cdot 0{,}6 = 0{,}6$; $F_1(0{,}6) = 1$ равна:

$$\xi_{(Z1-p)\,0} = \left[1 + \left(\frac{Z_1}{p} - 1\right)\frac{0{,}42}{2 \cdot 0{,}6}\right] \cdot 0{,}6 = \left[1 + \right.$$
$$\left. + \left(\frac{Z_1}{p} - 1\right) \cdot 0{,}35\right] \cdot 0{,}6.$$

Таблица 6-1

$\frac{o_1}{t_{d1}}$	$Z_1/p=12$ $\xi_{(11)0}$	$Z_1/p=18$ $\xi_{(17)0}$	$Z_1/p=24$ $\xi_{(23)0}$
0,6	2,9	4,2	5,4
0,5	2,9	4	5,2
0,3	2,4	3,1	4,4
0,1	1,8	2,2	2,7

Таблица 6-2

$\frac{o_1}{t_{d1}}$	$Z_1/p=12$ $\xi_{(13)0}$	$Z_1/p=18$ $\xi_{(19)0}$	$Z_1/p=24$ $\xi_{(25)0}$
0,6	2,1	3,4	4,7
0,5	1,9	3	4,3
0,3	0,93	1,7	2,5
0,2	0,18	0,03	1,1

При $o_1/t_{d1} = 0{,}5$ и $o_1/\delta = 10$ получим:

$$\xi_{(Z1-p)0} = [1 + (Z_1/p - 1) \cdot 0{,}29] \cdot 0{,}68;$$

при $o_1/t_{d1} = 0{,}3$ и $o_1/\delta = 6$

$$\xi_{(Z1-p)0} = [1 + (Z_1/p - 1) \cdot 0{,}16] \cdot 0{,}84;$$

при $o_1/t_{d1} = 0{,}2$ и $o_1/\delta = 4$

$$\xi_{(Z1-p)0} = [1 + (Z_1/p - 1) \cdot 0{,}9] \cdot 0{,}9.$$

Результаты расчетов ξ при $q = 2$; 3; 4 и $Z_1/p = 12$; 18; 24 приведены в табл. 6-1.

При холостом ходе двигателя коэффициент $\xi_{(Z1+p)0}$, соответствующий полю в воздушном зазоре с $Z_1 + p$ парами полюсов, определяется приведенным выше уравнением:

$$\xi_{(Z1+p)\,0} = \frac{1}{k_{c1}}\left[\left(\frac{Z_1}{p} + 1\right)\frac{a'_1}{2a'_0} - 1\right]. \qquad (6\text{-}84)$$

Результаты расчетов $\xi_{(Z1+p)0}$ по (6-84) при различных значениях o_1/t_{d1} и Z_1/p приведены в табл. 6-2.

2. $\delta/t_{d1} = 0{,}033$.

Результаты расчетов $\xi_{(Z1-p)0}$ и $\xi_{(Z1+p)0}$ сведены в табл. 6-3 и 6-4 соответственно.

Таблица 6-3

$\frac{o_1}{t_{d1}}$	$Z_1/p=12$ $\xi_{(11)0}$	$Z_1/p=18$ $\xi_{(17)0}$	$Z_1/p=24$ $\xi_{(23)0}$
0,6	3,3	4,4	5,8
0,5	3	4,4	5,7
0,3	2,7	3,5	4,5
0,2	2	2,6	3,1

Таблица 6-4

$\frac{o_1}{t_{d1}}$	$Z_1/p=12$ $\xi_{(13)0}$	$Z_1/p=18$ $\xi_{(19)0}$	$Z/p=24$ $\xi_{(25)0}$
0,6	2,4	3,8	5,1
0,5	2,2	3,4	4,8
0,3	1,3	2,2	3,3
0,2	0,36	0,98	1,6

Как видно из этих таблиц, при холостом ходе двигателя наличие пазов на статоре вызывает значительное увеличение амплитуд полей в воздушном зазоре с $Z_1 \pm p$ парами полюсов. Этот вывод справедлив для поля с $Z_1 - p$ парами полюсов при открытых и полуоткрытых пазах статора и для поля с $Z_1 + p$ парами полюсов при открытых пазах статора. Амплитуда полей увеличивается нелинейно с ростом числа пазов на пару полюсов Z_1/p.

Рассчитаем коэффициент ξ_n для результирующих полей с $Z_1 \pm p$ парами полюсов при номинальной нагрузке двигателя и различных отношениях o_1/t_{d1} и Z_1/p. Предшествующие расчеты показали, что при холостом ходе двигателя величина ξ_0 слабо зависит от отношения δ/t_{d1}, поэтому дальнейшие расчеты проводятся только для случая $\delta/t_{d1} = 0{,}05$.

Предполагая, как и ранее, одностороннюю зубчатость (гладкий ротор и статор с пазами), получим коэффициенты $\xi_{(Z1-p)n}$ и $\xi_{(Z1+p)n}$, рассчитанные по уравнениям (6-82а) и (6-82) при различных отношениях o_1/t_{d1}. Результаты расчетов сведены в табл. 6-5 и 6-6 соответственно.

Из табл. 6-5 и 6-6 следует, что результирующее поле в воздушном зазоре с $Z_1 \pm p$ парами полюсов при номинальной нагрузке

Таблица 6-5

$\frac{o_1}{t_{d1}}$	$Z_1/p=12$	$Z_1/p=18$	$Z_1/p=24$
	$\xi_{(11)n}$	$\xi_{(17)n}$	$\xi_{(23)n}$
0,6	1,2	1,3	1,5
0,5	1,6	1,6	1,5
0,3	2	2	1,75

Таблица 6-6

$\frac{o_1}{t_{d1}}$	$Z_1/p=12$	$Z_1/p=18$	$Z_1/p=24$
	$\xi_{(13)n}$	$\xi_{(19)n}$	$\xi_{(25)n}$
0,6	0,8	0,8	0,8
0,5	1,2	1,1	0,92
0,3	1,6	1,4	1,1

зависит намного меньше от наличия пазов и их числа на пару полюсов Z_1/p, чем при холостом ходе.

В основном при номинальной нагрузке наличие пазов увеличивает поле с Z_1-p парами полюсов ($\xi_{(Z1-p)n}>1$), но намного меньше, чем в режиме холостого хода, в то время как поле с Z_1+p парами полюсов может либо увеличиваться, либо ослабляться ($\xi_{(Z1+p)n}\gtrless 1$).

Это может быть причиной некоторых паразитных явлений (добавочные моменты, увеличение уровня шума и т. д.). В машинах с одинаковым числом пазов, но с различной их геометрией эти явления могут быть более или менее выражены и зависят от области, в которой лежат отношения o_1/t_{d1} и o_1/δ.

6-9. РАЗНОСТНЫЕ ПОЛЯ СТАТОРА И РОТОРА

Рассмотрим поля, возникающие при взаимодействии гармоник магнитной проводимости воздушного зазора $\lambda_2(\alpha, t)$ от зубчатости ротора и зубцовой гармоники МДС статора порядка $\nu=Z_1+p$. Распределение этих магнитных полей в воздушном зазоре определяется выражением, аналогичным (6-72), которое выведено для гармоники МДС статора порядка $\nu=\nu'p$. Наиболее сильные поля из этой группы определяются уравнением

$$H'_{\Delta 1}(\alpha, t)=-F_{(Z1+p)}\frac{b'_1}{2}\{\sin[(\omega-Z_2\omega_r)t+(Z_2-(Z_1+p))\alpha]+\sin[(\omega+Z_2\omega_r)t-(Z_2+(Z_1+p))\alpha]\}. \quad (6\text{-}85)$$

Первое из этих полей с $Z_2-(Z_1+p)$ парами полюсов вращается в воздушном зазоре со скоростью

$$\omega_{\nu 1}=\frac{-\omega+Z_2\omega_r}{Z_2-(Z_1+p)}. \quad (6\text{-}86)$$

Второе поле с $Z_2+(Z_1+p)$ парами полюсов вращается в воздушном зазоре со скоростью

$$\omega_{\nu 2}=\frac{\omega+Z_2\omega_r}{Z_2+(Z_1+p)}. \quad (6\text{-}86\text{а})$$

Скорость первого поля порядка $\nu_1=Z_2-(Z_1+p)$ относительно вращающегося ротора равна:

$$\omega'_{\nu 1}=\frac{-\omega+(Z_1+p)\omega_r}{Z_2-(Z_1+p)}. \quad (6\text{-}87)$$

Скорость второго поля порядка $\nu_2=Z_2+(Z_1+p)$ относительно ротора

$$\omega'_{\nu 2}=\frac{\omega-(Z_1+p)\omega_r}{Z_2+(Z_1+p)}. \quad (6\text{-}88)$$

Как следует из (6-87) и (6-88), оба эти поля находятся в синхронизме с ротором при его угловой скорости

$$\omega_r=\omega/(Z_1+p). \quad (6\text{-}89)$$

Следовательно, эти поля находятся в синхронизме с ротором при той же угловой скорости, что и поле от зубцовой гармоники МДС статора порядка $\nu=Z_1+p$. При этой скорости ротора направление вращения полей, определяемых уравнением (6-85), относительно ротора совпадает с направлением вращения поля от зубцовой гармоники МДС статора с Z_1+p парами полюсов.

Следовательно, поля, соответствующие уравнению (6-85), воздействуют на ротор так же, как поле от зубцовой гармоники МДС, которая создала эти поля.

Принимая во внимание большое дифференциальное рассеяние обмотки ротора по отношению к полям высшего порядка (см. гл. 4 и § 7-3), в дальнейшем будем рассматривать только поле порядка $Z_2-(Z_1+p)$ с большой длиной волны, которое назовем дифференциальным или разностным полем ротора с напряженностью $H'_{\Delta 1}$.

Аналогично определим напряженность H''_{Δ} дифференциального (разностного) поля статора, обусловленного взаимодействием первых гармоник магнитной проводимости воздушного зазора $\lambda_1(\alpha)$ от зубчатости статора и зубцовой гармоники МДС ротора порядка $\mu=Z_2-p$, созданной рабочим током ротора*:

$$H''_{\Delta 1}(\alpha, t)=F_{Z2-p}\sin[(\omega-Z_2\omega_r)t+(Z_2-p)\alpha]\,a'_1\cos Z_1\alpha=\frac{a'_1}{2}F_{Z2-p}\{\sin[(\omega-Z_2\omega_r)t+$$

---

* Угловая частота тока в обмотке ротора $\omega-p\omega_r$, поэтому для $\mu=Z_2-p$ $\omega_\mu=(\omega-p\omega_r)$

$$-\mu\omega_r=\omega-p\omega_r-Z_2\omega_r+p\omega_r=\omega-Z_2\omega_r.$$

$$+(Z_2-(Z_1+p))\alpha]+\sin[(\omega-Z_2\omega_r)t+(Z_2+Z_1-p)\alpha]\}. \qquad (6\text{-}90)$$

Из (6-90) видно, что дифференциальное поле статора порядка $Z_2-(Z_1+p)$ имеет такую же скорость, что и дифференциальное поле ротора. Объединение этих двух дифференциальных полей дает результирующее дифференциальное поле с напряженностью $H_{\Delta 1}(\alpha, t)$:

$$H_{\Delta 1}(\alpha, t)=\left[-F_{Z1+p}\frac{b'_1}{2}+F_{Z2-p}\frac{a'_1}{2}\right]\sin\{[\omega-$$

$$-Z_2\omega_r]t+[Z_2-(Z_1+p)]\alpha\}. \qquad (6\text{-}91)$$

Если обозначить амплитуды МДС рабочей гармоники ротора как F'_p и статора как F''_p, то приближенно $F'_p\approx-F''_p$ (баланс МДС). Амплитуда напряженности результирующего дифференциального поля $H_{\Delta 1}$ может быть выражена как

$$H_{\Delta 1}\approx\frac{F_p}{2}\left[\frac{p}{Z_1+p}b'_1+\frac{p}{Z_2-p}a'_1\right]=$$

$$=F_{Z1+p}\frac{b_1}{2}\left[1+\frac{Z_1+p}{Z_2-p}\frac{a'_1}{b'_1}\right]. \qquad (6\text{-}91a)$$

Таким образом дифференциальные поля складываются.

6-10. ВЛИЯНИЕ РАЗНОСТНЫХ ПОЛЕЙ НА ПОЛЯ РОТОРА

Если дифференциальное поле с $\Delta=Z_2-(Z_1+p)$ парами полюсов, имеющее амплитуду $H_{\Delta 1}$, определяемую уравнением (6-91a), воздействует на обмотку ротора с Z_2 стержнями, то в обмотке ротора индуктируется ЭДС, вызывающая дополнительный ток. Ток в стержнях пропорционален

$$I_\Delta\sim\frac{H_{\Delta 1}}{(1+\tau_{d\Delta})L_\Delta},$$

где L_Δ — индуктивность и $\tau_{d\Delta}$ — коэффициент дифференциального рассеяния обмотки ротора, приведенные к полю с Δ парами полюсов.

Этот ток I_Δ обусловливает МДС обмотки ротора F_Δ, содержащую только гармоники порядка $cZ_2\pm\Delta$. Первая зубцовая гармоника МДС, имеющая $Z_2-\Delta$ пар полюсов, определяется выражением

$$F_{Z2-\Delta}(\alpha, t)=F_{Z2-\Delta}\sin\{[(Z_2\omega_r-\omega)-Z_2\omega_r]t-$$

$$-[Z_2-(Z_2-(Z_1+p))]\alpha\}=$$

$$=F_{Z2-\Delta}\sin[-\omega t+(Z_1+p)\alpha], \qquad (6\text{-}92)$$

где

$$F_{Z2-\Delta}\approx\frac{H_{\Delta 1}}{a'_0(1+\tau_{d\Delta})}\frac{Z_2-(Z_1+p)}{Z_1+p}. \qquad (6\text{-}93)$$

Следовательно, в кривой МДС обмотки ротора возникает зубцовая гармоника порядка $Z_2-\Delta$ с Z_1+p парами полюсов, вращающаяся в воздушном зазоре со скоростью $\omega/(Z_1+p)$ и изменяющаяся во времени с частотой сети ω. Амплитуда напряженности соответствующего поля в воздушном зазоре $F_{Z2-\Delta}a'_0$. Такое же поле получается при взаимодействии основной гармоники кривой МДС F_Δ, имеющей $\Delta=Z_2-(Z_1+p)$ пар полюсов, и 1-й гармоники проводимости воздушного зазора $\lambda_2(\alpha, t)$ при зубчатом роторе.

Это поле также имеет Z_1+p пар полюсов и вращается в воздушном зазоре со скоростью $\omega/(Z_1+p)$. Напряженность этого поля $[b'_1/2a'_0H'_{\Delta 1}/(1+\tau_{d\Delta})]$. Сложив алгебраически оба поля, получим результирующее дополнительное поле ротора с Z_1+p парами полюсов, изменяющееся во времени с частотой сети. Амплитуда напряженности этого поля равна:

$$H'_{Z1+p}=\frac{H_{\Delta 1}}{1+\tau_{d\Delta}}\frac{Z_2-(Z_1+p)}{Z_1+p}+\frac{b'_1}{2a'_0}\frac{H_{\Delta 1}}{1+\tau_{d\Delta}}=$$

$$=\frac{H_{\Delta 1}}{1+\tau_{d\Delta}}\frac{Z_2-(Z_1+p)}{Z_1+p}\left[1+\frac{b'_1}{2a'_0}\frac{Z_1+p}{Z_2-(Z_1+p)}\right].$$

Если подставить $H_{\Delta 1}$ из (6-91a), то получим:

$$H'_{Z1+p}=a'_0F_p\frac{p}{Z_1+p}\left(\frac{b'_1}{2a'_0}+\frac{Z_1+p}{Z_2-p}\frac{a'_1}{2a'_0}\right)\times$$

$$\times\frac{Z_2-(Z_1+p)}{(Z_1+p)(1+\tau_{d\Delta})}\left(1+\frac{b'_1}{2a'_0}\frac{Z_1+p}{Z_2-(Z_1+p)}\right). \qquad (6\text{-}94)$$

Суммарное магнитное поле ротора порядка $\nu=Z_1+p$, изменяющееся во времени с частотой сети, представляет собой алгебраическую сумму поля H'_{Z1+p} и основного поля реакции ротора $H''_{(Z1+p)}$, возникающего при воздействии результирующего поля статора порядка Z_1+p [см. (6-77)] на гладкий ротор. Основное поле реакции ротора имеет амплитуду напряженности

$$H''_{Z1+p}=a'_0Fp\left[\frac{p}{Z_1+p}-\frac{a'_1}{2a'_0}\frac{I_0}{I_k}\right]\frac{1}{1+\tau_{d(Z1+p)}}, \qquad (6\text{-}95)$$

где $\tau_{d(Z1+p)}$ — коэффициент дифференциального рассеяния обмотки ротора для гармоники поля порядка Z_1+p.

Амплитуда напряженности суммарного магнитного поля порядка $\nu=Z_1+p$ в соответствии с предыдущими рассуждениями равна:

$$H_{(Z1+p)r}=H''_{Z1+p}+H'_{Z1+p}=H''_{Z1+p}(1+\xi''_{Z1+p}). \qquad (6\text{-}96)$$

Следовательно, для амплитуды результирующего роторного поля с Z_1+p парами полюсов, изменяющегося во времени с частотой сети, справедливо выражение

$$H_{(Z1+p)r}=a'_0F_p\frac{p}{Z_1+p}\left[\left(1-\frac{a'_1}{2a'_0}\frac{Z_1+p}{p}\frac{I_0}{I_k}\right)\times\frac{1}{1+\tau_{d(Z1+p)}}+\left(\frac{b'_1}{2a'_0}+\frac{Z_1+p}{Z_2-p}\frac{a'_1}{2a'_0}\right)\frac{Z_2-(Z_1+f)}{(Z_1+p)(1+\tau_{d\Delta})}\times\right.$$
$$\left.\times\left(1+\frac{b'_1}{2a_0}\frac{Z_1+p}{Z_2-(Z_1+p)}\right)\right] \qquad (6\text{-}97)$$

или

$$H_{(Z1+p)r}=a'_0F_p\frac{p}{Z_1+p}\frac{1}{1+\tau_{d(Z1+p)}}\xi_{Z1+p}. \qquad (6\text{-}97a)$$

Коэффициент ξ_{Z1+p}, равный

$$\xi_{Z1+p}=1-\frac{a'_1}{2a'_0}\frac{Z_1+p}{p}\frac{I_0}{I_k}+\left(\frac{b'_1}{2a'_0}+\right.$$
$$\left.+\frac{Z_1+p}{Z_2-p}\frac{a'_1}{2a'_0}\right)\frac{Z_2-(Z_1+p)}{Z_1+p}\left(1+\right.$$
$$\left.+\frac{b^1_1}{2a'_0}\frac{Z_1+p}{Z_2-(Z_1+p)}\right)\frac{1+\tau_{d(Z1+p)}}{1+\tau_{d\Delta}}, \qquad (6\text{-}98)$$

определяет степень изменения результирующего роторного поля с Z_1+p парами полюсов под влиянием пазов

(при равных эквивалентных воздушных зазорах $\delta'=\delta k_c$).

Если $Z_2-(Z_1+p)<0$, то необходимо дополнительное исследование. Можно показать, что в этом случае нужно принимать во внимание взаимодействие 2-й гармоники проводимости воздушного зазора $\lambda_2(\alpha, t)$ и зубцовой гармоники МДС обмотки ротора с $Z_2-[(Z_1+p)-Z_2]=2Z_2-(Z_1+p)$ парами полюсов, а также влияние этого поля на суммарное поле ротора с Z_1+p парами полюсов.

В этом случае коэффициент ξ_{Z1+p} равен:

$$\xi_{Z1+p}=1-\frac{a'_1}{2a'_0}\frac{Z_1+p}{p}\frac{I_0}{I_k}+\left(\frac{b'_1}{2a'_0}+\frac{Z_1+p}{Z_2-p}\frac{a'_1}{2a'_0}\right)\times$$
$$\times\frac{Z_1+p-Z_2}{Z_1+p}\left(1-\frac{b'_1}{2a'_0}\frac{Z_1+p}{Z_1+p-Z_2}\frac{Z_2}{2Z_2-(Z_1+p)}\right)\times$$
$$\times\frac{1+\tau_{d(Z1+p)}}{1+\tau_{d\Delta}}. \qquad (6\text{-}98a)$$

Аналогичные выражения могут быть получены при анализе поля, обусловленного взаимодействием 1-й гармоники проводимости воздушного зазора $\lambda_2(\alpha, t)$ и зубцовой гармоники МДС статора порядка Z_1-p. Аналогично выражению (6-85) можно записать:

$$H'_{\Delta2}=-F_{Z1-p}\frac{b'_1}{2}\{\sin[(\omega-Z_2\omega_r)t+(Z_2+(Z_1-p))\alpha]+$$
$$+\sin[(\omega+Z_2\omega_r)t-(Z_2-(Z_1-p))\alpha]\}. \qquad (6\text{-}99)$$

Если $Z_2<Z_1-p$, то возникает дифференциальное поле порядка $\nu=Z_1-(Z_2+p)$, угловая скорость которого в воздушном зазоре равна:

$$\omega_\nu=-\frac{\omega+Z_2\omega_r}{Z_1-(Z_2+p)}. \qquad (6\text{-}100)$$

Скорость этого поля относительно ротора равна:

$$\omega'_\nu=\frac{-\omega-\omega_r(Z_1-p)}{Z_1-(Z_2+p)}. \qquad (6\text{-}100a)$$

Это дифференциальное поле порядка $\nu=Z_1-(Z_2+p)$ находится в синхронизме с ротором при угловой скорости ротора

$$\omega_r=-\omega/(Z_1-p), \qquad (6\text{-}101)$$

т. е. при той же скорости, при которой находится в синхронизме гармоника статора порядка Z_1-p. Разностное роторное поле порядка $Z_1-(Z_2+p)$ действует на ротор так же, как и зубцовая гармоника МДС статора с Z_1-p парами полюсов. Аналогично выражению (6-90) в этом случае можно показать, что гармоника поля порядка $Z_1-(Z_2+p)$ также возникает при взаимодействии 1-й гармоники проводимости воздушного зазора от зубчатости статора $\lambda_1(\alpha)$ и зубцовой гармоники МДС ротора порядка Z_2+p, созданной рабочей гармоникой тока в роторе. Амплитуда напряженности результирующего поля $H_{\Delta 2}$ будет определяться выражением, аналогичным (6-91а):

$$H_{\Delta 2}=\frac{F_p}{2}\left(\frac{p}{Z_1-p}b'_1+\frac{p}{Z_2+p}a'_1\right). \qquad (6\text{-}102)$$

Таким же способом, как и при выводе (6-94), можно вывести выражение для амплитуды напряженности роторного поля порядка Z_1-p, изменяющегося во времени с частотой сети:

$$H'_{Z1-p}=a'_0F_p\left[\frac{p}{Z_1-p}\frac{b'_1}{2a'_0}+\frac{p}{Z_2+p}\frac{a'_1}{2a'_0}\right]\times$$

$$\times\frac{Z_2+(Z_1-p)}{(Z_1-p)(1-\tau_{d\Delta})}\left[1-\frac{b'_1}{2a'_0}\frac{Z_1-p}{Z_1-p-Z_2}\frac{Z_2}{2Z_2-(Z_1-p)}\right]. \qquad (6\text{-}103)$$

Рассмотрим снова два случая: $Z_2-(Z_1-p)>0$ и $Z_2-(Z_1-p)<0$.

1. $Z_2-(Z_1-p)>0$.

В этом случае коэффициент ξ_{Z1-p} равен:

$$\xi_{Z1-p}=1+\frac{a'_1}{2a'_0}\frac{Z_1-p}{p}\frac{I_0}{I_k}+\left(\frac{b'_0}{2a'_0}+\right.$$

$$\left.+\frac{Z_1-p}{Z_2+p}\frac{a'_1}{2a'_0}\right)\frac{Z_2-(Z_1+p)}{Z_1-p}\left(1+\frac{b'_1}{2a'_0}\frac{Z_1-p}{Z_2-(Z_1-p)}\right)\times$$

$$\times\frac{1+\tau_{d(Z1-p)}}{1+\tau_{d\Delta}}. \qquad (6\text{-}103а)$$

2. $Z_2-(Z_1-p)<0$.

В этом случае коэффициент ξ_{Z1-p} определяется выражением

$$\xi_{Z1-p}=1+\frac{a'_1}{2a'_0}\frac{Z_1-p}{p}\frac{I_0}{I_k}+\left(\frac{b'_1}{2a'_0}\times\right.$$

$$\left.\times\frac{Z_1-p}{Z_2+p}\frac{a'_1}{2a'_0}\right)\frac{Z_1-p-Z_2}{Z_1-p}\left(1-\frac{b'_1}{2a'_0}\frac{Z_1-p}{Z_1-p-Z_2}\times\right.$$

$$\left.\times\frac{Z_2}{2Z_2-(Z_1-p)}\right)\frac{1+\tau_{d(Z1-p)}}{1+\tau_{d\Delta}}. \qquad (6\text{-}103б)$$

6-11. ВЛИЯНИЕ ПАЗОВ НА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ РАССЕЯНИЕ

Наличие пазов вызывает увеличение воздушного зазора δ до фиктивной длины $\delta'=\delta k_c$ [см. § 6-1, (6-1)]. Выше было доказано, что при наличии пазов каждая гармоника МДС создает дополнительную группу магнитных полей [см. (6-73)] различных порядков и угловых скоростей. Практически невозможно учесть влияние всех этих гармоник на дифференциальное рассеяние. Обычно принимают во внимание только увеличение воздушного зазора от значения δ до значения δ', предполагая при этом, что увеличение воздушного зазора одинаково влияет как на рабочую гармонику, так и на другие гармоники МДС. Однако такое приближение неправильно, потому что, как было доказано, при взаимодействии гармоник проводимости зазора и рабочей гармоники МДС создаются поля, которые существенно влияют на поля от зубцовых гармоник порядка $Z\pm p$ [см. § 6-7, (6-77а) и (6-77б)]. Кроме того, при взаимодействии первых гармоник магнитной проводимости воздушного зазора от зубчатости статора и зубцовых гармоник МДС статора порядка $Z_1\pm p$, а также при взаимодействии первых гармоник магнитной проводимости воздушного зазора от зубчатости ротора и зубцовых гармоник МДС ротора порядка $Z_2\pm p$ создаются дополнительные поля порядка p, т. е. порядка рабочей гармоники, изменяющиеся во времени с частотой сети. Амплитуда напряженности этих полей определяется выражением

$$H'_p=\frac{a'_1}{2}F_{Z1+p}\sin(\omega t\mp p\alpha)+$$

$$+\frac{b'_1}{2}F_{Z2+p}\sin(\omega t\mp p\alpha). \qquad (6\text{-}104)$$

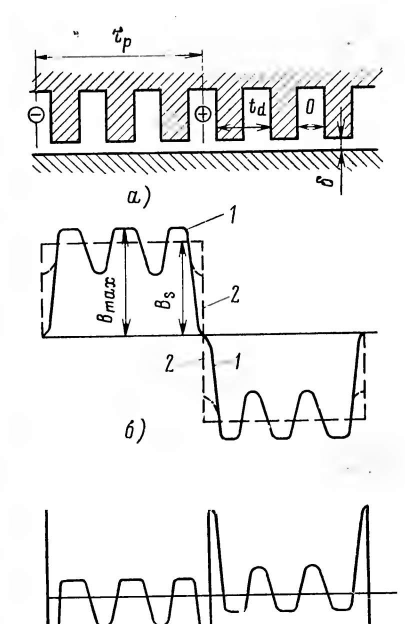


Рис. 6-16. Влияние пазов на рабочую гармонику.

Поэтому более точно учитывать влияние пазов на дифференциальное рассеяние следует другим способом, чем просто увеличением воздушного зазора.

В дальнейшем при расчете дифференциального рассеяния будем рассматривать действие пазов только на рабочую гармонику. Распределение поля одной катушки при односторонней зубчатости показано на рис. 6-16,*а—в*. Кривая *1* (рис. 6-16,*б*) соответствует действительному распределению поля на полюсном делении, а кривая *2* — распределению средней магнитной индукции $B_s = B_{max}/k_c$. Кривая на рис. 6-16,*в* соответствует разности кривых *1* и *2*, т. е. искажению поля из-за наличия пазов. Как можно отметить, кривая, показанная на рис. 6-16,*в*, включает также основную гармонику с длиной волны $\tau = \pi/p$. Эта гармоника складывается с основной гармоникой (кривая *2*). Итак, под влиянием пазов рабочая гармоника увеличивается и, следовательно, дифференциальное рассеяние уменьшается. Если обозначить коэффициент дифференциального рассеяния обмотки машины без пазов с фиктивным зазором δ' через τ_d, то при односторонней зубчатости будет справедливо следующее выражение:

$$\tau'_d = \tau_d - \Delta\tau_d, \qquad (6\text{-}105)$$

где значение $\Delta\tau_d$ для любой симметричной трехфазной обмотки равно:

$$\Delta\tau_d = k_Z \frac{1}{9q^2}, \qquad (6\text{-}106)$$

а для короткозамкнутой обмотки

$$\Delta\tau_d = k_Z (2p/Z_2)^2. \qquad (6\text{-}106а)$$

В (6-106) и (6-106а) q означает число пазов на полюс и фазу, p — число пар полюсов; зависимость коэффициента k_Z от o/t_d при различных значениях параметра t_d/δ представлена на рис. 6-17 [34].

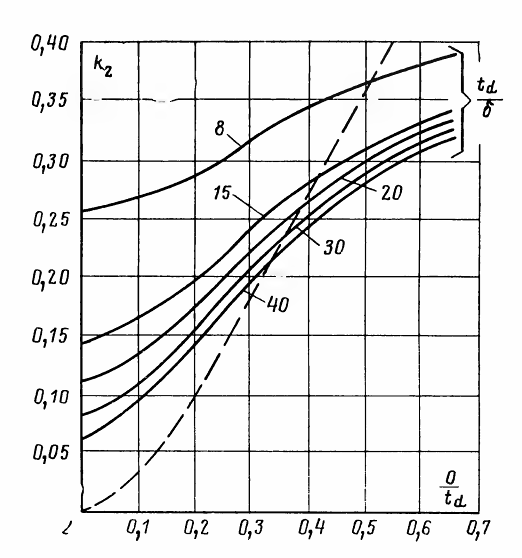


Рис. 6-17. Зависимость коэффициента k_Z от отношения o/t_d.

Индуктивное сопротивление дифференциального рассеяния обмотки определяется выражением

$$X_\delta = \tau'_d X_1, \qquad (6\text{-}107)$$

где X_1 — главное индуктивное сопротивление статорной обмотки, рассчитанное для эквивалентного воздушного зазора $\delta' = k_c\delta$. При двусторонней зубчатости приведенные выше соотношения остаются теми же, только при расчете главного индуктивного сопротивления обмотки воздушный зазор берется с учетом результирующего коэффициента Картера, т. е.

$$\delta' = k_{c1}k_{c2}\delta.$$

6-12. ПРИМЕР АНАЛИЗА МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Для лучшего представления сделанных выше выводов проанализируем магнитное поле на примере шестиполюсного коротко-

замкнутого асинхронного двигателя. Параметры и размеры двигателя:

Число полюсов . . . . . $2p=6$
Пазы статора . . . . . . $Z_1=36$; $o_1/t_{d1}=0,2$; $o_1/\delta=4$
Пазы ротора . . . . . . $Z_2=46$; $o_2/t_{d2}=0,15$; $o_2/\delta=2,3$

Наиболее сильно выраженной гармоникой МДС будет рабочая гармоника порядка $\nu_p=3$. Согласно уравнению (1-45) кривая МДС статора содержит высшие гармоники порядка $\nu=3(6c\pm1)$, из которых согласно уравнению (1-44) наиболее значительны зубцовые гармоники, имеющие тот же обмоточный коэффициент, что и рабочая гармоника. Наиболее сильны зубцовые гармоники порядка

$$Z_1+p=39$$

и

$$Z_1-p=33.$$

Первая из них вращается в воздушном зазоре с угловой скоростью $\omega_{39}=\omega/39$ в том же направлении, что и рабочая гармоника. Вторая гармоника вращается в противоположном направлении с угловой скоростью $\omega_{33}=-\omega/33$.

Под влиянием пазов статора кривая напряженности магнитного поля рабочей гармоники МДС будет также содержать согласно (6-70) гармоники порядка $Z_1\pm p$, имеющие такую же скорость, как и указанные выше зубцовые гармоники. Согласно (6-77а) и (6-77б) результирующие амплитуды напряженностей полей будут равны:

$$H_{39}=F_p\frac{0,91}{\delta}\left[\frac{0,17}{2\cdot0,91}-\frac{3}{39}\right]=\frac{F_p}{\delta}\cdot0,0149=\frac{F_{39}}{\delta};$$

$$H_{33}=F_p\frac{0,91}{\delta}\left[\frac{0,17}{2\cdot0,91}+\frac{3}{33}\right]=\frac{F_p}{\delta}\cdot0,168=\frac{F_{33}}{\delta}.$$

Коэффициенты a'_0 и a'_1 были определены при условии $k_{c2}=1$ для относительно малого открытия пазов ротора. Под воздействием пазов ротора возникают дифференциальные поля первого порядка [см. (6-85)]:

$$H'_{\Delta39}=-F_{39}\frac{b'_1}{2}\{\sin[(\omega-46\omega_r)t+(46-39)\alpha]+$$
$$+[\sin(\omega+46\omega_r)t-(46+39)\alpha]\};$$

$$H'_{\Delta33}=-F_{33}\frac{b'_1}{2}\{\sin[(\omega-46\omega_r)t+(46+33)\alpha]+$$
$$+\sin[(\omega+46\omega_r)t-(46-33)\alpha]\}.$$

Итак, в первом случае создается поле с большой длиной волны, имеющее $46-39=7$ пар полюсов, вращающееся с угловой скоростью $\omega_{\Delta39}=-(\omega+46\omega_n)/7$ и со скоростью $\omega'_{\Delta39}=(-\omega+39\omega_r)/7$ относительно ротора. Во втором случае поле имеет $46-33=13$ пар полюсов и угловую скорость $\omega'_{\Delta33}=(\omega+46\omega_r)/13$ и относительную скорость $\omega'_{\Delta39}=(\omega+33\omega_r)/13$. Первое разностное поле находится

в синхронизме с ротором при $\omega_r=\omega/39$, в то время как второе — при $\omega_r=-\omega/33$, т. е. при тех же скоростях, что и соответствующие зубцовые гармоники МДС статора. Рабочая гармоника порядка $\nu_p=p=3$ создает в кривой МДС ротора согласно (1-56) зубцовые гармоники порядка $Z_2\mp p$, т. е. имеющие 43 или 49 пар полюсов. Под влиянием пазов статора в первом случае возникают согласно уравнению (6-90) гармоники

$$H''_{\Delta43}=\frac{a'_1}{2}F_{13}\{\sin[(\omega-46\omega_r)t+(46-39)\alpha]+$$
$$+\sin[(\omega+46\omega_r)t-(46+39)\alpha]\}$$

и во втором случае — гармоники

$$H''_{\Delta49}=\frac{a'_1}{2}F_{49}\{\sin[(\omega-46\omega_r)t+(46+33)\alpha]+$$
$$+\sin[(\omega+46\omega_r)t-(46-33)\alpha]\}.$$

Следовательно, опять создаются поля с большой длиной волны, имеющие 7 или 13 пар полюсов; полями порядка 85 и 79 можно пренебречь вследствие большого дифференциального рассеяния обмотки ротора.

Амплитуда напряженности результирующего поля с 7 парами полюсов согласно уравнению (6-91а) равна:

$$H_{\Delta1}=\frac{F_p}{2}\left[\frac{3}{39}b'_1+\frac{3}{43}a'_1\right].$$

Во втором случае амплитуда напряженности результирующего поля с 13 парами полюсов согласно (6-102) равна:

$$H_{\Delta2}=\frac{F_p}{2}\left[\frac{3}{33}b'_1+\frac{3}{49}a'_1\right].$$

Результирующее поле седьмого порядка (имеющего семь пар полюсов) наводит в роторе ток I_Δ, пропорциональный $1/(1+\tau_{d7})$, где τ_{d7} — коэффициент дифференциального рассеяния беличьей клетки, имеющей 46 стержней по отношению к полю с семью парами полюсов. Согласно (4-13)

$$1+\tau_{d7}=\left(\pi\frac{7}{46}\right)^2\frac{1}{\sin^2\left(\pi\frac{7}{46}\right)}=1,1.$$

Для поля с 13 парами полюсов

$$1+\tau_{d12}=\left(\pi\frac{13}{46}\right)^2\frac{1}{\sin^2\left(\pi\frac{13}{46}\right)}=1,32.$$

Под влиянием магнитного поля с семью парами полюсов в кривой МДС ротора возникает с одной стороны гармоника с семью парами полюсов, с другой стороны — согласно (6-92) зубцовая гармоника с $(Z_2-7)=39$ парами полюсов. Амплитуды МДС обеих гармоник пропорциональны выражению $1/(1+\tau_{d7})$. Под воздействием пазов ротора на гармонику МДС ротора с семью парами

полюсов возникает поле, имеющее согласно (6-72) также 46—7=39 пар полюсов. Оба этих поля имеют одинаковую угловую частоту ω и могут быть суммированы согласно (6-94). Амплитуда напряженности результирующего поля равна:

$$H'_{39} = a'_0 F_p \left[\frac{3}{39}\,\frac{b'_1}{2a'_0} + \frac{3}{43}\,\frac{a'_1}{2a'_0}\right] \frac{7}{39\cdot 1,1} \left[1 + \frac{b'_1}{2a'_0}\,\frac{39}{7}\right].$$

Поле такого же порядка будет создано в воздушном зазоре при действии гармоники поля статора порядка $\nu=39$ на ротор. Амплитуда этого поля согласно (6-95) равна:

$$H''_{39} = a'_0 F_p \left[\frac{3}{39} - \frac{a'_1}{2a_0}\,\frac{I_0}{I_k}\right] \cdot \frac{1}{32,2},$$

так как коэффициент дифференциального рассеяния беличьей клетки с 46 стержнями по отношению к полю с 39 парами полюсов равен:

$$1 + \tau_{d39} = \left(\pi \frac{39}{46}\right)^2 \frac{1}{\sin\left(\pi \frac{39}{46}\right)} = 32,2.$$

Отношение амплитуды результирующего дифференциального поля к основному полю реакции ротора на зубцовую гармонику поля статора порядка $\nu=39$ при равномерном воздушном зазоре определяется уравнением (6-98):

$$\xi''_{39} \approx 1 - \frac{0,17}{1,82}\cdot\frac{39}{3}\cdot\frac{1}{5} + \left(\frac{0,115}{1,82} + \right.$$

$$\left. + \frac{39}{33}\cdot\frac{0,17}{1,82}\right)\cdot\frac{7}{39}\left(1 + \frac{0,115}{1,82}\cdot\frac{39}{1}\right)\cdot\frac{32,2}{1,1} = 8,96.$$

Следовательно, доля дополнительного поля с 39 парами полюсов, созданного разностным полем с 7 парами полюсов, в общем поле порядка $\nu=39$ очень большая.

Как пример расчета влияния пазов на дифференциальное рассеяние (см. § 6-11) определим дифференциальное рассеяние обмоток короткозамкнутого двигателя со следующими параметрами:

$$2p=4;\ \delta=0,5\ \text{мм};\ k_{c1,2}=1,21;$$

$$Z_1=36;\ t_{d1}=12,5\ \text{мм};\ o_1=3,2\ \text{мм};$$

$$Z_2=44;\ t_{d2}=10,1\ \text{мм};\ o_2=1\ \text{мм}.$$

Индуктивное сопротивление обмотки статора, обусловленное рабочим полем порядка $\nu=p$, равно $X_1=228$ Ом.

Коэффициент дифференциального рассеяния обмотки статора без учета влияния пазов определяется по диаграмме Гёргеса $\tau_{d1}=0,011$. Коэффициент дифференциального рассеяния беличьей клетки согласно (4-13) равен $\tau_{d2}=0,007$.

Индуктивное сопротивление дифференциального рассеяния обмоток равно:

$$X_\delta = X_1(\tau_{d1} + \tau_{d2}) = 228\,(0,011 + 0,007) = 4,13\ \text{Ом}.$$

По приведенным выше параметрам двигателя

$$t_{d1}/\delta = 12,5/0,5 = 25;$$

$$t_{d2}/\delta = 10,1/0,5 = 20,2.$$

По диаграмме на рис. 6-17 определим для этих значений $k_{Z1}=0,19$, $k_{Z2}=0,11$. По (6-106) и (6-106а) рассчитаем:

$$\Delta\tau_{d1} = 0,19/9\cdot 3^2 = 0,00236;\ \Delta\tau_{d2} = 0,11\,(4/44)^2 = 0,00091.$$

Коэффициент дифференциального рассеяния с учетом влияния пазов согласно (6-105) равен:

$$\tau'_d = (\tau_{d1} + \tau_{d2}) - (\Delta\tau_{d1} + \Delta\tau_{d2}) = 0,018 - 0,00327 = 0,01473.$$

Индуктивное сопротивление дифференциального рассеяния обмоток с учетом влияния пазов согласно (6-107) равно:

$$X_\delta = 228\cdot 0,01473 = 3,38\ \text{Ом}.$$

Следовательно, под влиянием пазов индуктивное сопротивление дифференциального рассеяния обмоток уменьшается до 82% первоначального значения.

Глава седьмая
ВРАЩАЮЩИЕ МОМЕНТЫ

7-1. ВВЕДЕНИЕ

Вскоре после внедрения двигателя с короткозамкнутым ротором в промышленность было обнаружено, что эксплуатационные характеристики машины в большой степени зависят от соотношения чисел пазов статора и ротора. Было установлено также, что даже при небольшом изменении числа пазов двигатель может, например, не достичь заданной скорости, или же сильный шум двигателя может сделать его эксплуатацию невозможной. Первое сообщение об этих интересных явлениях было опубликовано без подробных объяснений Гёргесом в 1896 г. Позднее Арнольд в своей классической книге «Техника переменных токов» обратил внимание на возможность возникновения добавочных асинхронных моментов под действием высших гармоник. Влияние соотношения чисел пазов на добавочные моменты было отмечено в работе Пунга 1912 г. [40], в которой приведены также рекомендации по выбору рационального числа пазов. Этот вопрос был позже экспериментально исследован Стилом [41] и более подробно — Меллером [48]. Теоретическое обоснование было дано Кронддлем [46], Лундом [50], Геллером [52], Алжером, Иорданом, Оберретлем и др., на возможность появления синхронных добавочных моментов в короткозамкнутых двигате-

1016—2*

лях почти одновременно указали Крондль [46] и Дриз [47] в 1929 г. Однако приоритет в установлении условий возникновения этих явлений принадлежит Дрейфусу, объяснившему их в своей теоретической работе в 1924 г. [44].

7-2. ВРАЩАЮЩИЕ МОМЕНТЫ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

Как показано в гл. 1 и 6, магнитное поле в воздушном зазоре может быть разложено на ряд гармоник, вызванных, с одной стороны, расположением обмоток в пазах, а с другой — неравномерностью воздушного зазора из-за наличия пазов. Хотя каждая из этих гармоник может влиять на ротор, добавочные моменты проявляются главным образом в процессе пуска машины, когда изменяется скорость вращения ротора. При любой угловой скорости ротора ω_r результирующий момент равен сумме моментов от всех гармоник магнитного поля. Для электромагнитного момента, действующего между статором и ротором, можем записать общее соотношение *:

$$M = -\partial W / \partial \Delta, \tag{7-1}$$

где W — энергия магнитного поля в зазоре, Вт·с; Δ — угол поворота ротора относительно неподвижного статора, рад.

Для простоты рассмотрим сначала машину с равномерным воздушным зазором. Из известного выражения для энергии магнитного поля (4-2), принимая во внимание упрощающее предположение, можем записать:

$$M = -\frac{l\delta}{2\mu_0} R \frac{\partial}{\partial \Delta} \int_0^{2\pi} [B(\alpha, t)]^2 \, d\alpha. \tag{7-2}$$

---

* Если имеются две электрические цепи с током, одна из которых неподвижна, а другая перемещается в пространстве, то на эти цепи действуют силы, которые стремятся изменить положение цепей. Если взаимное положение цепей определяется произвольной геометрической координатой g, то сила, стремящаяся изменить данную координату, определяется уменьшением энергии магнитного поля на единицу изменения координаты, вызванного этой силой, при условии, что токи в обеих цепях не меняются:

$$f = -d_g W / dg = -(\partial W / \partial g)_I = \text{const}.$$

Характер силы f определяется характером геометрической координаты g. Если g — перемещение, то f — сила, если g — угол поворота, то f — момент пары сил.

1016—13

Согласно (1-18) и (4-3)

$$B(\alpha, t) = \frac{\mu_0}{\delta} F(\alpha, t), \tag{7-3}$$

где $F(\alpha, t) = F_1(\alpha, t) + F_2(\alpha, t)$ — результирующая МДС, равная сумме МДС статора и ротора $F_1(\alpha, t)$ и $F_2(\alpha, t)$ соответственно.

Подставляя $B(\alpha, t)$ из (7-3) в (7-2), получаем:

$$M = \frac{\mu_0 l}{2\delta} R \frac{\partial}{\partial \Delta} \int_0^{2\pi} [F_1(\alpha, t) + F_2(\alpha, t)]^2 \, d\alpha. \tag{7-4}$$

Так как при неподвижном статоре и связанной с ним системе координат от положения ротора зависит лишь его МДС, то уравнение (7-4) может быть записано в виде

$$M = -\frac{\mu_0 l}{\delta} R \int_0^{2\pi} [F_1(\alpha, t) + F_2(\alpha, t)] \frac{\partial F_2(\alpha, t)}{\partial \Delta} \, d\alpha. \tag{7-5}$$

Если на статоре расположена симметричная m-фазная обмотка с p парами полюсов, то согласно уравнениям (1-20), (1-36), (1-38) для МДС статора можно записать общее выражение

$$F_1(\alpha, t) = \sum_{\nu} F_{m\nu} \sin(\nu\alpha \mp \omega t), \tag{7-6}$$

где $\nu = p(2mc \pm 1)$.

При равномерном воздушном зазоре, равном δ и $\mu_r = \infty$, МДС статора возбуждает в зазоре магнитное поле, распределение индукции $B_1(\alpha, t)$ которого получается из уравнения (7-6):

$$B_1(\alpha, t) = \frac{\mu_0}{\delta} F_1(\alpha, t) = \frac{\mu_0}{\delta} \sum_{\nu} F_{m\nu} \sin(\nu\alpha \mp \omega t). \tag{7-7}$$

Произвольная гармоника магнитного поля ν-го порядка вращается относительно статора с угловой скоростью $\omega_\nu = \pm\omega/\nu$, что следует из (1-45) и (1-47). Если ротор вращается с угловой скоростью ω_r, то скорость той же гармоники по отношению к ротору будет:

$$\omega_{r\nu} = \pm \omega/\nu - \omega_r. \tag{7-8}$$

Эта гармоника индуктирует в обмотке ротора ЭДС и ток, который создает спектр гармоник МДС ротора,

определяемый параметрами роторной обмотки (реакция якоря). Для этого спектра в системе координат, связанной с ротором, в общем случае можно написать:

$$F_{2\nu}=\frac{\delta}{\mu_0}\sum_{\mu}B_{\mu\nu}\sin[\mu\alpha'\mp(\pm\omega-\nu\omega_r)t-\varphi_\mu]. \quad (7\text{-}9)$$

Если система координат связана со статором, то $\alpha'=\alpha-\omega_r t$ и уравнение (7-9) примет вид:

$$F_{2\nu}=\frac{\delta}{\mu_0}\sum_{\mu}B_{\mu\nu}\sin[\mu(\alpha-\omega_r t)\mp(\pm\omega-\nu\omega_r)t-\varphi_\mu]. \quad (7\text{-}9а)$$

Результирующая МДС ротора может быть представлена как сумма всех гармоник порядка μ от всех гармоник порядка ν:

$$F_2(\alpha, t)=\frac{\delta}{\mu_0}\sum_{\nu}\sum_{\mu}B_{\mu\nu}\sin[\mu(\alpha-\omega_r t)\mp(\pm\omega-\nu\omega_r)t-\varphi_\mu]. \quad (7\text{-}9б)$$

Подставляя (7-6) и (7-9б) в (7-5), получаем общее выражение для момента:

$$M=-lR\left\{\int_0^{2\pi}\sum_{\nu}F_{m\nu}\sin(\nu\alpha\mp\omega t)\sum_{\nu}\sum_{\mu}B'_{\mu\nu}\cos[\mu(\alpha-\omega_r t)\mp\right.$$

$$\mp(\omega-\nu\omega_r)t-\varphi_\mu]\,d\alpha+\frac{\delta}{\mu_0}\int_0^{2\pi}\sum_{\nu}\sum_{\mu}B_{\mu\nu}\sin[\mu(\alpha-\omega_r t)\mp(\pm\omega-$$

$$-\nu\omega_r)t-\varphi_\mu]\sum_{\nu}\sum_{\mu}B'_{\mu\nu}\cos[\mu(\alpha-\omega_r t)\mp(\pm\omega-\nu\omega_r)t-$$

$$\left.-\varphi_\mu]\,d\alpha\right\}. \quad (7\text{-}10)$$

Второй член уравнения (7-10) равен 0, так как

$$\int_0^{2\pi}\sin\alpha\cos\alpha\,d\alpha=0,$$

а первый член, содержащий выражение типа

$$\int_0^{2\pi}\sin m\alpha\cos(n\alpha-\varphi)\,d\alpha,$$

для всех $m\neq n$ также равен 0. Только при $m=n$ это выражение равно $\pi\sin\varphi$.

Как следует из (7-10), вращающий момент может возникнуть только тогда, когда для определенной гармоники поля статора порядка $\nu=\rho$ найдется гармоника поля ротора того же порядка $\mu=\rho$. Это значит, что момент создается только гармоническими составляющими, имеющими одинаковое число пар полюсов. Этот момент равен:

$$M_\rho=-lR\int_0^{2\pi}F_{m\rho}\sin(\rho\alpha\mp\omega t)\sum_{\nu}B'_{\rho\nu}\cos[\rho(\alpha-\omega_r t)\mp$$

$$\mp(\pm\omega-\nu\omega_r)t-\varphi_\rho]\,d\alpha. \quad (7\text{-}11)$$

Результирующий момент получается суммированием моментов, созданных всеми гармониками порядка ρ, т. е. всеми гармониками поля статора, для которых существуют гармоники ротора того же порядка. Интегрируя уравнение (7-11), мы получаем:

$$M=\sum_{\rho}M_\rho\sim\sum_{\rho}\sum_{\nu}\sin[\rho\omega_r t\pm(\pm\omega-\nu\omega_r)t+\varphi_\rho\mp\omega t]=$$

$$=\sum_{\rho}\sum_{\nu}\sin\{[\rho\omega_r\pm(\pm\omega-\nu\omega_r)\mp\omega]t+\varphi_\rho\}. \quad (7\text{-}12)$$

Результирующий момент согласно (7-12) изменяется во времени синусоидально, и его среднее значение равно нулю. Момент, независимый от времени, возникает только тогда, когда член в квадратных скобках в аргументе синусоидальной функции равен 0, т. е.

$$\rho\omega_r\pm(\pm\omega-\nu\omega_r)\mp\omega=0. \quad (7\text{-}13)$$

Уравнение (7-13) удовлетворяется в двух совершенно различных случаях.

Случай 1. Уравнение (7-13) является тождеством, т. е. удовлетворяется при всех ω_r, если

$$\rho=\nu. \quad (7\text{-}14)$$

Это означает, что определенная гармоника поля статора порядка ρ создает в спектре гармоник реакции якоря гармонику того же порядка ρ.

Случай 2. Уравнение (7-13) может быть также верным при определенной угловой скорости ω_r и при условии, что

$$\rho\neq\nu. \quad (7\text{-}14а)$$

Это означает, что существует гармоника порядка ρ [см. (7-10)] в спектре гармоник поля как статора, так и ротора, но роторная гармоника порядка ρ вызвана статорной гармоникой другого порядка ($\nu \neq \rho$).

Для этого случая уравнение (7-13) может быть записано в виде

$$\omega_r \pm \frac{\pm \omega - \nu\omega_r}{\rho} = \pm \frac{\omega}{\rho}. \qquad (7\text{-}15)$$

Левая часть этого уравнения определяет абсолютную угловую скорость гармоники поля ротора порядка ρ, вызванной статорной гармоникой порядка $\nu \neq \rho$ по отношению к неподвижной системе координат статора. Правая часть определяет абсолютную угловую скорость гармоники поля статора порядка ρ по отношению к той же системе. Уравнение (7-13) удовлетворяется, следовательно, только тогда, когда гармоники полей статора и ротора одного и того же порядка имеют одинаковые скорости в пространстве, т. е. только при определенной угловой скорости ротора ω_r. Если гармоника поля ротора при неподвижном роторе ($\omega_r = 0$) имеет то же направление вращения, что и соответствующая ей гармоника поля статора того же порядка, то уравнение (7-15) удовлетворяется только при неподвижном роторе, т. е. когда

$$\omega_r = 0. \qquad (7\text{-}15а)$$

Если при $\omega_r = 0$ направление вращения роторной гармоники противоположно направлению вращения соответствующей статорной гармоники, уравнение (7-15) будет верно при угловой скорости ротора, равной

$$\omega_r = \pm 2\omega / (\rho - \nu) \qquad (7\text{-}15б)$$

или

$$\omega_r = \pm 2\omega / (\rho + \nu). \qquad (7\text{-}15в)$$

Принципиальное различие между первым и вторым случаями видно из следующих рассуждений. Предположим, что ротор вращается с угловой скоростью $\omega_r = 2\omega / (\rho + \nu)$. Условие (7-14) удовлетворяет уравнению (7-13) при всех величинах ω_r, следовательно, и при скорости, определяемой уравнением (7-15в). Таким образом, уравнение (7-12) удовлетворяется как при условии (7-14), так и при условии (7-14а). Если момент нагрузки изменится, то скорость ротора тоже начинает изменяться. За определенное время Δt его положение по

отношению к системе, вращающейся с первоначальной скоростью ω_r, будет сдвинуто на угол $\Delta\alpha$. Соответственно положение всех гармоник поля ротора также изменится. Если, например, первоначальная фаза гармоники МДС ротора порядка ρ, вызванной ν-й гармоникой статора, определяется согласно (7-9а) аргументом синусоидальной функции

$$\rho\alpha - (\omega - \nu\omega_r)\, t - \varphi_\rho, \qquad (7\text{-}16)$$

то через время Δt она будет определяться отношением

$$\rho(\alpha - \Delta\alpha) - (\omega - \nu\omega_r)(t - \Delta t) - \varphi_\rho, \qquad (7\text{-}16а)$$

где $\rho\Delta\alpha$ и $(\omega - \nu\omega_r)\Delta t$ — соответствующие изменения фазы φ_ρ.

Пространственному сдвигу $\Delta\alpha$ соответствует в поле ν-й гармоники сдвиг $\nu\Delta\alpha$; отсюда следует, что величина $\Delta t = (\nu\Delta\alpha) / (\omega - \nu\omega_r)$. Выражение (7-16а), таким образом, может быть преобразовано:

$$\rho\alpha - (\omega - \nu\omega_r)\, t - \Delta\alpha(\rho - \nu) - \varphi_\rho. \qquad (7\text{-}16б)$$

Если $\rho = \nu$, то уравнение (7-16б) идентично уравнению (7-16), т. е. положение МДС ротора по отношению к первоначальной системе не изменится. Следовательно, двигатель будет изменять скорость до тех пор, пока его вращающий момент, определяемый изменением фазового угла φ, не сравняется с моментом нагрузки, что характерно для асинхронного двигателя.

Если определенная гармоника поля статора порядка ν возбуждает в спектре роторных МДС гармонику того же порядка $\rho(\nu = \rho)$, то эти гармоники создают асинхронный момент.

Если $\rho \neq \nu$, то, как следует из уравнения (7-16), за время Δt положение роторной МДС изменится по отношению к первоначальной системе координат на фазовый угол $\Delta\alpha(\rho - \nu)$. Так как согласно уравнению (7-10) момент пропорционален синусу фазового угла между обеими МДС, то при изменении фазового угла момент будет изменяться. Поэтому при $\rho \neq \nu$ небольшие изменения момента нагрузки будут вызывать только повороты ротора по отношению к первоначальной системе; ротор будет сохранять первоначальную скорость, определяемую уравнением (7-15б), что характерно для синхронного двигателя.

Если в спектре гармоник поля статора и ротора содержатся гармоники одинакового порядка ρ, причем гармоника поля ротора этого порядка вызвана гармоникой поля статора другого порядка ($\nu \neq \rho$), то эти гармоники создают синхронный момент.

Следовательно, любой асинхронный двигатель может быть представлен как ряд механически соединенных асинхронных и синхронных двигателей с разными числами полюсов.

7-3. ВЛИЯНИЕ ВЫСШИХ ГАРМОНИК ПОЛЯ НА ФАЗНУЮ И КОРОТКОЗАМКНУТУЮ ОБМОТКИ РОТОРА

Как следует из предыдущих рассуждений, характер и величина вращающих моментов двигателя в процессе пуска при равномерном зазоре определяются соответственно порядком и амплитудой гармоник МДС. Так как в роторной цепи асинхронного двигателя не существует иного источника напряжения, кроме индуктированной ЭДС, то кривая МДС ротора содержит лишь гармоники определенного порядка. Согласно выводу, сделанному в § 2-3, только определенные гармоники поля статора могут индуктировать ЭДС в обмотке ротора. Таким образом, возможность образования добавочных моментов зависит прежде всего от свойств роторной обмотки.

Для оценки свойств различных роторных обмоток рассмотрим воздействие на них гармоники поля статора порядка ν. Предположим, что вращающееся магнитное поле возбуждается обмоткой с бесконечным числом фаз и 2ν полюсами, расположенной на гладком статоре. Эта обмотка создает чисто синусоидальную МДС с 2ν полюсами, т. е. диаграмма Гёргеса представляет собой окружность. Магнитное поле, создаваемое этой МДС при равномерном воздушном зазоре, чисто синусоидальное и имеет порядок ν. В этом случае влияние поля на произвольную обмотку ротора определяется коэффициентом связи

$$\varkappa = 1/(1 + \tau_\nu). \qquad (7\text{-}17)$$

Коэффициент рассеяния Блонделя τ_ν в (7-17) определяется из выражения

$$\tau_\nu = \tau_{1\nu} + \tau_{2\nu} + \tau_{1\nu}\tau_{2\nu}, \qquad (7\text{-}18)$$

где $\tau_{1\nu}$ и $\tau_{2\nu}$ — соответственно коэффициенты рассеяния обмоток статора и ротора для гармоники поля порядка ν, представляющие согласно (4-17) сумму коэффициентов: пазового рассеяния $\tau_{Z\nu}$, рассеяния лобовых частей $\tau_{c\nu}$ и дифференциального рассеяния $\tau_{d\nu}$. Если пренебречь, как и в § 4-6, для высших гармоник влиянием пазового и лобового рассеяний, то коэффициенты $\tau_{1\nu}$ и $\tau_{2\nu}$ будут определяться исключительно коэффициентами дифференциального рассеяния соответствующих обмоток по отношению к гармонике поля порядка ν.

Так как диаграмма Гёргеса для принятой статорной обмотки окружность, дифференциальное рассеяние этой обмотки равно нулю ($\tau_{1\nu} = \tau_{1d\nu} = 0$). Следовательно, при этих предположениях уравнение (7-18) может быть представлено как

$$\tau_\nu = \tau_{2d\nu}, \qquad (7\text{-}18а)$$

а уравнение (7-17) — как

$$\varkappa = 1/(1 + \tau_{2d\nu}). \qquad (7\text{-}18б)$$

Из предыдущих рассуждений и уравнения (7-18б) видно, что существенный вращающий момент может быть обусловлен только той гармоникой поля статора, для которой мало дифференциальное рассеяние обмотки ротора.

Рассмотрим сначала соотношение в m-фазной роторной катушечной обмотке с $2p$ полюсами. Согласно (4-1) коэффициент дифференциального рассеяния обмотки по отношению к магнитному полю порядка ν можно представить как

$$\tau_{2d\nu} = L/L_\nu - 1.$$

На основании (4-5) индуктивность L_ν можно выразить через индуктивность L_p роторной обмотки, соответствующую рабочей гармонике поля:

$$L_\nu = L_p \left(\frac{\zeta_\nu p}{\zeta_p \nu}\right)^2.$$

Коэффициент дифференциального рассеяния этой обмотки можно представить как

$$\tau_{2d\nu} = \frac{L}{L_p} \left(\frac{\zeta_p \nu}{\zeta_\nu p}\right)^2 - 1. \qquad (7\text{-}19)$$

Согласно теореме о периодичности обмоточного коэффициента [см. (1-42)] $\zeta_p = \zeta_\nu$ для всех гармоник порядка $\nu = cZ_2 \pm p$. Для остальных гармоник $\zeta_p \gg \zeta_\nu$. Та-

ким образом, либо $\nu \gg p$, либо $\zeta_p \gg \zeta_\nu$, либо выполняются оба неравенства; следовательно, для всех случаев

$$(\zeta_p \nu / \zeta_\nu p)^2 \gg 1.$$

Из (7-19) вытекает, что $\tau_{2d\nu} \gg \tau_{2dp}$.

Поскольку обмотка всегда рассчитывается так, чтобы дифференциальное рассеяние ее относительно рабочего поля было как можно меньше, коэффициент связи для всех гармоник, кроме рабочей, будет очень малым. Таким образом, можно сделать вывод: при роторной катушечной обмотке с целым числом пазов на полюс и фазу и в правильно рассчитанной обмотке с дробным числом пазов на полюс и фазу момент создается практически только рабочей гармоникой порядка p. Моменты от других гармоник сильно подавляются.

Принципиально отличные соотношения получаются для короткозамкнутой обмотки, коэффициент дифференциального рассеяния которой определяется уравнением (4-13):

$$\tau_{2d\nu} = \left(\frac{\pi}{m}\right)^2 \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{m}} - 1,$$

где $m = Z_2/\nu$.

Из кривой $\tau_d = f(m)$ для короткозамкнутой обмотки (см. рис. 4-2) видно, что начиная с определенных значений коэффициент дифференциального рассеяния мал. При $m=2$ значение $\tau_{2d\nu}$ равно $\tau_{2d\nu}=1$, и согласно уравнению (7-18б) коэффициент связи $\varkappa=0{,}5$.

При короткозамкнутых обмотках значительные моменты могут быть вызваны высшими гармониками поля статора, особенно гармониками порядка $\nu < \frac{1}{2} Z_2$.

7-4. АСИНХРОННЫЕ ВРАЩАЮЩИЕ МОМЕНТЫ В КОРОТКОЗАМКНУТЫХ ДВИГАТЕЛЯХ С РАВНОМЕРНЫМ ВОЗДУШНЫМ ЗАЗОРОМ

Как следует из предыдущего параграфа, моменты от высших гармоник в двигателях с фазными роторами пренебрежимо малы. Поэтому интерес представляют лишь двигатели с короткозамкнутым ротором, в которых высшие гармоники могут создавать большие добавочные

моменты. Анализ уравнения (7-12) показал, что при выполнении условия $\rho=\nu$ возникают асинхронные вращающие моменты. Таким образом, любой асинхронный двигатель можно представить в виде ряда механически соединенных двигателей с разными числами полюсов, статорные обмотки которых соединены последовательно.

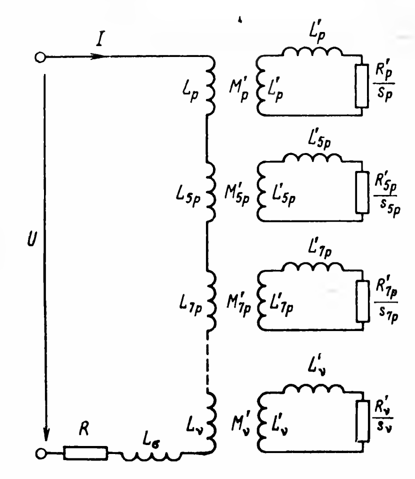


Рис. 7-1. Схема замещения асинхронного двигателя с учетом высших гармоник МДС статора.

Схема замещения такой системы может быть представлена, если по аналогии с классической схемой замещения асинхронного двигателя для рабочей гармоники привести схемы замещения «двигателей высших гармоник». Пример такой схемы замещения с учетом высших гармоник показан на рис. 7-1. Каждая статорная гармоника, начиная с $2p$-полюсной рабочей гармоники, представлена своей статорной обмоткой с ν парами полюсов и бесконечным числом фаз (диаграмма Гёргеса для каждой гармоники — окружность). Сопротивление статорной обмотки учтено резистором R; L_σ представляет индуктивность обмотки статора от потоков рассеяния лобовых частей и паза для рабочей гармоники. Для высших гармоник этой индуктивностью можно пренебречь.

Каждый «двигатель высшей гармоники» характеризуется индуктивностями L_ν и L'_ν, определяемыми сцеплением статорных (L_ν) и роторных (L'_ν) обмоток с магнитным потоком ν-й гармоники. Величина M'_ν учитывает взаимную индуктивность двух обмоток; R'_ν — сопротивление короткозамкнутой обмотки для гармоники ν. Отношение индуктивности L_ν к индуктивности обмотки от рабочей гармоники L_p определяется в предположении бесконечной магнитной проницаемости стали

с помощью уравнения (4-5):

$$L_\nu/L_p=(p\zeta_\nu/\nu\zeta_p)^2. \qquad (7\text{-}20)$$

Коэффициент связи статорной обмотки с индуктивностью L_ν и роторной обмотки с индуктивностью L'_ν согласно (7-17) и (7-18а) равен:

$$\varkappa_\nu=M'^2_\nu/L_\nu L'_\nu\ 1/(1+\tau_{2d\nu}), \qquad (7\text{-}21)$$

где $\tau_{2d\nu}$ — дифференциальное рассеяние короткозамкнутой обмотки относительно поля с 2ν полюсами. Так как скорость поля высшей гармоники обратно пропорциональна его порядку [см. (1-45)], то ротор будет находиться в синхронизме с этим полем при угловой скорости:

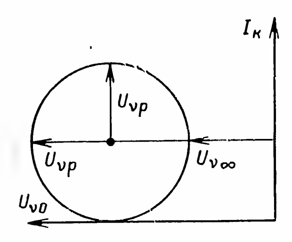


Рис. 7-2. Круговая диаграмма напряжений «двигателя высшей гармоники».

$$\omega_r=\pm\omega/\nu. \qquad (7\text{-}22)$$

Для высших гармоник (например, зубцовых гармоник порядка $\nu=Z_1\pm p$) синхронная угловая скорость ротора очень мала, поэтому для этих полей можно принять, что МДС статора создается током короткого замыкания I_k. При синхронизме ротора с высшей гармоникой поля порядка ν (т. е. $s_\nu=0$) напряжение на статоре «двигателя гармоники ν» $U_{\nu0}$ будет, следовательно, равно падению напряжения на индуктивности L_ν при токе I_k:

$$U_{\nu0}=\omega L_\nu I_k. \qquad (7\text{-}23)$$

Если пренебречь потерями, то это напряжение опережает ток I_k по фазе на угол $\pi/2$. Если скольжение $s_\nu\neq0$, то взаимная индуктивность M'_ν и сопротивление ротора R'_ν принимают определенные значения, так что можно построить круговую диаграмму напряжений, показанную на рис. 7-2. При скольжении $s_\nu=\infty$ напряжение $U_{\nu\infty}$ определяется падением напряжения на индуктивности обмотки ротора от потока рассеяния ν-й гармоники. Эта индуктивность может быть выражена как

$$L'_{\nu\sigma}=L_\nu(1-\varkappa_\nu)=L_\nu[1-1/(1+\tau_{d\nu})]=L_\nu\tau_{d\nu}/(1+\tau_{d\nu}),$$

и, следовательно,

$$U_{\nu\infty}=U_{\nu0}\frac{\tau_\nu}{1+\tau_\nu}=\omega L_\nu I_k\tau_{d\nu}/(1+\tau_{d\nu}). \qquad (7\text{-}24)$$

Максимальное значение действительной составляющей напряжения $U_{\nu p}$ будет согласно рис. 7-2 равно:

$$U_{\nu p}=\frac{1}{2}(U_{\nu0}-U_{\nu\infty}),$$

что может быть преобразовано согласно уравнениям (7-20) — (7-24) к виду

$$U_{\nu p}=\frac{1}{2}\omega L_p I_k\frac{1}{1+\tau_{2d\nu}}\left(\frac{p\zeta_\nu}{\nu\zeta_p}\right)^2. \qquad (7\text{-}25)$$

В (7-25) $\omega L_p=X_p$ означает главное индуктивное сопротивление обмотки статора, которое может быть выражено как отношение номинального подведенного напряжения к намагничивающему току при идеальном холостом ходе I_{m0}:

$$\omega L_p=U/I_{m0}. \qquad (7\text{-}26)$$

Максимальный момент «двигателя ν-й гармоники» равен:

$$M_\nu=\frac{3U_{\nu p}I_k}{\omega/\nu}. \qquad (7\text{-}27)$$

С учетом (7-25) и (7-26) это отношение может быть преобразовано:

$$M_\nu=\frac{3}{2}\frac{U}{I_{m0}}\frac{\nu}{\omega}\frac{I^2_k}{1+\tau_{2d\nu}}\left(\frac{p\zeta_\nu}{\nu\zeta_p}\right)^2, \qquad (7\text{-}27а)$$

где $\omega=2\pi f$ — угловая частота основной гармоники; f — частота сети.

7-5. АСИНХРОННЫЕ ВРАЩАЮЩИЕ МОМЕНТЫ ОТ ЗУБЦОВЫХ ГАРМОНИК

Согласно выражению (7-27а) максимальное значение момента от высших гармоник поля пропорционально квадрату отношения обмоточных коэффициентов обмотки статора для высшей и рабочей гармоник $(\zeta_\nu/\zeta_p)^2$.

Из § 1-8 о периодичности обмоточных коэффициентов следует, что это отношение равно единице для зубцовых гармоник МДС порядка $\nu=cZ_1\pm p$ [см. (1-44)]. Для остальных гармоник это отношение будет $(\zeta_\nu/\zeta_p)^2\ll1$, так как $\zeta_\nu\ll\zeta_p$.

Так как максимальный момент пропорционален также квадрату отношения порядка рабочей гармоники к порядку высшей гармонической $(p/\nu)^2$, то наибольший вращающий момент будет создаваться зубцовыми гармониками первого порядка $\nu = Z_1 \pm p$, если число пазов статора на полюс и фазу не слишком велико.

Добавочные асинхронные вращающие моменты обусловлены в основном зубцовыми гармониками МДС порядка $\nu = Z_1 \pm p$.

Максимальный момент, обусловленный зубцовой гармоникой МДС порядка $\nu = Z_1 \pm p$, согласно уравнению (7-27а) равен:

$$M_{Z1+p} = \frac{3}{2} \frac{U}{I_{m0}} \frac{Z_1 + p}{\omega} \frac{I^2_k}{1 + \tau_{2d\,(Z_1+p)}} \left(\frac{p}{Z_1 + p}\right)^2. \quad (7\text{-}27б)$$

Угловая скорость магнитного поля от зубцовой гармоники МДС порядка $\nu = Z_1 + p$ относительно статора согласно (1-47) равна $\omega_\nu = \omega/(Z_1 + p)$. Это поле, таким образом, вращается в направлении вращения поля гармоники порядка p.

Рис. 7-3. Кривые вращающихся моментов асинхронного двигателя.

Ротор будет вращаться синхронно с этим полем при угловой скорости $\omega_r = \omega/(Z_1 + p)$. При этой скорости ротора добавочный момент будет равен 0.

При скорости $\omega_r < \omega/(Z_1 + p)$ добавочный момент будет положительным, т. е. будет прибавляться к моменту от рабочей гармоники, в то время как при скорости $\omega_r > \omega/(Z_1 + p)$ он будет вычитаться из него. Кривая вращающего момента M_p от рабочей гармоники, добавочный момент M_ν от зубцовой гармоники МДС порядка $\nu = Z_1 + p$ и результирующий момент M показаны на рис. 7-3. Под действием добавочного момента возникает так называемый провал момента.

Те же рассуждения справедливы и для зубцовой гармоники МДС порядка $\nu = Z_1 - p$.

Соответствующий ей максимальный момент равен:

$$M_{Z1-p} = \frac{3}{2} \frac{U}{I_{m0}} \frac{Z_1 - p}{\omega} \frac{I^2_k}{1 + \tau_{2d\,(Z1-p)}} \left(\frac{p}{Z_1 - p}\right)^2. \quad (7\text{-}28)$$

Зубцовая гармоника МДС с $\nu = Z_1 - p$ парами полюсов вращается в зазоре в направлении, противоположном направлению вращения рабочей гармоники с p парами полюсов. Ротор будет синхронно вращаться с полем от зубцовой гармоники порядка $\nu = Z_1 - p$ при частоте $\omega_r = -\omega/(Z_1 - p)$. Добавочный момент будет положительным при $\omega_r < -\frac{\omega}{Z_1 - p}$. и отрицательным при $\omega_r > -\frac{\omega}{Z_1 - p}$.

Рис. 7-4. Зависимость $M = f(n)$ для асинхронного двигателя, $P = 8$ кВт; $2p = 4$; $Z_1 = 36$; $Z_2 = 46$.
1 — эксперимент; *2* — расчет.

Измерения показывают, что добавочные моменты от зубцовых гармоник МДС с $\nu = Z_1 \pm p$ парами полюсов значительно отличаются от расчетных значений.

На рис. 7-4 в качестве примера приведены экспериментальная зависимость $M = f(n)$ (кривая *1*) и зависимость $M = f(n)$ (кривая *2*), рассчитанная классическим способом [2] для короткозамкнутого двигателя мощностью $P = 8$ кВт, $2p = 4$, $Z_1 = 36$, $Z_2 = 46$ с прямыми пазами [83].

Эти отклонения экспериментальных данных от расчетных могут быть частично объяснены различной степенью влияния насыщения стали на гармоники поля с большой и малой длинами волн.

Если поле от зубцовой гармоники МДС с $\nu = Z_1 \pm p$ парами полюсов индуктирует ЭДС в короткозамкнутой

обмотке ротора с Z_2 стержнями, то соответствующая МДС реакции ротора будет содержать зубцовую гармонику μ с $Z_2-\nu=Z_2-(Z_1\pm p)$ парами полюсов, имеющую значительную длину волны, равную $\lambda_\mu=2\pi/[Z_2-(Z_1\pm \pm p)]$, амплитуда которой уменьшается под действием насыщения стали; это приводит к уменьшению коэффициента дифференциального рассеяния обмотки ротора.

С другой стороны, зубцовые гармоники МДС реакции короткозамкнутой обмотки ротора на поля от гармоник МДС статора порядка $5p$ и $7p$ имеют малые длины волн, равные:

$$\lambda_\mu=2\pi/(Z_2-5p); \quad \lambda_\mu=2\pi/(Z_2-7p).$$

Поэтому на значениях соответствующих коэффициентов дифференциального рассеяния обмотки ротора τ_{2d5p} и τ_{2d7p} насыщение не сказывается.

7-6. СИНХРОННЫЕ ВРАЩАЮЩИЕ МОМЕНТЫ

Как следует из (7-14а), синхронные моменты возникают, если в спектре гармоник поля статора и ротора имеются две гармоники с одинаковым числом пар полюсов ρ, причем роторная гармоника вызвана статорной гармоникой поля с числом пар полюсов $\nu\neq\rho$. В этом случае, как было отмечено в § 7-2, синхронные моменты возникают при вращающемся и неподвижном роторе.

а) *Синхронные моменты при вращающемся роторе*

Угловая скорость ротора, при которой возникают синхронные моменты, как было установлено в § 7-2, определяется выражением

$$\omega_r=\pm 2\omega/(\rho-\nu) \text{ или } \omega_r=\pm 2\omega/(\rho+\nu).$$

Так как $\rho\mp\nu=c_2Z_2$, то ω_r равно:

$$\omega_r=\pm 2\omega/c_2Z_2. \qquad (7\text{-}29)$$

Следовательно, все гармоники поля статора ρ и ν, порядок которых удовлетворяет условию (7-14а), вызывают провал в механической характеристике от результирующего синхронного момента при скорости ω_r.

В качестве примера рассмотрим короткозамкнутый двигатель с $2p=4$, числом пазов статора $Z_1=36$ и ротора $Z_2=28$. В этом случае большой синхронный момент возникает при угловой скорости ротора, равной

$$\omega_r=\frac{2\omega}{28}(c_2=1).$$

Синхронные моменты создаются наряду с другими следующими гармониками поля:

26-й гармоникой поля статора ($\rho=26$) и 26-й гармоникой поля ротора, вызванной полем рабочей гармоники с $\nu=2$ парами полюсов ($26=28-2$);

14-й гармоникой поля статора ($\rho=14$) и 14-й гармоникой поля ротора от зубцовой гармоники МДС, обусловленной полем статора с $\nu=14$ парами полюсов ($14=28-14$);

38-й гармоникой поля статора ($\rho=38$) и 38-й гармоникой поля ротора, вызванной гармоникой поля статора с $\nu=10$ парами полюсов ($38=28+10$) и др.

Расчет результирующего синхронного момента принципиально возможен, но очень трудоемок [67].

Из (7-16) следует, что если ротор повернется на угол

$$\Delta\alpha=2\pi/(\rho-\nu)=2\pi/c_2Z_2=t_2/c_2, \qquad (7\text{-}30)$$

где t_2 — зубцовое деление ротора, то синхронный момент будет иметь то же значение, что и до поворота ротора. Следовательно, наибольший пространственный период момента равен $2\pi/Z_2=t_2$.

Синхронный момент, создаваемый полями с числом пар полюсов, соответствующим одинаковым значениям c_2, имеет пространственный период t_2/c_2. Наименьшее общее кратное всех периодов — зубцовое деление ротора t_2.

Если зубцовая гармоника МДС ротора, созданная полем рабочей гармоники с p парами полюсов, имеет то же число пар полюсов, что и зубцовая гармоника МДС статора, то следует ожидать значительного синхронного момента. Условие возникновения такого момента определяется соотношением

$$c_1Z_1\pm p=c_2Z_2\mp p, \qquad (7\text{-}31)$$

где c_1 и c_2 — целые числа.

Наибольшие моменты создаются, если $c_1=c_2=1$.

В этом случае равенство (7-31) примет вид:

$$|Z_1-Z_2|=2p \qquad (7\text{-}32)$$

или

$$Z_1+p=Z_2-p; \; Z_1-p=Z_2+p. \qquad (7\text{-}32а)$$

Угловые скорости ротора ω_r, при которых возникают синхронные моменты, равны $\omega_r=2\omega/Z_2$ и $\omega_r=-2\omega/Z_2$ соответственно.

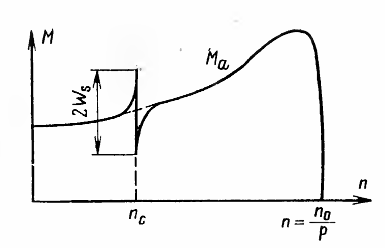


Рис. 7-5. Зависимость $M=f(n)$ при наличии синхронного момента.

Хотя синхронный момент в двигательном режиме при $\omega_r=2\omega/Z_2$, если $Z_2-Z_1=2p$, достигает больших значений (рис. 7-5), двигатель не всегда «застревает» на этой скорости; часто он достигает номинальной скорости. Рассмотрим условия, при которых «добавочный синхронный двигатель» будет синхронизирован.

Угловая скорость гармоники поля статора порядка $\nu=Z_1+p$ равна:

$$\omega_1=\omega/(Z_1+p), \tag{7-33}$$

а угловая скорость роторной гармоники того же порядка относительно статора

$$\omega_2=(Z_2\omega_r-\omega)/(Z_1+p). \tag{7-33а}$$

Если в определенный момент времени между этими гармониками имеется пространственный угол φ, то синхронный момент может быть выражен как

$$M_s=W_s\sin(Z_1+p)\varphi, \tag{7-34}$$

где W_s — по рис. 7-5.

Если обозначить асинхронный момент через M_a, момент нагрузки через M_g и момент инерции ротора через J, то справедливо следующее уравнение движения ротора:

$$M_a-M_g-M_s=J\frac{d\omega_r}{dt}. \tag{7-35}$$

Выразим

$$d\varphi/dt=\omega_2-\omega_1=(Z_2\omega_r-2\omega)/(Z_1+p), \tag{7-36}$$

тогда

$$\frac{d\omega_r}{dt}=\frac{Z_1+p}{Z_2}\frac{d^2\varphi}{dt^2}. \tag{7-36а}$$

С учетом (7-34) и (7-36) преобразуем уравнение (7-35) к виду

$$M_a-M_g-W_s\sin(Z_1+p)\varphi=\frac{J}{Z_2}\frac{d^2(Z_1+p)\varphi}{dt^2}. \tag{7-37}$$

Введем обозначения:

$$(Z_1+p)\varphi=\vartheta; \tag{7-37а}$$

$$K=J/Z_2. \tag{7-37б}$$

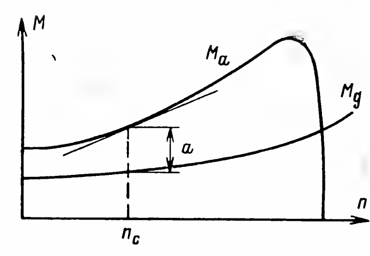


Рис. 7-6. К вопросу о синхронизации.

Для моментов в области скорости n_c (рис. 7-6) можно приближенно записать:

$$M_a-M_g=a+b\omega_r. \tag{7-38}$$

Если подставить (7-38) в (7-35), то, используя (7-36), (7-37а), (7-37б), после преобразования получаем:

$$K\frac{d^2\vartheta}{dt^2}-\frac{b}{Z_2}\frac{d\vartheta}{dt}+W_s\sin\vartheta=a+\frac{b}{Z_2}2\omega. \tag{7-39}$$

Для дальнейшего рассмотрения введем в (7-39) скольжение $s=d\vartheta/dt$ как новую переменную и пренебрежем затуханием колебаний ($b=0$). Тогда (7-39) примет вид:

$$Ks\frac{ds}{d\vartheta}+W_s\sin\vartheta=M_a-M_g=M. \tag{7-40}$$

Наиболее благоприятны условия для синхронизации «добавочного синхронного двигателя», если при $t=0$ начальное скольжение $s_0=0$. Если угол ϑ при $t=0$ равен ϑ_0, то при интегрировании (7-40) получим:

$$K\frac{s^2}{2}-W_s(\cos\vartheta-\cos\vartheta_0)=M(\vartheta-\vartheta_0); \tag{7-41}$$

$$s=\pm\sqrt{\frac{2}{K}[W_s(\cos\vartheta-\cos\vartheta_0)+M(\vartheta-\vartheta_0)]}. \tag{7-41а}$$

Это отношение определяет процесс движения на фазовой плоскости (s, ϑ).

Скольжение s имеет максимальное значение при

$$\vartheta=\beta_0+c\cdot 2\pi \quad (c=0, 1, 2 \ldots)$$

и минимальное значение при

$$\vartheta=\pi-\beta_0+c\cdot 2\pi,$$

где

$$\sin\beta_0=M/W_s. \tag{7-42}$$

На рис. 7-7 приведен фазовый портрет для частного случая $M/W_s=0{,}5$; $\sin\beta_0=\pi/6$ и для различных начальных значений ϑ_0. Если угол ϑ_0 лежит в заштрихованной зоне, фазовые траектории являются замкнутыми кривы-

ми. Это соответствует устойчивому процессу, т. е. «добавочный синхронный двигатель» синхронизируется и «застревает» на этой скорости. Если начальная точка ($s_0=0$; $\vartheta=\vartheta_0$) лежит вне заштрихованной области, то скольжение s увеличивается с ростом ϑ; фазовые траектории разомкнуты. Это соответствует неустойчивому режиму, двигатель не синхронизируется, переходит зону действия синхронных моментов, скорость его возрастает.

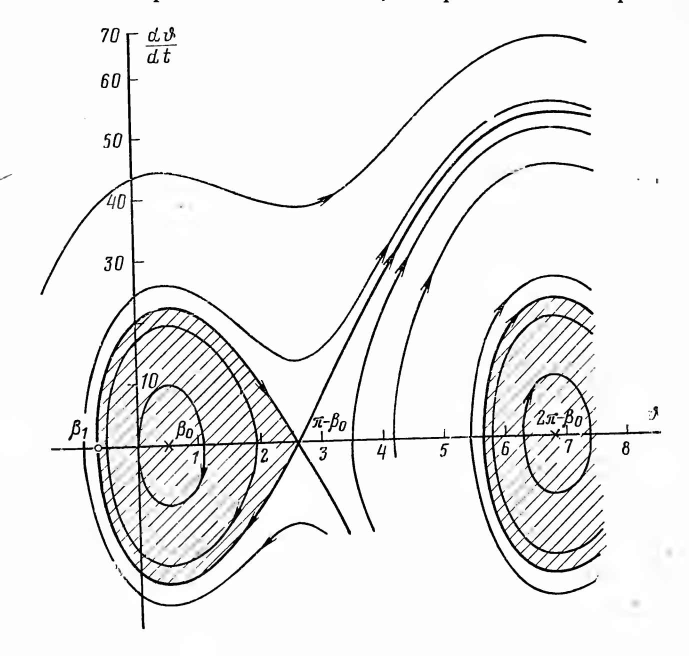


Рис. 7-7. Фазовый портрет при $M/W_s=0{,}5$; $\sin\beta_0=\pi/6$ и различных значениях ϑ_0.

Граничная кривая (жирная линия на рис. 7-7), отделяющая область устойчивого режима от неустойчивого, называется сепаратрисой. Она характеризуется пересечением оси ϑ в точке $\vartheta=\pi-\beta_0$. Вторая точка пересечения с осью ϑ, β_1 в области $\vartheta<\beta_0$ слева от первого максимума определяет наибольшее начальное значение ϑ_0, при котором возможен устойчивый процесс.

Из (7-41а) следует, что момент инерции K не оказывает влияния на положение граничной кривой. Граничная кривая (рис. 7-7) определяется согласно (7-41б) выражением

$$s=\pm\sqrt{\frac{2}{K}\left[W_s(\cos\vartheta-\cos\beta_1)+M(\vartheta-\beta_1)\right]}, \quad (7\text{-}43)$$

где начальная точка при $s_0=0$ $\vartheta_0=\beta_1$.

Фазовая траектория, соответствующая неустойчивому режиму, бесконечно близкая к сепаратрисе, должна иметь минимум при $\vartheta=\pi-\beta_0$, лежащий бесконечно близко к оси ϑ. Следовательно, получим следующее выражение для этой фазовой траектории, бесконечно близкой к сепаратрисе:

$$W_s\sin(\pi-\beta_0)=W_s\sin\beta_0=M; \quad (7\text{-}43\text{а})$$

$$W_s[\cos(\pi-\beta_0)-\cos\beta_1]+ +M(\pi-\beta_0-\beta_1)=0. \quad (7\text{-}43\text{б})$$

Эти два уравнения зависят от трех параметров: M/W_s, β_0, β_1. Следовательно, если отношение M/W_s задано, два остальных значения β_0 и β_1 могут быть определены. На рис. 7-8 значения β_0 и β_1 представлены как функции отношения M/W_s. Таким образом, если при определенном значении M/W_s начальная точка ($s_0=0$, ϑ_0) лежит в интервале ($\beta_1<\vartheta_0<\pi-\beta_0$), режим будет устойчивым и двигатель «застрянет» на скорости n_c. В противном случае двигатель преодолеет зону действия синхронных моментов. Следовательно, граница «застревания» двигателя определяется выражением

$$P=(\pi-\beta_0-\beta_1)/2\pi \quad (7\text{-}44)$$

и зависит от отношения M/W_s (рис. 7-9). Для $M/W_s>1$, очевидно, $P=0$, т. е. увеличение скорости двигателя происходит во всех случаях.

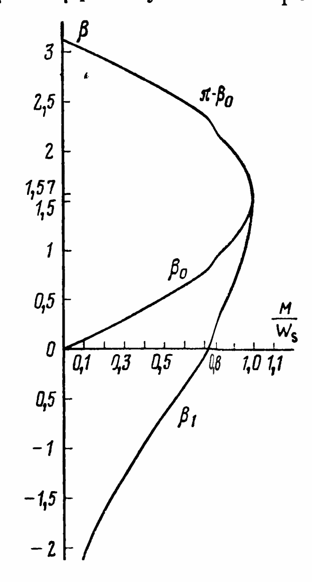


Рис. 7-8. Зависимости β_0 и β_1 от отношения M/W_s.

Если в (7-39) $b>0$, то член $(b/Z_2)\cdot 2\omega$ существенно увеличивает правую часть уравнения (7-39), поэтому асинхронный двигатель преодолеет область действия

синхронного момента при относительно меньшем моментном запасе a, чем в случае $b=0$. Очень опасен случай $b<0$, наблюдающийся у некоторых двигателей с высоким пусковым моментом, имеющих в определенной области скоростей падающую механическую характеристику (рис. 7-10).

В современных высокоиспользованных двигателях проявляется влияние насыщения стали при пуске на открытие паза.

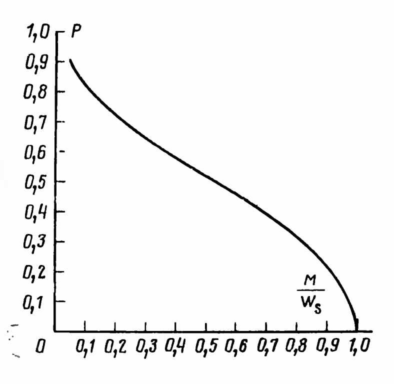


Рис. 7-9. Зависимость границы «застревания» двигателя от отношения M/W_s.

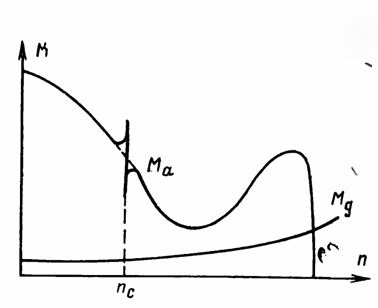


Рис. 7-10. Искажение падающей механической характеристики синхронным моментом.

Как было выведено в § 6-3, член, определяемый (6-35), появляется в выражении магнитной проводимости воздушного зазора. Зубцовая гармоника МДС ротора порядка $\mu=Z_2\pm p$ под влиянием изменения проводимости воздушного зазора создает в кривой напряженности магнитного поля составляющую, пропорциональную выражению

$$\sin[(Z_2\pm p)\alpha\mp(\omega\pm Z_2\omega_r)t]\sin 2(p\alpha-\omega t)=$$

$$=\pm\frac{1}{2}\cos[(Z_2\mp p)\alpha\pm(\omega\mp Z_2\omega_r)t]\mp$$

$$\mp\frac{1}{2}\cos[(Z_2\pm 3p)\alpha\mp(3\omega\pm Z_2\omega_r)t]. \qquad (7\text{-}45)$$

Если в выражении напряженности магнитного поля статора появляется член, пропорциональный выражению

$$\sin(\nu p\mp\omega t),$$

имеющий порядок $\nu=(6c\pm1)p$, совпадающий с порядком роторной гармоники, то возникает синхронный момент. Новые условия создания синхронного момента вытекают из второго члена уравнения (7-45).

Под влиянием насыщения коронок зубцов создаются синхронные моменты, если справедливо равенство

$$Z_2\pm3p=(6c\pm1)p$$

или равенство

$$Z_2=2p(3c\mp1), \qquad (7\text{-}46)$$

где $c=1, 2, 3 \ldots$

Если условие (7-46) выполняется, то синхронный момент возникает при

$$\mp(3\omega\pm Z_2\omega_r)=\pm\omega,$$

т. е. когда угловая скорость ротора равна

$$\omega_r=\pm4\omega/Z_2. \qquad (7\text{-}46а)$$

Наибольшие моменты такого рода появляются при взаимодействии полей от статорных и роторных зубцовых гармоник МДС, т. е. когда согласно (7-46) выполняется условие

$$Z_2\pm3p=Z_1\pm p$$

или

$$Z_2=Z_1\mp4p. \qquad (7\text{-}46б)$$

Если выполняется условие (7-46б), то эти моменты увеличиваются по следующей причине: если зубцовая гармоника МДС статора порядка $\nu=Z_1\pm p$ взаимодействует с переменной составляющей магнитной проводимости воздушного зазора, обусловленной насыщением зубцов, то в напряженности магнитного поля статора аналогично уравнению (7-45) возникает составляющая, пропорциональная

$$\cos[(Z_1\pm3p)\alpha\mp3\omega t].$$

Эта гармоника поля статора, взаимодействуя с полем от зубцовой гармоники МДС ротора порядка $\mu=Z_2\mp p$, вызывает появление синхронных моментов при выполнении условий (7-46а), (7-46б).

До сих пор принимались во внимание только наибольшие синхронные моменты, вызываемые сильнейшими полями от зубцовых гармоник МДС ротора порядка $\mu=Z_2\pm p$. Меньшие синхронные моменты могут возникать при действии полей от зубцовых гармоник МДС ротора более высоких порядков $\mu=c_2Z_2\pm p$, где $c_2=1, 2, 3 \ldots$ В общем случае провалы от синхронных моментов возникают при угловой скорости ротора:

$$\omega_r=\pm2c_1\omega/c_2Z_2, \qquad (7\text{-}47)$$

где $c_1=0, 1, 2 \ldots$; $c_2=1, 2, 3$.

9—843

Уравнение (7-47) обобщает уравнения (7-29) и (7-46а) и применимо для высших гармоник поля при выполнении условий, соответствующих этим уравнениям.

б) *Синхронные моменты при неподвижном роторе*

($\omega_r=0$)

Как было указано в § 7-2, возникновение синхронных моментов возможно и при $\omega_r=0$ [см. (7-15)]. Экспериментально установлено, что двигатели с определенным соотношением чисел пазов плохо запускаются, а иногда и совсем ротор остается неподвижным («прилипание» ротора к статору). Этот эффект наиболее силен в двигателях с одинаковым числом пазов статора и ротора $Z_1=Z_2$.

Действительно, при $Z_1=Z_2$ наиболее сильные высшие гармоники поля статора с $Z_1 \pm p$ парами полюсов и ротора с $Z_2 \pm p$ парами полюсов имеют одинаковый порядок и находятся в синхронизме при неподвижном роторе.

Вообще синхронные моменты весьма значительны при $\omega_r=0$, если число стержней ротора Z_2 определяется выражением

$$Z_2=6c_2p, \qquad (7\text{-}48)$$

где $c_2=1, 2, 3 \ldots$,
так как в этом случае группа гармоник поля статора порядка $(6c_1 \pm 1)$ взаимодействует с соответствующими группами гармоник поля ротора. Таким образом, рекомендуется избегать числа пазов ротора, удовлетворяющих условию (7-48), так как в этом случае достаточный начальный пусковой момент независимо от положения ротора достижим с трудом даже при наличии скоса пазов.

Таблица 7-1

Номинальные мощности двигателей, кВт*	Z_1	Z_2	Начальный пусковой момент, 10Н·см	
			максимальный	минимальный
0,55	24	13	76	0
0,85	24	22	32	27
1,4	24	26	36	33
2	24	28	85	75
4	24	30	252	98

* Напряжение 380/220 В, частота 50 Гц.

В табл. 7-1 приведены экспериментальные значения начальных пусковых моментов двухполюсных короткозамкнутых двигателей с медными стержнями обмотки ротора; у всех двигателей пазы ротора скошены на одно зубцовое деление статора.

Измерения были проведены при напряжении 380 В. Как видно из табл. 7-1, наибольшие провалы начальных пусковых моментов наблюдаются в двигателях с роторами, имеющими 18 и 30 пазов. Числа пазов обоих роторов кратны $6p=6\times1$, т. е. удовлетворяют условию (7-48).

Установлено, что расчет синхронных моментов при пуске с помощью метода гармонических составляющих поля весьма труден.

В [241] сделана попытка рассчитать синхронный момент при пуске на основе сил, вызываемых результирующим полем в воздушном зазоре, обусловленном током статора. Так как в противоположность добавочным асинхронным моментам на синхронные моменты сопротивление стержней и короткозамыкающих колец обмотки ротора не оказывает заметного влияния, то при расчете синхронных моментов с достаточной точностью этим сопротивлением можно пренебречь ($R_s=0$). Пренебрегая также рассеянием в кольцах и пазовым рассеянием, считаем, что потокосцепление с любым контуром, образованным двумя соседними стержнями ротора и соответствующими сегментами короткозамыкающих колец, равно нулю, следовательно, магнитный поток в элементе воздушного зазора, ограниченном этим контуром, равен нулю, т. е.

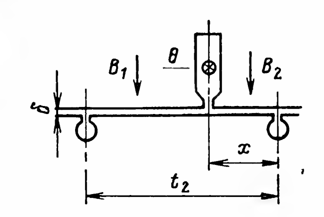


Рис. 7-11. К расчету индукций B_1 и B_2.

$$\Phi_t=0. \qquad (7\text{-}49)$$

Если $Z_1<Z_2<1{,}32Z_1$, что соответствует соотношению чисел пазов, встречающихся в практике, то на контур, образованный двумя соседними стержнями ротора, приходится максимум один паз статора. Это положение показано на рис. 7-11.

Для распределения магнитной индукции в воздушном зазоре на зубцовом делении ротора t_2, учитывая уравнение (7-49), можно записать выражение

$$B_1(t_2-x)+B_2x=0. \qquad (7\text{-}50)$$

Согласно первому уравнению Максвелла

$$B_1-B_2=\Theta\mu_0/\delta, \qquad (7\text{-}51)$$

где Θ — полный ток паза статора.

Из (7-50) и (7-51) следует:

$$B_1=\frac{\Theta\mu_0}{\delta}\;\frac{x}{t_2}; \qquad (7\text{-}52)$$

9*

$$B_2 = -\frac{\Theta\mu_0}{\delta}\left(1 - \frac{x}{t_2}\right). \qquad (7\text{-}52a)$$

Сила f, действующая на стенки паза статора, отнесенная к единице длины сердечника, равна:

$$f = \Theta\frac{B_1 + B_2}{2} = \frac{\Theta^2\mu_0}{2\delta}\left(2\frac{x}{t_2} - 1\right) \quad \text{при} \quad 0 < x < t_2$$

или

$$f = \frac{\Theta^2\mu_0}{2\delta} f(x), \qquad (7\text{-}53)$$

где $f(x) = 2\frac{x}{t_2} - 1$.

Если на зубцовое деление t_2 ротора не приходится паз статора, то

$$B_1 = B_2 = 0 \qquad (7\text{-}54)$$

и $f = 0$.

Кривая $f(x)$ на зубцовом делении t_2, определяемая (7-53), представлена на рис. 7-12. Результирующая тангенциальная сила F, отнесенная к единице длины машины, в определенный момент времени для всех Z_2 зубцовых делений равна:

$$F = \sum_{r=1}^{Z_2} f_r = \sum_{r=1}^{Z_2}\left(\frac{2x_r}{t_2} - 1\right)\frac{\mu_0\Theta^2{}_r(t)}{2\delta}, \qquad (7\text{-}55)$$

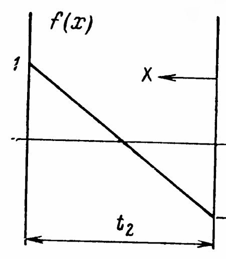


Рис. 7-12. Распределение $f(x)$ вдоль зубцового деления ротора.

где x_r определяет положение паза статора, приходящегося на r-е зубцовое деление ротора [если паз статора имеется на этом делении и $\Theta_r(t)$ означает полный ток r-го паза статора в момент времени t].

Если суммирование провести для всех Z_1 зубцовых делений статора, то получим аналогично:

$$\sum_{r=1}^{Z_1}(2x_r/t_2 - 1) = \sum_{r=1}^{Z_2}(2x_r/t_2 - 1). \qquad (7\text{-}56)$$

Из (7-55) следует, что тангенциальная сила F — линейная функция положения статора относительно ротора. Если Z_2 отрезков прямых для всех Z_2 зубцовых делений ротора изобразить следующими друг за другом, то получится пилообразная периодическая функция $F(x')$, для которой справедливо уравнение

$$F(x' + kt_2) = F(x'); \quad k = 1, 2, 3 \ldots, \qquad (7\text{-}57)$$

где $F(x') = 2x'/t_2 - 1$ в интервале $0 < x' < t_2$. Функция $F(x')$ представлена на рис. 7-13.

При заданном положении статора относительно ротора сумма в правой части равенства (7-56) может быть представлена как

$$\sum_{r=1}^{Z_2}(2x_r/t_2 - 1) = \sum_{r=1}^{Z_2} F_r(x'_r) = \sum_{r=1}^{Z_2} F_r(rt_2 - x_r). \qquad (7\text{-}57a)$$

Эта сумма справедлива и для тангенциальных сил, действующих на стенки пазов ротора.

Как было показано выше, величины x_r на r-м зубцовом делении ротора должны отсчитываться от правого конца к левому, поэтому

$$x'_r = rt_2 - x_r.$$

С другой стороны, функция $F(x')$ может быть представлена как распределение силы, действующей на стенки определенного паза статора, находящегося в точке x' при перемещении вдоль окружности воздушного зазора машины.

В последующем будут использованы оба понятия $F(x')$.

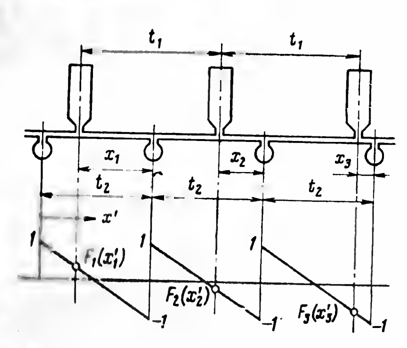


Рис. 7-13. Распределение функции $F_r(x')$.

Если $\Theta_r(t)$ — полный ток r-го паза статора, то

$$\Theta_r(t) = \Theta_r \sin(\omega t - \varphi_r),$$

где φ_r — фазовый сдвиг полного тока r-го паза.

Тангенциальная сила F определяется выражением

$$F = \sum_{r=1}^{Z_2}\left(\frac{2x_r}{t_2} - 1\right)\frac{\mu_0\Theta^2{}_r}{2\delta}\sin^2(\omega t - \varphi_r). \qquad (7\text{-}58)$$

Так как

$$\sin^2(\omega t - \varphi_r) = [1 - \cos 2(\omega t - \varphi_r)]/2,$$

то окончательно получим:

$$F = \sum_{r=1}^{Z_2}\frac{\mu_0\Theta^2{}_r}{4\delta}\left(\frac{2x_r}{t_2} - 1\right)(1 - \cos 2(\omega t - \varphi_r)). \qquad (7\text{-}58a)$$

При определении величины полного тока Θ_r в (7-58), (7-58a) следует помнить, что синхронные моменты возникают в области больших скольжений ($s \approx 1$), поэтому в статорной обмотке протекает практически начальный пусковой ток I_k.

Если обмотка статора однослойная, то при числе проводников в пазу s полный ток имеет максимальное значение, равное

$$\Theta_r = \sqrt{2}\, I_k s. \qquad (7\text{-}59)$$

Если статорная обмотка двухслойная, с укороченным шагом y, то при q пазов статора на полюс и фазу в двух слоях q_1 пазов будет протекать ток одной и той же фазы, токи разных фаз в слоях паза будут протекать в q_2 пазах; при этом

$$q=q_1+q_2. \quad (7\text{-}60)$$

Максимальный полный ток в q_1 пазах (один и тот же ток в нижнем и верхнем слоях) равен, как и ранее, $\Theta'_r=\sqrt{2}I_k s$, а максимальный полный ток Θ''_r в q_2 пазах (разные токи в слоях) равен:

$$\Theta''_r=\sqrt{2}\, I_k s \sin\left(\frac{y}{\tau_p}\frac{\pi}{2}\right).$$

Среднее квадратическое значение полного тока равно:

$$\Theta=\sqrt{2}\,\frac{I_k s}{q}\sqrt{q^2_1+q^2_2\sin^2\left(\frac{y}{\tau_p}\frac{\pi}{2}\right)}. \quad (7\text{-}61)$$

Очевидно, что эти соотношения справедливы как для неподвижного, так и для вращающегося ротора.

Для неподвижного ротора значения x_r постоянны во времени.

Результирующая тангенциальная сила при неподвижном роторе определяется суммированием сил, постоянных во времени:

$$F'=\frac{\mu_0\Theta^2}{4\delta}\sum_{r=1}^{Z_2}\left(\frac{2x_r}{t_2}-1\right) \quad (7\text{-}62)$$

и сил, пульсирующих с двойной частотой сети (2ω):

$$F''=\frac{\mu_0\Theta^2}{4\delta}\sum_{r=1}^{Z_2}\left(\frac{2x_z}{t_2}-1\right)\cos 2(\omega t-\varphi_r). \quad (7\text{-}62\text{a})$$

Для любого момента времени среднее значение F'' равно 0.

Рассмотрим более подробно выражение

$$\sum_{r=1}^{Z_2}(2x_r/t_2-1)=\sum_{r=1}^{Z_1}\left(\frac{2x_r}{t_2}-1\right),$$

которое входит в уравнение для тангенциальной силы F'.

Если введем, как и ранее, функцию $F(x')$ по (7-57) для определенного положения статора по отношению к ротору, то может быть использована сумма $\sum\limits_{r=1}^{Z_2}(2x_r/t_2-1)$, в которой x_r — имеет постоянные значения.

С другой стороны, функция $F_r(x')$ представляет распределение вдоль зазора машины силы, с которой магнитное поле действует на стенки r-го паза статора, расположенного в точке x'. Сила, действующая на стенки $(r+1)$-го паза статора, определяется функцией $F_{r+1}(x')$, смещенной на одно зубцовое деление статора по отношению к $F_r(x')$, т. е.

$$F_{r+1}(x')=F_r(x'+t_1). \quad (7\text{-}63)$$

Каждая из этих функций $F_r(x')$ является пилообразной функцией, состоящей из Z_2 линейных отрезков и изменяющейся скачком от 1 до —1 в точках $x'=0,\ t_2,\ 2t_2\ \ldots$

При постоянных значениях x'_r для суммарной силы справедливо следующее выражение:

$$\sum_{r=1}^{Z_1}\left(\frac{2x_r}{t_1}-1\right)=\sum_{r=1}^{Z_1}F_r(x'_r)=\psi(x'). \quad (7\text{-}64)$$

Если величины x'_r переменные, то функция $\psi(x')$ является пилообразной функцией, состоящей из Z_1 линейных отрезков, изменяющаяся скачком от 1 до —1 в точках $(vt_1\pm kt_2)$; функция $\psi(x')$ периодическая с периодом

$$\lambda=t_1-t_2=t_2(Z_2/Z_1-1), \quad (7\text{-}65)$$

так как при смещении ротора по отношению к статору на λ условия повторятся.

Если за начало отсчета взято $x_1=t_2$, т. е. паз статора в первом зубцовом делении ротора противоположен пазу ротора, то можно подсчитать сумму

$$\sum_{r=1}^{Z_2}(2x_r/t_2-1)$$

для

$$x'_1=t_2,\ x'_2=2t_2-t_1,\ \ldots,\ x'_{Z2}=Z_2t_2-(Z_2-1)t_1. \quad (7\text{-}66)$$

Сумма периодически повторяется после поворота ротора на c_2 зубцовых деления, если выполняется условие

$$c_2t_2=c_1t_1,$$

причем c_1 и c_2 — наименьшие положительные целые числа.

Если d — наибольший общий делитель Z_1 и Z_2, то справедливы следующие соотношения:

$$\frac{c_2}{c_1}=\frac{t_1}{t_2}=\frac{Z_2}{Z_1}=\frac{Z'_2}{Z'_1}=1+\frac{\varepsilon}{Z'_1},\ \text{т. е.}$$

$$c_1=Z'_1;\quad c_2=Z'_2. \quad (7\text{-}67)$$

Следовательно,

$$\sum_{r=1}^{Z_2}(2x_r/t_2-1)=d\sum_{r=1}^{Z'_2}(2x_r/t_2-1). \quad (7\text{-}67\text{a})$$

Эти положения иллюстрируются рис. 7-14 для случая $Z_1=24$, $Z_2=32$. Следовательно, $d=8$, $Z'_1=3$, $Z'_2=4$,

$$\lambda=t_2(Z'_2/Z'_1-1)=t_2(4/3-1)=t_2/3.$$

Далее имеем:

$$x'_1=t_2,\ F_1(x'_1)=1;$$

$$x'_2=2t_2-t_1,\ F_2(x'_2)=4-2t_1/t_2-1;$$

$$x'_3=3t_2-2t_1,\ F_3(x'_3)=6-4t_1/t_2-1.$$

Отсюда получаем:

$$\sum_{r=1}^{Z'_1=3} F_r(x_r)=9-6t_1/t_2=1;\ \sum_{r=1}^{32}(2x_r/t_2-1)=8=d.$$

Из этого следует, что тангенциальная сила F' постоянна во времени и имеет амплитуду, равную

$$|F'|_{max}=\frac{\mu_0\Theta^2}{4\delta}d. \qquad (7\text{-}68)$$

Из (7-68) видно, что $|F'|$ тем меньше, чем меньше общий делитель d.

Если Z_1 и Z_2 взаимно простые числа, т. е. $d=1$, то $|F'_{max}|$ имеет наименьшее возможное значение

$$(F'_{max})_{min}=\mu_0\Theta^2/4\delta. \qquad (7\text{-}68а)$$

Если $Z_1=Z_2$, то делитель $d=Z_2$, амплитуда тангенциальной силы имеет максимально возможное значение

$$(F'_{max})_{max}=\mu_0\Theta^2 Z_2/4\delta \qquad (7\text{-}68б)$$

и ротор «прилипает».

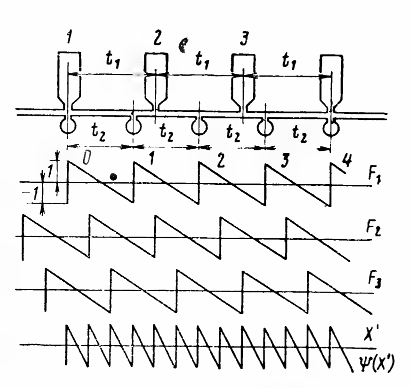


Рис. 7-14. Функции F_1, F_2, F_3 при $Z_1=24$; $Z_2=32$.

Для трехфазной распределенной обмотки при q пазах на полюс и фазу число пазов статора $Z_1=6\,pq$.

Если число пазов ротора нечетное $Z_2=2g+1$ и Z_1 и Z_2 не имеют общего делителя, т. е. $d=1$, то это приводит к минимально возможному уменьшению начального пускового момента. Нечетное число пазов ротора является, таким образом, благоприятным с точки зрения уменьшения синхронных моментов. Следует, однако, заметить, что двигатель с нечетным числом пазов ротора имеет вообще бóльшую тенденцию к созданию шума, чем двигатели, имеющие четное число пазов ротора.

Следует также избегать соотношения чисел пазов, удовлетворяющих условиям

$$Z_1-Z_2=6pc,\ c=1,\ 2,\ 3\ \ldots, \qquad (7\text{-}69)$$

так как в этом случае наибольший общий делитель d равен по крайней мере $6p$, что приводит к значительному синхронному моменту [см. (7-68)]. Из приведенных рассуждений следует, что метод результирующего поля рационален для оценки добавочных моментов при неподвижном роторе.

7-7. ВТОРИЧНАЯ РЕАКЦИЯ ЯКОРЯ

В предыдущих рассуждениях учитывалась только реакция ротора на гармоники поля, созданные током статора основной частоты. Исследования, проведенные Оберретлем, показали, однако, что при определенных условиях гармоники поля в зазоре, создаваемые гармониками МДС ротора, могут индуктировать в обмотке статора дополнительные ЭДС и токи, частота которых отлична от частоты сети и которые сильно влияют на пусковые характеристики двигателя. Эта реакция статора на гармонические составляющие поля ротора называется вторичной реакцией якоря [79, 86, 87, 232, 233].

Соответственно могут быть введены реакции якоря более высоких порядков, например, третичная реакция якоря определяет реакцию ротора на поля, созданные токами статора с частотами, отличными от частоты сети, и т. д.

Как было отмечено, установившиеся электромагнитные процессы в асинхронных машинах могут быть исследованы или методами непосредственного использования результирующих полей и токов или методом гармонических составляющих. Первые из упомянутых методов обычно приводят к достаточно сложной системе из 15—20 уравнений, порядок которой зависит от числа пазов статора и ротора [79, 86, 87, 91]. В то же время метод гармонических составляющих поля приводит к сложной системе бесконечного порядка, решение которой требует ограничения числа уравнений.

Как показали экспериментальные исследования, расчет пусковых и тормозных режимов короткозамкнутого двигателя при соединении обмотки статора в треугольник или при наличии параллельных ветвей в ней требует учета вторичной реакции якоря, в то время как реакции якоря более высоких порядков обычно не оказывают заметного влияния.

При целом числе пазов на полюс и фазу и равном числе фаз обмоток статора и ротора (двигатель с фазным ротором) на гармонические составляющие полей не влияют ни схема соединения обмоток фаз, ни наличие параллельных ветвей в них [242].

При исследовании вторичной реакции якоря обычно полагают, что на обмотку статора действуют только те гармоники поля, порядок которых соответствует порядку гармоник поля, создаваемых МДС обмотки статора.

Как известно, однофазная обмотка статора с p парами полюсов создает пульсирующие гармоники поля, имеющие

$$\nu=p(2c+1),\ c=0,\ 1,\ 2\ \ldots \qquad (7\text{-}70)$$

пар полюсов; порядок вращающихся гармоник поля, создаваемых трехфазной симметричной шестизонной обмоткой, определяется выражением

$$\nu=p(6c\pm1),\ c=0,\ 1,\ 2\ \ldots \qquad (7\text{-}70а)$$

Любое поле, созданное гармониками МДС обмотки ротора, число пар полюсов которого ν определяется указанными выше соотношениями, может при воздействии на обмотку статора индуктировать ЭДС, приводящую к дополнительной системе статорных токов, имеющих частоту, отличную от частоты сети.

Что касается этих дополнительных статорных токов, то они наиболее значительны при наличии замкнутых контуров, образован-

ных параллельными ветвями статорной обмотки. Замыкание этих токов через внешнюю цепь двигателя невозможно.

Как было показано ранее, провалы в механической характеристике короткозамкнутого двигателя в значительной степени зависят от зубцовых гармоник МДС статора, наиболее значительные из которых имеют порядок $Z_1 \pm p$. Если $I'_{1(Z1\pm p)}$ — амплитуда приведенного тока возбуждения гармоники поля статора порядка $Z_1 \pm p$, то для тока ротора, вызванного этим полем, если пренебречь активным сопротивлением обмотки, получим приближенное выражение:

$$I_{2\,(Z1\pm p)} \approx \frac{I'_{1\,(Z1\pm p)}}{1+\tau_{d\,(Z1\pm p)}}, \qquad (7\text{-}71)$$

где $\tau_{d(Z1\pm p)}$ — коэффициент дифференциального рассеяния обмотки ротора по отношению к полю с $Z_1 \pm p$ парами полюсов:

$$\tau_{d\,(Z1\pm p)} = \left[\frac{\pi(Z_1 \pm p)}{Z_2}\right]^2 \frac{1}{\sin^2\left[\frac{\pi(Z_1\pm p)}{Z_2}\right]} - 1. \qquad (7\text{-}72)$$

Для встречающихся на практике соотношений чисел пазов $Z_2/(Z_1 \pm p) < 1,4$, поэтому коэффициент дифференциального рассеяния короткозамкнутой обмотки по (7-72) достигает больших значений, следовательно, роторный ток, определяемый уравнением (7-71), весьма мал.

Однако при сильной вторичной реакции якоря картина может существенно измениться.

Обусловленная током $I_{2(Z1\pm p)}$ кривая МДС ротора содержит, как известно, гармоники μ, число пар полюсов которых определяется выражением

$$\mu = cZ_2 \pm (Z_1 \pm p),\quad c = 0,\ 1,\ 2\ \ldots \qquad (7\text{-}73)$$

Амплитуда гармоники μ равна:

$$F_\mu = \frac{Z_1 \pm p}{cZ_2 \pm (Z_1 \pm p)} F_{2\,(Z1\pm p)}, \qquad (7\text{-}74)$$

где $F_{2(Z1\pm p)}$ — амплитуда гармоники МДС ротора с $Z_1 \pm p$ парами полюсов, созданной током $I_{2(Z1\pm p)}$.

Если $L_{Z1\pm p}$ и L_μ означают соответственно индуктивности обмотки ротора от полей, $Z_1 \pm p$ и μ-й гармоник, то из определения τ_d следует, что

$$\tau_{d\,(Z1\pm p)} = \frac{\sum\limits_\mu L_\mu}{L_{Z1\pm p}} - 1 = \sum_\mu \left(\frac{F_\mu}{F_{Z1\pm p}}\right)^2 - 1 =$$

$$= \left[\frac{Z_1 \pm p}{Z_2 - (Z_1 \pm p)}\right]^2 + \left[\frac{Z_1 \pm p}{Z_2 + (Z_1 \pm p)}\right]^2 +$$

$$+ \left[\frac{Z_1 \pm p}{2Z_2 - (Z_1 \pm p)}\right]^2 + \left[\frac{Z_1 \pm p}{2Z_2 + (Z_1 \pm p)}\right]^2 + \ldots$$

или

$$\tau_{d\,(Z1\pm p)} = \sum_{c=1}^{\infty}\left[\frac{Z_1 \pm p}{cZ_2 - (Z_1 \pm p)}\right]^2 + \sum_{c=1}^{\infty}\left[\frac{Z_1 \pm p}{cZ_2 + (Z_1 \pm p)}\right]^2. \qquad (7\text{-}75)$$

Как видно из (7-75), первая сумма

$$\sum_{c=1}^{\infty}\left[\frac{Z_1 \pm p}{cZ_2 - (Z_1 \pm p)}\right]^2$$

имеет значительно большее значение, чем вторая

$$\sum_{c=1}^{\infty}\left[\frac{Z_1 \pm p}{cZ_2 + (Z_1 \pm p)}\right]^2,$$

и в первой сумме член, соответствующий $c = 1$,

$$\left[\frac{Z_1 \pm p}{Z_2 - (Z_1 \pm p)}\right]^2$$

много больше последующих. Этот член соответствует составляющей поля дифференциального рассеяния ротора с

$$\Delta = Z_2 - (Z_1 \pm p)$$

парами полюсов, созданного 1-й зубцовой гармоникой МДС ротора от тока $I_{2(Z1\pm p)}$. Эта зубцовая гармоника поля с Δ парами полюсов имеет наибольшую длину волны по сравнению с другими гармониками поля от МДС ротора, обусловленной током $I_{2(Z1\pm)p}$.

Следовательно, любое уменьшение поля, созданного в воздушном зазоре зубцовой гармоникой МДС ротора с числом пар полюсов $\Delta = Z_2 - (Z_1 \pm p)$, будет значительно уменьшать коэффициент дифференциального рассеяния обмотки ротора $\tau_{d(Z1\pm p)}$.

Если $\Phi_{\Delta 0}$ — магнитный поток в воздушном зазоре с $\Delta = Z_2 - (Z_1 \pm p)$ парами полюсов, созданный током ротора $I_{2(Z1\pm p)}$, то результирующий поток Φ_Δ с учетом вторичной реакции якоря определяется отношением

$$\Phi_\Delta \approx \Phi_{\Delta 0} \frac{\tau_{d\Delta}}{1+\tau_{d\Delta}}, \qquad (7\text{-}76)$$

где $\tau_{d\Delta}$ — коэффициент дифференциального рассеяния обмотки статора по отношению к полю с Δ парами полюсов. Уменьшение потока $\Phi_{\Delta 0}$ под влиянием потока, созданного током статора I_Δ, частота которого отлична от частоты сети, определяется величиной

$$\Phi_{\Delta 0} - \Phi_\Delta = \Phi_{\Delta 0} \frac{1}{1+\tau_{d\Delta}}. \qquad (7\text{-}77)$$

Это приводит к уменьшению коэффициента дифференциального рассеяния обмотки ротора $\tau_{d(Z1\pm p)}$ по отношению к полю с $Z_1 \pm p$

парами полюсов. Если $\tau'_{d(Z1\pm p)}$ — коэффициент дифференциального рассеяния обмотки ротора с учетом вторичной реакции якоря, то справедливо следующее выражение:

$$\tau'_{d\,(Z1\pm p)}=\left[\frac{Z_1\pm p}{Z_2-(Z_1\pm p)}\right]^2\left(\frac{\tau_{d\Delta}}{1+\tau_{d\Delta}}\right)^2+$$

$$+\sum_{c=2}^{\infty}\left[\frac{Z_1\pm p}{cZ_2-(Z_1\pm p)}\right]^2+\sum_{c=1}^{\infty}\left[\frac{Z_1\pm p}{cZ_2+(Z_1\pm p)}\right]^2 \qquad (7\text{-}78)$$

или

$$\tau'_{d\,(Z1\pm p)}=\sum_{c=1}^{\infty}\left[\frac{Z_1\pm p}{cZ_2-(Z_1\pm p)}\right]^2+\sum_{c=1}^{\infty}\left[\frac{Z_1\pm p}{cZ_2+(Z_1\pm p)}\right]^2-$$

$$-\left[\frac{Z_1\pm p}{Z_2-(Z_1\pm p)}\right]^2\left[1-\left(\frac{\tau_{d\Delta}}{1+\tau_{d\Delta}}\right)^2\right]=$$

$$=\tau_{d\,(Z1\pm p)}-\left[\frac{Z_1\pm p}{Z_2-(Z_1\pm p)}\right]^2\left[1-\left(\frac{\tau_{d\Delta}}{1+\tau_{d\Delta}}\right)^2\right]. \qquad (7\text{-}79)$$

При полном демпфировании поля с Δ парами полюсов ($\tau_{d\Delta}=0$)

$$\tau'_{d\,(Z1\pm p)}=\tau_{d\,(Z1\pm p)}-\left[\frac{Z_1\pm p}{Z_2-(Z_1\pm p)}\right]^2;$$

при отсутствии демпфирования ($\tau_{\Delta}=\infty$)

$$\tau'_{d(Z1\pm p)}=\tau_{d(Z1\pm p)}.$$

Таким образом, при наличии демпфирования ток $I_{2(Z1\pm p)}$, наведенный в короткозамкнутой обмотке ротора полем от зубцовой гармоники МДС статора первого порядка, равен:

$$I_{2\,(Z1\pm p)}\approx\frac{I'_{1\,(Z1\pm p)}}{1+\tau'_{d\,(Z1\pm p)}}. \qquad (7\text{-}80)$$

Следовательно, из-за вторичной реакции якоря указанный ток ротора увеличивается в отношении $[1+\tau_{d(Z1\pm p)}]/[1+\tau'_{d(Z1\pm p)}]$. Это приводит к усилению всех явлений, связанных с воздействием поля от зубцовой гармоники МДС статора с $Z_1\pm p$ парами полюсов на короткозамкнутую обмотку ротора. В первую очередь можно предположить рост добавочных асинхронных и синхронных моментов, в образовании которых участвует поле от зубцовой гармоники первого порядка МДС статора. Кроме того, ток I_{Δ}, замыкающийся по внутренним контурам обмотки статора, создает дополнительную МДС, содержащую гармоники с $\nu=c\Delta$ парами полюсов. Это может привести к увеличению уже существующих и образованию новых добавочных моментов.

Если диаграмма Гергеса обмотки статора для тока I_{Δ} обладает центральной симметрией, то c — целые нечетные числа, если диаграмма Гёргеса не имеет центральной симметрии, то c может быть как нечетным, так и четным числом.

11023—19

Из предыдущих рассуждений следует, что при соответствующем соединении обмотки статора может возникнуть сильная вторичная реакция якоря, если токи I_{Δ}, наведенные в статорной обмотке полем ротора с $\Delta=|Z_2-(Z_1\pm p)|$ парами полюсов, протекают только по внутренним контурам обмотки, не поступая во внешнюю сеть. Таким образом, для рассмотрения явления вторичной реакции якоря достаточно исследовать воздействие поля с $\Delta=|Z_2-(Z_1\pm p)|$ парами полюсов на обмотку статора и определить, образует ли обмотка статора замкнутую цепь для тока I_{Δ}.

7-8. МЕХАНИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДВИГАТЕЛЯ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ОБМОТКИ СТАТОРА В ТРЕУГОЛЬНИК

Механические характеристики двигателей с обмотками фаз статора, соединенными в звезду или треугольник, отличаются друг от друга, если при соединении обмотки статора в треугольник возникает вторичная реакция якоря.

С этой целью рассмотрим согласно предыдущим рассуждениям воздействие вращающегося магнитного поля с $\Delta=|Z_2-(Z_1\pm p)|$ парами полюсов на соединенную в треугольник обмотку статора. Вообще результирующая трехфазная ЭДС, индуктируемая в соединенной в треугольник обмотке вращающимся полем порядка $\nu=p(6c\pm1)$, равна нулю, за исключением случая, когда число пар полюсов возбуждающего поля кратно $3p$:

$$\nu=3pc,\ c=1,\ 3,\ 5\ \ldots \qquad (7\text{-}81)$$

В этом случае ЭДС $U_{\nu l}$, индуктируемые в обмотках фаз, совпадают по фазе и результирующая ЭДС $U_{\nu r}$, равная сумме ЭДС $U_{\nu l}$, отлична от нуля.

В обмотке, соединенной в треугольник, протекают токи нулевой последовательности $I_{\nu\Delta}\approx U_{\nu r}/X_r$, которые создают ряд дополнительных полей.

Для установления условия возникновения вторичной реакции якоря подставим в уравнение (7-81) согласно предыдущему рассуждению $\nu=|Z_2-(Z_1\pm p)|$, тогда получим

$$|Z_2-(Z_1\pm p)|=3pc,\ c=1,\ 3,\ 5\ \ldots \qquad (7\text{-}81а)$$

или

$$|Z_2-Z_1|=p(3c\pm1). \qquad (7\text{-}81б)$$

Следовательно, влияние схемы соединения обмоток фаз статора на механическую характеристику следует ожидать в первую очередь в короткозамкнутых двигателях, числа пазов которых удовлетворяют равенству

$$|Z_2 - Z_1| = 2p,\ 4p. \tag{7-82}$$

В качестве примера рассмотрим короткозамкнутый двигатель мощностью $P=11$ кВт, с $2p=4$, $Z_1=36$, $Z_2=28$, с относительным шагом обмотки статора $y/\tau_p=7/9$ и с прямыми пазами ротора. Его экспериментальные механические характеристики при соединении обмоток фаз в треугольник и звезду приведены на рис. 7-15 и 7-16 соответственно. Из этих графиков видно, что механическая характеристика двигателя значительно менее

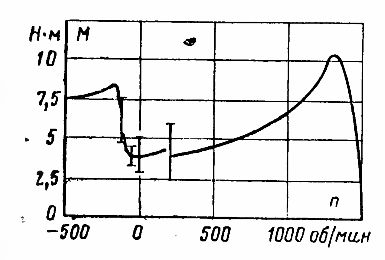


Рис. 7-15. Механическая характеристика двигателя при соединении обмотки статора в треугольник.

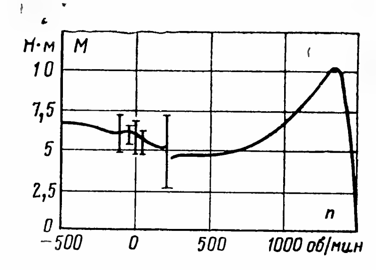


Рис. 7-16. Механическая характеристика того же двигателя при соединении обмотки статора в звезду.

благоприятна при соединении обмоток фаз статора в треугольник. Различие вызвано в основном током нулевой последовательности, замыкающимся внутри соединенной в треугольник обмотки.

7-9. МЕХАНИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДВИГАТЕЛЯ ПРИ НАЛИЧИИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЕТВЕЙ В ОБМОТКЕ СТАТОРА

Для анализа вторичной реакции якоря рассмотрим более детально условия демпфирования длинноволновой гармоники поля ротора с $\Delta=|Z_2-(Z_1 \pm p)|$ парами полюсов при наличии параллельных ветвей обмотки статора. В этом случае необходимо различать, является ли обмотка с $2p$ полюсами одно- или двухслойной.

а) Двухслойная обмотка статора

Каждая двухслойная обмотка фазы состоит из $2p$ катушечных групп. Наибольшее число параллельных ветвей такой обмотки a_{max} равно $2p$, наименьшее — $a=1$.

В общем случае для числа параллельных ветвей обмотки справедливо выражение $a_{min} \leqslant a \leqslant a_{max}$, где a — делитель a_{max}.

Если q — число пазов на полюс и фазу и обмотка статора имеет диаметральный шаг, то поле с Δ парами полюсов наводит в каждой катушечной группе ЭДС U_Δ, которая определяется потоком Φ_Δ, сцепленным с этой группой и обмоточным коэффициентом $\zeta_{w\Delta}$.

Если

$$\Phi_\Delta \sim \sin\frac{\Delta\pi}{p2}$$

и

$$\zeta_{w\Delta} = \frac{\sin(\Delta\pi/6p)}{q\sin(\Delta\pi/6pq)},$$

то

$$U_\Delta \sim \sin\frac{\Delta}{p}\,\frac{\pi}{2}\,\frac{\sin(\Delta\pi/6p)}{q\sin(\Delta\pi/6qp)}. \tag{7-83}$$

Если обмотка статора имеет укороченный шаг, то

$$U_\Delta \sim \frac{\sin(\Delta\pi/6p)}{q\sin(\Delta\pi/6pq)}\sin\lambda\frac{\Delta}{p}\,\frac{\pi}{2}, \tag{7-84}$$

где λ — шаг обмотки, отнесенный к полюсному делению рабочей гармоники.

Очевидно, параллельные ветви не будут оказывать влияние на исследуемые явления, если

$$\Delta\pi/6p = \pi k;$$

$$\Delta = 6pk \tag{7-85}$$

или если

$$\lambda\frac{\Delta}{p}\,\frac{\pi}{2} = k\pi;$$

$$\Delta = \frac{2k}{\lambda}\,p, \tag{7-86}$$

где k — целое число.

При диаметральном шаге ($\lambda=1$) коэффициент дифференциального рассеяния обмотки ротора $\tau_{d(Z_1 \pm p)}$ не будет изменяться, если число пар полюсов гармоники поля с большой длиной волны будет

в четное число раз больше числа пар полюсов рабочей гармоники, т. е. если

$$\Delta=|Z_2-(Z_1\pm p)|=2kp. \qquad (7\text{-}87)^*$$

В этом случае ЭДС в катушечной группе индуктируется только полями, имеющими число пар полюсов, в нечетное число раз большее числа p.

При укороченном шаге ($\lambda<1$) ЭДС в катушечной группе статора может быть индуктирована полями с отношением (Δ/p), равным как четному, так и нечетному числу, если Δ не удовлетворяет одному из условий (7-84) или (7-85).

б) Однослойная обмотка статора

Каждая однослойная обмотка фазы состоит из p катушечных групп; наибольшее возможное число параллельных ветвей $a_{max}=p$. Электродвижущая сила U_Δ, индуктируемая в катушечной группе обмотки статора полем с $\Delta=|Z_2-(Z_1\pm p)|$ парами полюсов, согласно (7-83) пропорциональна:

$$U_\Delta\sim\sin\frac{\Delta}{p}\,\frac{\pi}{2}\,\frac{\sin(\Delta\pi/6p)}{q\sin(\Delta\pi/6pq)}. \qquad (7\text{-}87а)$$

В этом случае U_Δ равно нулю, если число пар полюсов возбуждающего поля равно числу пар полюсов рабочего поля, умноженному на целое четное число, в то время как поле, число пар полюсов которого равно числу p, умноженному на целое нечетное число, будет наводить ЭДС.

Таким образом, если обмотка статора состоит из a параллельных ветвей, то в случае двухслойной обмотки каждая параллельная ветвь включает $n=2p/a$ катушечных групп, соединенных последовательно, в то время как в случае однослойной обмотки она включает $n=p/a$ таких последовательно соединенных катушечных групп.

Результирующая ЭДС $U_\Delta=\sum\limits_n U_{\Delta n}$, индуктируемая в параллельных ветвях обмотки статора длинноволновым полем ротора с $\Delta=|Z_2-(Z_1\pm p)|$ парами полюсов, равна геометрической сумме ЭДС $U_{\Delta n}$, наведенных в каждой катушечной группе. Результирующая ЭДС достигает своей максимальной величины $U_{\Delta max}=n\sum\limits_n U_{\Delta n}$, если геометрическая сумма ЭДС переходит в арифметическую.

Если катушечные группы соединены последовательно таким образом, что конец $(r-1)$-й катушечной группы соединен с началом r-й катушечной группы (рис. 7-17), то в параллельной ветви будет наводиться максимальная ЭДС, если сдвиг по фазе в поле с Δ парами полюсов между r-й и $(r-1)$-й катушечными группами кратен 360°.

* Уравнение (7-87) согласуется с выводом, сделанным Оберретлем, в том, что поля с четным числом пар полюсов не индуктируют ЭДС в обмотках с диаметральным шагом.

В общем случае, когда между катушечными группами $r-1$ и r, принадлежащими одной параллельной ветви, расположено s катушечных групп, принадлежащих другим параллельным ветвям, пространственный угол α между $(r-1)$-й и r-й катушечными группами при двухслойной обмотке равен:

$$\alpha=\frac{360°}{2p}(s+1)$$

и соответственно угол α_Δ, выраженный в электрических градусах, поле с Δ парами полюсов равен:

$$\alpha_\Delta=\frac{360°}{2p}\Delta(s+1).$$

Из условия

$$\alpha_\Delta=k\cdot360°,\quad k=1,\ 2,\ 3\ldots$$

следует, что для двухслойной обмотки

$$\Delta=\frac{2pk}{s+1},\quad k=1,\ 2,\ 3\ldots, \qquad (7\text{-}88)$$

а для однослойной обмотки

$$\Delta=\frac{pk}{s+1},\quad k=1,\ 2,\ 3\ldots \qquad (7\text{-}89)$$

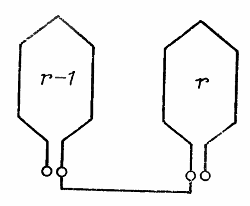


Рис. 7-17. Схема согласного соединения катушечных групп.

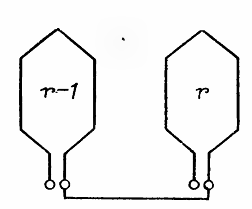


Рис. 7-18. Схема встречного соединения катушечных групп.

В том случае, когда катушечные группы, принадлежащие одной ветви, соединены последовательно таким образом, что конец катушечной группы $r-1$ соединен с концом катушечной группы r (рис. 7-18), пространственный угол α_Δ между этими катушечными группами, выраженный в электрических градусах, в поле с Δ парами полюсов должен быть кратен 180°, чтобы ЭДС U_Δ, наведенные в катушечных группах, складывались арифметически.

Из условия

$$\alpha_\Delta=180°(2k+1),\quad k=0,\ 1,\ 2\ldots$$

получим для двухслойной обмотки

$$\Delta = \frac{p}{s+1}(2k+1), \quad k = 0,\ 1,\ 2\ \dots, \qquad (7\text{-}89а)$$

где s — как и ранее, число катушечных групп, принадлежащих другим параллельным ветвям, находящимся между $(r-1)$-й и r-й катушечными группами одной ветви.

Если обмотка статора имеет максимальное число параллельных ветвей ($2p$ при двухслойной обмотке и p при однослойной), ЭДС, наведенные полем ротора с Δ парами полюсов в двух расположенных рядом параллельных ветвях, должны совпадать по фазе при двухслойной обмотке или находиться в противофазе при однослойной обмотке, чтобы при обходе контура из этих ветвей ЭДС складывались арифметически. Отсюда получаем следующие условия для Δ:

при двухслойной обмотке

$$\alpha_\Delta = \frac{360°}{2p}\Delta = k\cdot 360°, \quad k = 1,\ 2,\ 3\ \dots; \qquad (7\text{-}90)$$

$$\Delta = 2pk.$$

при однослойной обмотке

$$\alpha_\Delta = \frac{360°}{p}\Delta = k\cdot 180°; \quad k = 1,\ 3,\ 5\ \dots; \qquad (7\text{-}90а)$$

$$\Delta = \frac{p}{2}k.$$

Во избежание вторичной реакции якоря Оберретлем даны следующие правила:

а) ротор должен иметь скос пазов;

б) статорная обмотка должна иметь диаметральный шаг; число стержней короткозамкнутой обмотки должно быть кратным числу пар полюсов;

в) в ветви могут быть соединены последовательно только катушечные группы, в которых наводится ЭДС лишь полями ротора с $\mu = p(2q \pm 1)$ парами полюсов $(q = 0,\ 1,\ 3\ \dots)$;

г) число стержней короткозамкнутой обмотки должно быть кратно числу полюсов.

Согласно Оберретлю достаточно выполнить хотя бы одно из этих правил, чтобы избежать вторичной реакции якоря.

Из простого анализа следует, что вторичная реакция якоря отсутствует, если параллельные ветви обмотки статора занимают одинаковое положение по отношению к ротору, т. е. расстояние между двумя соседними параллельными ветвями обмотки статора, выраженное в зубцовых делениях ротора, равно целому числу [233].

Выясним на основе вышеприведенных рассуждений, для каких соотношений чисел пазов статора и ротора наиболее сильно выражена вторичная реакция якоря.

Как было указано выше, при соответствующем соединении катушечных групп обмотки статора в параллельные ветви вторичная

реакция якоря может достигать особенно больших значений, если дополнительный ток протекает только по параллельным ветвям статорной обмотки, не поступая во внешнюю сеть. Для этого число параллельных ветвей должно быть четным ($a = 2t$) и катушечные группы должны быть соединены последовательно таким образом, чтобы конец катушечной группы $r-1$ был соединен с началом катушечной группы r.

Рис. 7-19. Распределение дополнительных токов I_Δ в обмотке статора с четным числом параллельных ветвей.

На рис. 7-19 схематично показано распределение дополнительных токов в каждой параллельной ветви статора для случая, когда $a = 2t$. U_Δ означает ЭДС, индуктируемую полем ротора с Δ парами полюсов в каждой ветви схемы. Как видно, ток I_Δ замыкается по параллельным ветвям статорной обмотки, а не через внешнюю сеть:

Статорная обмотка должна представлять собой по отношению к полю возбуждения обмотку с Δ парами полюсов, следовательно, Δ должно быть кратно $2p$ полюсам обмотки. Это условие может выполняться либо для

$$\Delta_1 = |Z_1 - Z_2 - p|,$$

либо для

$$\Delta_2 = |Z_1 - Z_2 + p|.$$

Наиболее значительна вторичная реакция якоря, если статорная обмотка для токов от полей возбуждения и с Δ_1 и с Δ_2 парами полюсов представляет замкнутую цепь. В этом случае Δ_2 должно быть кратным Δ_1. Это будет выполняться, если

$$|Z_1 - Z_2| = 3p.$$

Двигатели, у которых соотношение чисел пазов соответствует этому равенству, должны быть тщательно исследованы в части влияния дополнительных токов I_Δ, замыкающихся по внутренним контурам обмотки статора.

Если суммарный ток, соответствующий I_Δ для всех трех фаз, равен 0, то диаграмма Гёргеса обмотки статора, построенная для этого тока, на полюсном делении рабочей гармоники образует замкнутый равносторонний треугольник, который повторяется $2p$ раз.

Если диаграмма Гёргеса не обладает центральной симметрией по отношению к центру инерции, то в воздушном зазоре будут существовать поля, созданные током I_Δ, порядок которых определяется умножением Δ на любое целое число. Для коэффициента дифференциального рассеяния τ_Δ статорной обмотки относительно поля возбуждения с Δ парами полюсов, который определяет умень-

шение дифференциального рассеяния короткозамкнутой обмотки ротора (7-79), справедливо выражение

$$1+\tau_\Delta=(R_g/R_\Delta)^2, \quad (7\text{-}91)$$

где R_g и R_Δ означают соответственно радиус инерции диаграммы Гёргеса и радиус окружности гармоники поля порядка Δ.

Если принять максимальный полный ток каждого слоя в пазу статора равным 1, то радиус инерции R_Δ для обмотки с целым числом пазов на полюс и фазу равен:

$$R_\Delta=\frac{Z_1}{\Delta\pi}\zeta_\Delta, \quad (7\text{-}91а)$$

где ζ_Δ — обмоточный коэффициент для гармоники с Δ парами полюсов.

Расчет коэффициента дифференциального рассеяния обычно проводится в предположении, что относительная магнитная проницаемость стали $\mu_r\to\infty$ и все сопротивление магнитной цепи сосредоточено в воздушном зазоре. Это приводит к относительно небольшим значениям τ_Δ, которые не соответствуют действительности, т. е. при расчете τ_Δ следует учитывать насыщение стали. Поток Φ_Δ, созданный током статора I_Δ, замыкается по магнитопроводу, насыщенному рабочим полем с p парами полюсов.

Следовательно, Φ_Δ определяется обратимой магнитной проницаемостью $\mu_{обр}$, которая много меньше проницаемости стали для рабочего поля с p парами полюсов ($\mu_{обр}/\mu_r\ll 1$). Влияние насыщения стали тем больше, чем больше длина волны λ_Δ поля Δ: для коротких волн влиянием предварительного насыщения стали рабочим потоком можно пренебречь.

Следует заметить, что при больших токах и скольжениях ($s\geqslant 1$) индукция в зубцах статора сильно увеличивается по сравнению с режимом холостого хода из-за поля пазового рассеяния.

Из этого следует, что для гармоник поля с большой длиной волны ($\Delta/p\leqslant 3$) амплитуда потока Φ_Δ должна быть уменьшена в k_Δ раз. Амплитуда действительного потока

$$\Phi'_\Delta=\Phi_\Delta/k_\Delta$$

и радиус инерции

$$R_\Delta=\frac{Z_1}{k_\Delta\Delta\pi}\zeta_\Delta. \quad (7\text{-}92)$$

При расчете τ_Δ полученное из (7-92) значение R_Δ должно быть подставлено в (7-91). Для обычных условий коэффициент k_Δ может быть принят равным:

$$k_\Delta\approx 1{,}4\div 1{,}7. \quad (7\text{-}92а)$$

Следовательно, под влиянием насыщения стали вторичная реакция якоря растет при увеличении ЭДС медленнее, чем по линейному закону [232].

При двухслойной обмотке статора и соединении катушечных групп согласно рис. 7-17 с учетом (7-87), (7-88) можно записать следующее выражение:

$$|Z_1-Z_2\pm p|=2pk/(s+1),\ k=0,\ 1,\ 2\ \ldots,$$

откуда

$$|Z_1-Z_2|=p[2k/(s+1)\pm 1]. \quad (7\text{-}93)$$

Соответственно для однослойной обмотки

$$|Z_1-Z_2\pm p|=pk/(s+1),\ k=0,\ 1,\ 2\ \ldots,$$

откуда

$$|Z_1-Z_2|=pk/(s+1)\pm 1. \quad (7\text{-}93а)$$

Если катушечные группы соединены встречно, как показано на рис. 7-18, т. е. конец $(r-1)$-й катушечной группы соединен с концом r-й катушечной группы, дополнительные токи в каждой катушечной группе должны замыкаться через внешнюю цепь. В этом случае вторичная реакция якоря будет выражена слабее, чем в предыдущем случае. Она будет такой же, как при последовательном соединении всех катушечных групп. При этом для двухслойной обмотки можно записать следующее выражение:

$$|Z_1-Z_2\pm p|=\frac{p}{s+1}(2k+1),\quad k=0,\ 1,\ 2\ldots,$$

откуда

$$|Z_1-Z_2|=p\left(\frac{2k+1}{s+1}\pm 1\right). \quad (7\text{-}93б)$$

Если обмотка статора выполнена с максимально возможным числом параллельных ветвей ($2p$ при двухслойной и p при однослойной обмотке), то роторное поле с Δ парами полюсов будет сильно демпфировано при соблюдении следующих соотношений:

при двухслойной обмотке согласно (7-90)

$$\left.\begin{aligned}&|Z_1-Z_2\pm p|=2pk,\quad k=0,\ 1,\ 2\ldots;\\&|Z_1-Z_2|=p\,(2k\pm 1);\end{aligned}\right\} \quad (7\text{-}94)$$

при однослойной обмотке согласно (7-90а)

$$|Z_1-Z_2|=\frac{p}{2}(2k\pm 1)^*. \quad (7\text{-}95)$$

Уравнения (7-94) и (7-95) вытекают также из общих уравнений (7-93) и (7-93а) при $s=0$.

Целесообразно в случае применения статорных обмоток с параллельными ветвями избегать соотношения чисел пазов, удовлетворяющих выражениям (7-93)—(7-95), или использовать одно из правил (от «а» до «г»), данных Оберрстлем. Однако следует отметить, что с точки зрения образования шума числа пазов, приведенные выше, не всегда благоприятны.

* Первоначально уравнение (7-94) ошибочно содержало также разность чисел пазов, равную четному числу. Оберретль любезно обратил на это внимание авторов.

Пример 7-1. Рассмотрим более подробно вышеуказанные положения Оберретля на примере короткозамкнутого двигателя с нескошенными пазами ротора мощностью 70 кВт, $2p=4$, $Z_1=48$, $Z_2=42$.

А. Двухслойная обмотка статора с относительным шагом $\lambda=5/6$. Каждая обмотка фазы состоит из четырех катушечных групп.

1. Все катушечные группы соединены последовательно ($a=1$). Экспериментальная механическая характеристика этого двигателя представлена на рис. 7-20.

2. Четыре катушечные группы соединены в две параллельные ветви ($a=2$). Схема соединения катушечных групп обмотки фазы представлена на рис. 7-21.

Число промежуточных катушечных групп $s=0$.

Зубцовые гармоники первого порядка МДС статора имеют $48\pm2=50$ или 46 пар полюсов.

В кривой МДС реакции ротора на поле от зубцовой гармоники МДС статора с 46 парами полюсов гармоникой с самым низким числом пар полюсов и самой большой длиной волны будет гармоника порядка

$$\Delta=|42-46|=4.$$

Рис. 7-20. Механическая характеристика двигателя при последовательном соединении катушечных групп.

Поле ротора с четырьмя парами полюсов наводит ЭДС в каждой катушечной группе обмотки статора. Результирующая ЭДС при соединении катушечных групп по схеме на рис. 7-21 равно 0. Таким образом, демпфирования поля с четырьмя парами полюсов не будет. Аналогичные условия будут и для поля ротора с $Z_1+p-Z_2=50-42=8$ парами полюсов, созданного соответствующей гармоникой МДС реакции ротора на поле от зубцовой гармоники МДС статора с $Z_1+p=50$ парами полюсов. В этом случае также в каждой параллельной ветви индуктируемая ЭДС равна 0. Поле ротора с восемью парами полюсов не вызывает токов в обмотке

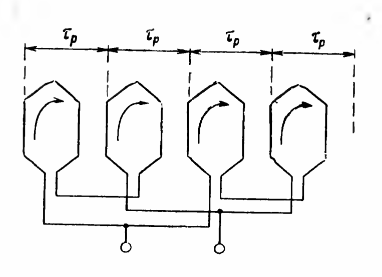


Рис. 7-21. Схема соединения катушечных групп, $a=2$, $s=0$.

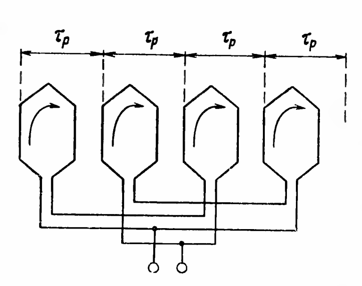


Рис. 7-22. Схема соединения катушечных групп, $a=2$, $s=1$.

статора, поэтому вращающий момент при такой схеме соединения будет таким же, как и при последовательном соединении катушечных групп обмотки статора. Эксперимент подтверждает это.

3. Четыре катушечные группы соединены в две параллельные ветви ($a=2$) по схеме, представленной на рис. 7-22.

В этой схеме каждая ветвь состоит из двух катушечных групп, соединенных согласно и последовательно, $s=1$. Уравнение (7-93) удовлетворяется при $k=2$, так как $48-42=2(2\cdot2/2+1)=6$, поэтому следует ожидать сильно выраженную вторичную реакцию якоря.

В поле ротора с $\Delta=48-2-42=4$ парами полюсов каждая катушечная группа сдвинута в пространстве относительно предыдущей катушечной группы, входящей в ту же параллельную ветвь, на угол, равный $\frac{360}{4}\cdot4=360°$. Электродвижущие силы, индуктируемые в каждой группе одной параллельной ветви, имеют одинаковые значения U_Δ и совпадают по фазе.

Если обойти все катушечные группы, соединенные последовательно и образующие замкнутый контур, то результирующая ЭДС будет равна $U_{\Delta t}=4U_\Delta$. Это соединение, таким образом, соответствует показанному на рис. 7-19, где дополнительный контурный ток I_Δ замыкается через две параллельные ветви, а не через внешнюю цепь. В этом случае происходит сильное демпфирование поля ротора с четырьмя парами полюсов. Эти же рассуждения справедливы при рассмотрении влияния параллельных ветвей обмотки статора на поле ротора с $Z_1+p-Z_2=8$ парами полюсов, созданного соответствующей гармоникой МДС реакции ротора на поле от зубцовой гармоникой МДС статора с $Z_1+p=50$ парами полюсов.

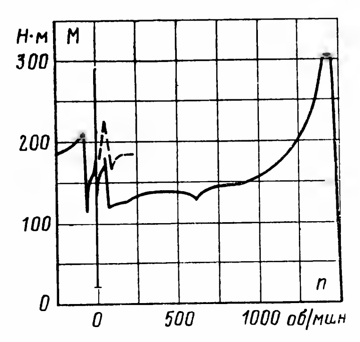


Рис. 7-23. Механическая характеристика двигателя при схеме соединения катушечных групп по рис. 7-22.

Таким образом, при схеме соединения катушечных групп, показанной на рис. 7-22, происходит демпфирование полей с длинными волнами, имеющими $\Delta=4$ или $\Delta=8$ пар полюсов. Это вызывает уменьшение дифференциального рассеяния обмотки ротора по отношению к полю, созданному зубцовыми гармониками МДС статора с $Z_1\pm p=50$ и 46 парами полюсов, следовательно, соответствующие токи ротора могут быть довольно значительными. Таким образом, при данной схеме соединения катушечных групп обмотки статора можно предвидеть увеличение добавочных асинхронных моментов при $n=3000/50$ об/мин и $n=3000/46$ об/мин, вызванных полями от зубцовых гармоник МДС статора, и добавочного синхронного момента при пуске.

Как показывает экспериментальная механическая характеристика рассматриваемого двигателя при схеме соединения катушечных

групп по рис. 7-22, это положение подтверждается рис. 7-23. Наиболее интересен в этой характеристике провал в начале пуска от синхронного момента, который имеет максимальное значение по отношению к остальным моментам. Как следует из сравнения механических характеристик на рис. 7-20 и 7-23 при схеме соединения катушечных групп обмотки статора по рис. 7-22, синхронный момент при частоте вращения, соответствующей зубцовой гармонике МДС статора с $Z_1-p=46$ парами полюсов, возрастает до 190%, в то время как синхронный момент при заторможенном роторе достигает 590%.

При более подробных исследованиях оказалось, что диаграмма Гёргеса обмотки статора, построенная для токов I_Δ, наведенных в параллельных ветвях, представляет собой равносторонний треугольник. Так как эта диаграмма не обладает центральной симметрией по отношению к центру инерции, то кривая МДС статора, соответствующая току I_Δ, содержит как гармоники с $\Delta k=4k$ (k — нечетное) парами полюсов, так и гармоники с $\Delta k=4k$ (k — четное) парами полюсов.

Вследствие этого при неподвижном роторе возникает дополнительный ряд синхронных моментов, который вызывает значительный провал в механической характеристике. Так, в начальный момент пуска гармоника МДС статора с $4\cdot10=40$ парами полюсов вращается синхронно с зубцовой гармоникой МДС от рабочего тока ротора с $Z_2-p=40$ парами полюсов. То же происходит и с гармоникой МДС статора с $4\cdot11=44$ парами полюсов, которая в начальный момент пуска находится в синхронизме с зубцовой гармоникой МДС от рабочего тока ротора с $42+2=44$ парами полюсов.

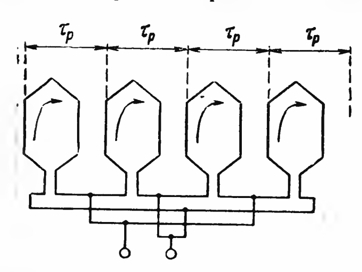


Рис. 7-24. Схема соединения катушечных групп, $a=4$.

4. Четыре катушечные группы образуют четыре параллельные ветви ($a=4$). Схема соединения катушечных групп показана на рис. 7-24.

В этом случае соотношение чисел пазов двигателя удовлетворяет условию сильного демпфирования (7-94):

$$48-42=2(2\cdot1+1)=6.$$

Результирующая ЭДС $U_{\Delta t}$, наводимая в замкнутом контуре, образованном двумя любыми ветвями (двумя катушечными группами), равна сумме ЭДС U_Δ каждой ветви. Дополнительные токи I_Δ замыкаются только внутри параллельных ветвей (см. рис. 7-19). Все остальные явления в этом случае происходят так же, как и при схеме соединения катушечных групп по рис. 7-22 (см. п. 3). Кривая моментов приведена на рис. 7-23.

Б. *Однослойная обмотка статора с двумя параллельными ветвями.* Каждая обмотка фазы состоит из двух катушечных групп.

Схема соединения катушечных групп, образующих две параллельные ветви, приведена на рис. 7-25. Так как шаг каждой катушки равен полюсному делению рабочей гармоники с четырьмя полюсами, то ЭДС, наводимая как 8-, так и 16-полюсными полями, равна 0, т. е. $U_\Delta=0$. Таким образом, вторичная реакция якоря и демпфирование полей ротора с длинными волнами отсутствуют.

Как видно из экспериментальной механической характеристики (рис. 7-26) рассматриваемого короткозамкнутого двигателя при однослойной обмотке статора и схеме соединения катушечных групп по рис. 7-25, добавочные моменты, обусловленные зубцовой гармоникой МДС статора первого порядка, малы и согласно теоретическим положениям отсутствует вторичная реакция якоря.

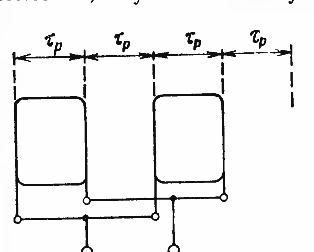


Рис. 7-25. Схема соединения катушечных групп, $a=2$.

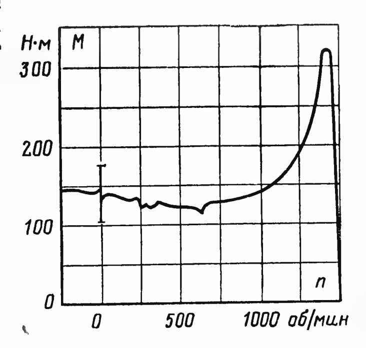


Рис. 7-26. Механическая характеристика двигателя при схеме соединения катушечных групп по рис. 7-25.

Остается исследовать демпфирование роторного поля с $\Delta=48-42-2=4$ парами полюсов полем, вызванным токами I_4 в статорной обмотке. Эти токи определяются коэффициентом дифференциального рассеяния статорной обмотки, который может быть рассчитан из следующего выражения:

$$1+\tau_4=(R_g/R_4)^2.$$

Если примем за единицу полный ток как в верхнем, так и в нижнем слоях паза статора, то квадрат радиусов инерции полигона точек относительно центра инерции определяется выражением

$$R^2{}_g=\frac{(3\cdot1)+9\,(2)^2}{12}=\frac{13}{4}.$$

Для радиуса инерции R, соответствующего гармонике с четырьмя парами полюсов, получим:

$$R_4=\frac{48}{4\pi}\cdot0{,}41=1{,}57;$$

обмоточный коэффициент

$$\zeta_4=\frac{\sin\frac{4\pi}{48}4}{4\sin\frac{\pi}{48}4}\sin\frac{5}{6}\cdot\frac{\pi}{2}\cdot2=0{,}41.$$

Следовательно,

$$1+\tau_4=3{,}25/1{,}57=1{,}32;\quad \tau_4=0{,}32.$$

Демпфирование поля ротора с четырьмя парами полюсов, обусловленное вторичной реакцией якоря, составляет:

$$\frac{100}{1+\tau_4}\ \%=\frac{100}{1{,}32}=76\ \%.$$

Результирующее поле в воздушном зазоре с четырьмя парами полюсов составляет 24% поля при отсутствии демпфирования.

Коэффициент дифференциального рассеяния τ_{d42} с учетом вторичной реакции якоря согласно (7-79) равен:

$$\tau'_{d46}=139-(46/4)^2[1-(0{,}32/1{,}32)^2]=15;$$

$$\tau_{d46}=139,$$

и вследствие этого ток ротора I_{42} возрастает в отношении

$$\varphi=(1+199)/(1+15)=8{,}8.$$

Эксперимент показал, однако, φ равным примерно 2,1. Следовательно, расчет коэффициента дифференциального рассеяния без учета влияния насыщения стали дает результаты, которые можно считать скорее качественными, чем количественными.

Если учесть насыщение стали, то согласно уравнению (7-92)

$$R_4=1{,}57/k_4$$

и, следовательно,

$$\tau_4=1{,}32\,k^2_4-1.$$

Коэффициент дифференциального рассеяния с учетом насыщения равен:

$$\tau'_{d46}=139-132\left[1-\left(\frac{1{,}32k^2_4-1}{1{,}32k^2_4}\right)^2\right].$$

При этом коэффициент φ определяется как

$$\varphi=\frac{140}{8+132\left(\dfrac{1{,}32k^2_4-1}{1{,}32k^2_4}\right)^2}.$$

Экспериментальному значению $\varphi\approx 2{,}1$ соответствует $k_4\approx 1{,}5$. Согласно (7-92) можно принять: $1{,}8<\varphi<2{,}4$.

7-10. ВЛИЯНИЕ ЗУБЧАТОСТИ И НАСЫЩЕНИЯ КОРОНОК ЗУБЦОВ НА МЕХАНИЧЕСКУЮ ХАРАКТЕРИСТИКУ КОРОТКОЗАМКНУТОГО ДВИГАТЕЛЯ

Как было установлено выше, результаты классической теории гармонических составляющих поля недостаточно хорошо согласуются с экспериментом (см. рис. 7-4). Основная причина этих отклонений состоит в том, что обычно теория гармонических составляющих не учитывает влияния зубчатости и насыщения коронок зубцов. В дальнейшем учтем влияние этих факторов на результирующий момент, а также на максимальные значения моментов от зубцовых гармоник МДС статора

с $Z_1\pm p$ парами полюсов. Ниже покажем, что разностные поля с $\Delta=Z_2-(Z_1\pm p)$ парами полюсов имеют значительное влияние на все эти явления.

а) Вращающие моменты от разностных полей

Из предыдущих рассуждений видно, что при короткозамкнутой обмотке ротора можно ожидать добавочные моменты, если поле возбуждения имеет небольшое число пар полюсов, так как в этом случае число стержней беличьей клетки, приходящихся на пару полюсов, бывает не меньше определенной величины. Это позволяет ограничиться рассмотрением разностных полей с $Z_2-(Z_1\pm p)$ парами полюсов.

Сначала рассмотрим разностное поле B'_Δ с $Z_2-(Z_1+p)$ парами полюсов, вращающееся с угловой скоростью:

$$\omega_1=-\frac{\omega-Z_2\omega_r}{Z_2-(Z_1+p)}. \tag{7-96}$$

Скорость этого поля относительно ротора, вращающегося с угловой скоростью ω_r, равна:

$$\omega_{\text{отн}}=\omega_1-\omega_r=-\frac{\omega-(Z_1+p)\,\omega_r}{Z_2-(Z_1+p)}. \tag{7-97}$$

Поле вращается синхронно с ротором при его угловой скорости

$$\omega_{rs}=\omega/(Z_1+p), \tag{7-98}$$

т. е. при той же скорости, что и поле от зубцовой гармоники МДС статора с Z_1+p парами полюсов. Скорость разностного поля с $Z_2-(Z_1\pm p)$ парами полюсов относительно короткозамкнутого ротора равна:

$$\omega_{\text{отн}}=\frac{\omega+Z_2\omega_r}{Z_2-(Z_1-p)}-\omega_r=\frac{\omega+(Z_1-p)\,\omega_r}{Z_2-(Z_1-p)}. \tag{7-99}$$

Это поле вращается синхронно с ротором при его угловой скорости

$$\omega_{rs}=-\omega/(Z_1-p), \tag{7-100}$$

т. е. при той же скорости, что и поле от зубцовой гармоники МДС статора с Z_1-p парами полюсов.

Рассмотрим воздействие разностных полей с $\Delta=Z_2-(Z_1\pm p)$ парами полюсов на обмотку ротора с Z_2

стержнями. Число стержней, приходящихся на пару полюсов этих полей, $m_\Delta = Z_2/[Z_2 - (Z_1 \pm p)] \gg 1$, что приводит к сильному влиянию этих полей на беличью клетку и как следствие этого к большим токам и значительным потерям в меди обмотки ротора $P'_{Cu\Delta}$:

$$P'_{Cu\Delta} = Z_2 I^2_\Delta R'_2 = \frac{(H_{\Delta 1} \omega'_{отн})^2 Z_2 R'_2}{(R'_2) + [L'_{0\Delta}(1 + \tau'_{d\Delta}) \omega_{отн}]^2}, \qquad (7\text{-}101)$$

где $H_{\Delta 1}$ и $\omega'_{отн}$ определяются по (6-91а) и (7-97) соответственно; R'_2 — активное сопротивление стержня с учетом эффекта вытеснения тока; $L'_{0\Delta}$ — индуктивность короткозамкнутой обмотки ротора от поля с $\Delta' = Z_2 - (Z_1 + p)$ парами полюсов; $\tau'_{d\Delta}$ — коэффициент дифференциального рассеяния обмотки при $m'_\Delta = Z_2/[Z_2 - (Z_1 + p)]$.

При скорости $\omega_r \neq \omega(Z_1 + p)$, т. е. несинхронной по отношению к разностному полю, уравнение (7-101) может быть упрощено:

$$P'_{Cu\,\Delta} \approx \frac{Z_2 H^2_{\Delta 1} R'_2}{(L'_{0\Delta})^2 (1 + \tau'_{d\Delta})^2} \qquad (7\text{-}102)$$

или при

$$H_{\Delta 1} = \frac{F_p}{2} \frac{p}{Z_1 + p} b'_1 \left[1 + \frac{Z_1 + p}{Z_2 - p} \frac{a'_1}{b'_1}\right]; \quad L'_{\Delta 0} \sim$$

$$\sim a_0 \frac{Z_2}{Z_2 - (Z_1 + p)}$$

преобразовано к виду

$$P'_{Cu\,\Delta} \sim Z_2 \left(A_p \frac{p}{Z_1 + p}\right)^2 \left(\frac{b'_1}{a_0} + \frac{Z_1 + p}{Z_2 - p} \frac{a'_1}{a'_0}\right)^2 \frac{[Z_2 - (Z_1 + p)]^2}{Z^2_2 (1 + \tau'_{d\Delta})^2} \sim$$

$$\sim \frac{1}{Z_2} I^2_1 \left(\frac{p}{Z_1 + p}\right)^2 \left(\frac{a'_1}{a'_0} + \frac{Z_1 + p}{Z_2 - p} \frac{a'_1}{a'_0}\right)^2 \frac{[Z_2 - (Z_1 + p)]^2}{(1 + \tau'_{d\Delta})^2}. \qquad (7\text{-}102a)$$

Если M'_Δ означает момент, соответствующий потерям в обмотке ротора $P'_{Cu\Delta}$, то, исходя из закона сохранения энергии, следует принять, что электромагнитная мощность, передаваемая посредством магнитного поля, и механическая мощность (с учетом знаков) равны по-

терям в обмотке ротора. Электромагнитная мощность $P'_{e\Delta}$ с учетом (7-98) равна:

$$P'_{e\Delta} = M'_\Delta \omega_{rs} = M'_\Delta \frac{\omega}{Z_1 + p}, \qquad (7\text{-}103)$$

в то время как механическая мощность $P'_{m\Delta}$ равна:

$$P'_{m\Delta} = -M'_\Delta \omega_r, \qquad (7\text{-}104)$$

тогда

$$P'_{Cu\Delta} = M'_\Delta (\omega_{rs} - \omega_r)$$

и, следовательно,

$$M'_\Delta = \frac{P'_{Cu\Delta}}{\omega_{rs} - \omega_r} = \frac{P'_{Cu\Delta}}{\omega/(Z_1 + p) - \omega_r}. \qquad (7\text{-}105)$$

Из (7-105) видно, что при $\omega_r < \omega/(Z_1 + p)$ момент положителен, при $\omega_r = \omega/(Z_1 + p)$ момент меняет свой знак и при $\omega_r > \omega/(Z_1 + p)$ добавочный момент отрицателен.

Следовательно, момент M'_Δ согласно (7-105) определяется выражением

$$M'_\Delta \sim \frac{I^2_1(\omega_r)}{\omega/(Z_1 + p) - \omega_r} \frac{[Z_2 - (Z_1 + p)]^2}{(1 + \tau'_{d\Delta})^2} k^2_1(\omega_r) =$$

$$= \frac{I^2_1(s)}{\omega/(Z_1 + p) - \omega(1 - s)} \frac{[Z_2 - (Z_1 + p)]^2}{(1 + \tau'_{d\Delta})^2} k^2_1(s), \qquad (7\text{-}106)$$

где $k_1(\omega_r) = b'_1/a'_0 + [(Z_1 + p)/(Z_2 - p)] a'_1/a'_0$; $s = 1 - \omega_r p/\omega$ — скольжение.

Выражение для $k_1(\omega_r)$ учитывает тот факт, что из-за насыщения коронок зубцов величина фиктивного открытия паза, а следовательно, и коэффициенты a'_0, a'_1, b'_1 зависят от скольжения.

Те же рассуждения применимы и к разностному полю с $\Delta'' = Z_2 - (Z_1 - p)$ парами полюсов. Потери в обмотке ротора определяются выражением, аналогичным (7-102):

$$P''_{Cu\Delta} \approx \frac{Z_2 H^2_{\Delta 2} R''_2}{L''^2_{0\Delta} (1 + \tau''_{d\Delta})^2}, \qquad (7\text{-}107)$$

где $H_{\Delta 2}$ — амплитуда напряженности поля с $\Delta'' = Z_2 - (Z_1 - p)$ парами полюсов, определяется уравнением (6-102); $L''_{0\Delta}$ — индуктивность обмотки ротора относитель-

но поля с $\Delta''=Z_2-(Z_1-p)$ парами полюсов; $\tau''_{d\Delta}$ — коэффициент дифференциального рассеяния обмотки ротора при $m''_\Delta=Z_2/[Z_2-(Z_1-p)]$.

Для момента M''_Δ получим следующее выражение:

$$M''_\Delta=-\frac{P''_{Cu\Delta}}{\omega/(Z_1-p)+\omega_r}. \qquad (7\text{-}108)$$

Вращающий момент от разностного поля с $Z_2-(Z_1-p)$ парами полюсов отрицателен при $\omega_r>-\omega/(Z_1-p)$, изменяет свой знак при $\omega_r=-\omega/(Z_1-p)$ и положителен при $\omega_r<-\omega/(Z_1-p)$.

Уравнение (7-108) может быть преобразовано аналогично уравнению (7-106) к виду

$$M''_\Delta\sim\frac{I^2_1(s)}{\omega/(Z_1-p)+\omega(1-s)}\,\frac{[Z_2-(Z_1-p)]^2}{(1+\tau''_{d\Delta})^2}\,k^2_2(s), \qquad (7\text{-}109)$$

где

$$k_2(s)=\frac{b'_1}{a'_0}+\frac{Z_1-p}{Z_2+p}\,\frac{a'_1}{a'_0}. \qquad (7\text{-}109а)$$

Согласно уравнениям (7-106) и (7-109) результирующий момент от обоих разностных полей равен:

$$M_\Delta=M'_\Delta+M''_\Delta\approx I^2_1(s)\left\{\frac{[Z_2-(Z_1+p)]^2k^2_1(s)}{[\omega/(Z_1+p)-\omega(1-s)](1+\tau'_{d\Delta})^2}-\right.$$

$$\left.-\frac{[Z_2-(Z_1-p)]^2k^2_2(s)}{[\omega/(Z_1-p)+\omega(1-s)](1+\tau''_{d\Delta})^2}\right\} \qquad (7\text{-}110)$$

или приближенно

$$M_\Delta\sim I^2_1(s)(Z_2-Z_1)^2\left\{\frac{k^2_1(s)}{[\omega/(Z_1+p)-\omega(1-s)](1+\tau'_{d\Delta})^2}-\right.$$

$$\left.-\frac{k^2_2(s)}{[\omega/(Z_1-p)+\omega(1-s)](1+\tau''_{d\Delta})^2}\right\}. \qquad (7\text{-}110а)$$

Из (7-110) видно, что в рабочей области двигателя момент M_Δ всегда уменьшает вращающий момент двигателя, хотя при номинальном режиме и режиме холостого хода ($s\to 0$), он практически ничтожно мал. С другой стороны, в тормозном режиме $\omega_r<0$, $s>1$ кривая момента $M_\Delta=f(\omega_r)$ из-за больших токов I_1 и насыщения коронок зубцов значительно возрастает, а затем, после определенной скорости ω_r, снижается (рис. 7-27).

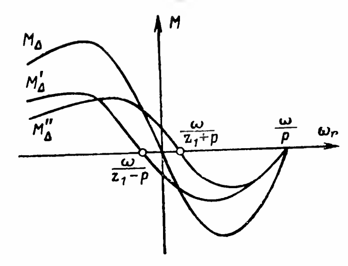


Рис. 7-27. Кривые добавочных моментов M'_Δ, M''_Δ и результирующего вращающего момента M_Δ от разностных полей.

Теоретические положения изложенного выше объясняют часто наблюдаемые большие отклонения между экспериментальной механической характеристикой и механической характеристикой, рассчитанной из круговой диаграммы по электромагнитной мощности. Они подробно объясняют существенный рост кривой момента в тормозном режиме и ее уменьшение в рабочей области двигателя.

Потери от поперечных токов при скосе пазов ротора и литой алюминиевой беличьей клетке оказывают такое же влияние на кривую момента.

Мнение, иногда встречаемое в литературе, что искажение механической характеристики связано с добавочными поверхностными потерями в стали сердечника ротора, неверно, так как в этом случае не должно быть

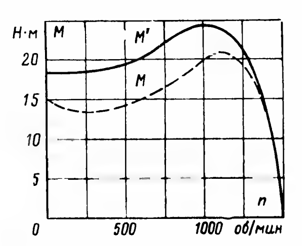


Рис. 7-28. Механическая характеристика короткозамкнутого двигателя, $2p=4$; $Z_1=36$; $Z_2=32$.

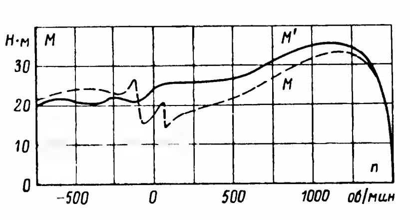
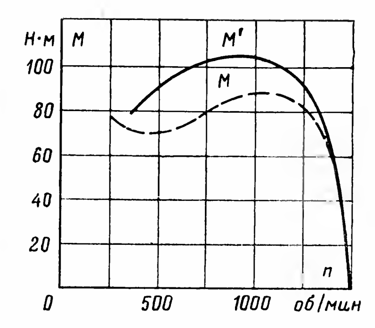


Рис. 7-29. Механическая характеристика короткозамкнутого двигателя, $2p=4$; $Z_1=36$; $Z_2=44$; пазы ротора скошены.

различия между механическими характеристиками двигателей с фазным и короткозамкнутым роторами. Как известно, это утверждение не согласуется с проведенными экспериментами.

При учете насыщения коронок зубцов коэффициенты проводимости воздушного зазора a'_1, b'_1 для полуоткрытых пазов в области больших скольжений $s\gg 1$ должны быть рассчитаны с учетом фиктивного открытия пазов



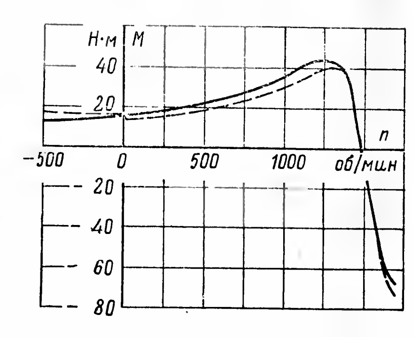
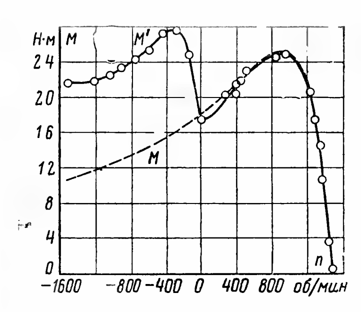


Рис. 7-30. Механическая характеристика короткозамкнутого двигателя, $2p=4$; $Z_1=36$; $Z_2=38$.

Рис. 7-31. Механическая характеристика двигателя с фазным ротором, $2p=4$; $Z_1=36$; $Z_2=48$.

статора и ротора $o'\leqslant b_1$ и $o'_2\leqslant b_2$, где b — соответствующая ширина паза.

Рассмотрим результаты экспериментального исследования короткозамкнутых и фазных двигателей (рис. 7-28—7-34). На всех рисунках M' означает экспе-



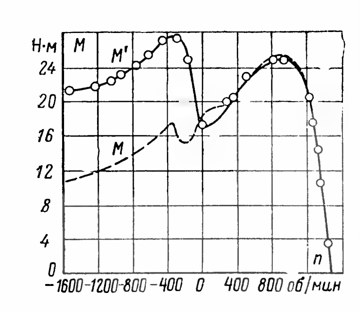


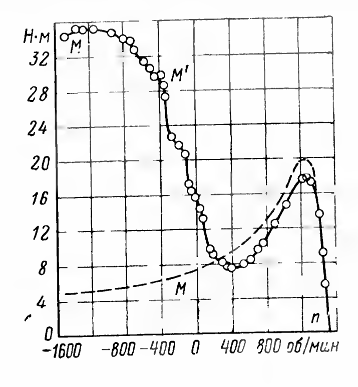
Рис. 7-32. Механическая характеристика короткозамкнутого двигателя 11 кВт, $2p=4$; $Z_1=36$; $Z_2=28$. Стержни клетки медные, изолированные, пазы ротора скошены на одно зубцовое деление статора.

Рис. 7-33. Механическая характеристика того же двигателя, но с литой алюминиевой клеткой.

риментальную механическую характеристику, а M — характеристику, рассчитанную по электромагнитной мощности. Механические характеристики двигателей измерялись при напряжении, уменьшенном в $\sqrt{3}$ раз по сравнению с номинальным.

Из всех этих экспериментов можно видеть, что даже при отсутствии скоса пазов ротора реальный момент

Рис. 7-34. Механическая характеристика двигателя с короткозамкнутым ротором, 15 кВт; $2p=4$; $Z_1=36$; $Z_2=44$. Стержни клетки медные, изолированные, пазы ротора скошены.



в тормозном режиме больше, а в рабочем режиме меньше, чем вычисленный по электромагнитной мощности, что обусловлено влиянием дифференциальных полей. При скошенных пазах и литой алюминиевой обмотке искажение механической характеристики имеет тот же характер, но выражено значительно сильнее.

б) Вращающие моменты от зубцовых гармоник МДС статора

Определим максимальный добавочный момент от зубцовых гармоник МДС статора с $Z_1\pm p$ парами полюсов, который создается, когда частота вращения ротора приближенно равна

$$\omega_r=\pm\omega/(Z_1\pm p),$$

т. е. при скорости $n_r=\pm n_0/(Z_1\pm p)$.

Вначале рассчитаем максимальный момент от гармоники МДС порядка Z_1+p при $\omega_r=\omega/(Z_1+p)$ ...

В гл. 6 [см. (6-98, 6-98а)] был рассчитан коэффициент ξ_{Z1+p}, который определяет, во сколько раз результирующее поле ротора с Z_1+p парами полюсов при наличии пазов будет отличаться от того же поля при равномерном воздушном зазоре.

Максимальный момент, определяемый результирующим полем ротора с $Z_1\pm p$ парами полюсов, изменяющимся во времени с частотой сети, равен:

$$M'_{Z1+p}=M_{Z1+p}\xi_{Z1+p},$$

где M_{Z1+p} — максимальный момент от зубцовой гармоники МДС статора с Z_1+p парами полюсов по уравнению (7-27б).

Соответственно максимальный момент от гармоники поля, имеющей Z_1-p пар полюсов, с учетом зубчатости равен:

$$M'_{Z1-p}=M_{Z1-p}\xi_{Z1-p}, \qquad (7\text{-}111)$$

где M_{Z1-p} — максимальный момент от зубцовой гармоники МДС статора с Z_1-p парами полюсов, определяется по уравнению (7-28), а ξ_{Z1-p} — по уравнениям (6-103а), (6-103б).

Для определения влияния зубчатости на величины максимальных моментов от гармоник порядка $Z_1 \pm p$ рассчитаем коэффициенты $\xi_{Z1\pm p}$ для двух случаев: полуоткрытые пазы на статоре и полузакрытые пазы на роторе и полуоткрытые пазы на статоре и роторе.

Для короткозамкнутых двигателей средней мощности с полуоткрытыми пазами статора и полузакрытыми пазами ротора могут быть приняты следующие основные значения:

$$a_0 = 0{,}8;\ a'_1 = 0{,}3;\ b'_1 = 0{,}1;\ I_0/I_k = 1/20.$$

При $Z_2 = kZ_1$ коэффициент $\xi_{Z1\pm p}$ преобразуется в общий коэффициент ξ_{Z1} (при $p=0$):

$$\xi_{Z1} \approx 1 + \left(\frac{0{,}1}{2\cdot 0{,}8} + \frac{1}{k}\frac{0{,}3}{2\cdot 0{,}8}\right)(k-1)\left(1 + \right.$$

$$\left. + \frac{0{,}1}{2\cdot 0{,}8}\frac{1}{k-1}\right)\frac{1+\tau_{dZ1}}{1+\tau_{d\,(Z2-Z1)}}, \qquad (7\text{-}112)$$

где

$$1 + \tau_{dZ1} = \left(\frac{\pi}{k}\right)^2 \frac{1}{\sin^2\dfrac{\pi}{k}};\ 1 + \tau_{d\,(Z2-Z1)} =$$

$$= \left(\pi\frac{k-1}{k}\right)^2 \frac{1}{\sin^2\dfrac{k-1}{k}}.$$

Коэффициент ξ_{Z1} является функцией параметра $k = Z_2/Z_1$. Результаты расчета коэффициента ξ_{Z1} при различных значениях параметра k представлены в табл. 7-2.

Таблица 7-2

k	ξ_{Z1}	k	ξ_{Z1}
0,75	1,75	1,1	4,6
0,8	1,9	1,2	2,4
0,9	1,8	1,3	1,8

Таблица 7-3

k	ξ_{Z1}	k	ξ_{Z1}
0,75	0,42	1,1	13
0,8	0	1,2	5
0,9	6	1,3	3,1

Такие же расчеты были проведены для случая полуоткрытых пазов на статоре и роторе при $a_0 = 0{,}7$, $a'_1 \approx b'_1 = 0{,}3$.

Результаты расчета приведены в табл. 7-3.

Из этих оценочных расчетов и рассуждений видно, что зубчатость может вызывать значительное увеличение добавочных моментов, особенно при $Z_2 > Z_1$ и полуоткрытых пазах на статоре и роторе.

Значительно меньше увеличение добавочных моментов при $Z_2 < Z_1$; в этом случае максимальные моменты могут при определенных условиях даже уменьшиться до 0. Следовательно, соотношение чисел пазов $Z_2 < Z_1$ более благоприятно с точки зрения добавочных моментов от высших гармоник, чем $Z_2 > Z_1$; при $Z_2 < Z_1$ роторы могут быть выполнены без скоса пазов.

При расчете коэффициентов проводимости воздушного зазора необходимо принимать во внимание насыщение коронок зубцов, т. е. должно быть введено фиктивное открытие пазов. При закрытых пазах фиктивное открытие паза o (рис. 7-35) может быть рассчитано по приближенной зависимости [31]:

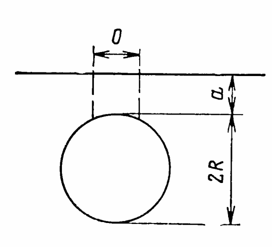


Рис. 7-35. К расчету фиктивного открытия паза ротора.

$$o \approx 2{,}2R\bar{\varphi}\left[1 + a/2R + (\bar{\varphi}/2)^2\right], \qquad (7\text{-}113)$$

где $\bar{\varphi} = 0{,}42\sqrt{a/R}\,\sqrt[5]{\Theta^2/2aR}$; R — радиус паза, см; a — высота мостика, см; $\Theta = I/1000$ — ток в стержне 10^{-3} А.

Как следует из приведенных рассуждений, учет зубчатости позволяет дать физическое объяснение и расчет увеличения максимальных моментов от результирующих полей с $Z_1 \pm p$ парами полюсов.

Насыщение коронок зубцов и, следовательно, фиктивное открытие пазов статора и ротора являются функциями токов, а значит, и напряжения, подведенного к двигателю. Этим можно объяснить наблюдаемую при экспериментальных исследованиях [83] зависимость относительных величин максимальных моментов, обусловленных зубцовыми гармониками МДС статора, от подведенного напряжения.

Следует заметить, что сделанные выше выводы неприменимы к двигателям, имеющим параллельные ветви в обмотке статора, так как в этом случае появляются добавочные явления [79, 84].

Пример 7-2. Рассчитаем максимальный момент, обусловленный полем от зубцовой гармоники МДС статора с 38 парами полюсов, при $n_r=79$ об/мин для короткозамкнутого двигателя мощностью 5,8 кВт, $2p=4$, $f=50$ Гц, $U_1=380$ В, $Z_1=36$, $Z_2=26$, открытие паза статора $o_1=2{,}6$ мм, ротора $o_2=1$ мм, воздушный зазор $\delta=0{,}35$ мм, $I_0=3{,}05$ А, $I_k=53$ А.

$$\nu=Z_1+p=36+2=38;\ \Delta=Z_1+p-Z_2=12;$$

$$1+\tau_{d38}=21{,}6;\ 1+\tau_{d12}=2{,}14;$$

$$a_0=0{,}76/\delta;\ a'_1=0{,}3/\delta;\ b'_1=0{,}08/\delta.$$

Так как $Z_2<Z_1+p$, то коэффициент ξ_{38} должен быть рассчитан по (6-98а):

$$\xi_{38}=1-\frac{0{,}3}{1{,}52}\cdot\frac{38}{2}\cdot\frac{3{,}05}{53}+\left(\frac{38}{24}\cdot\frac{0{,}3}{1{,}52}+\frac{0{,}08}{1{,}52}\right)\times$$

$$\times\frac{12}{38}\left(1-\frac{0{,}08}{1{,}52}\cdot\frac{38}{12}\cdot\frac{26}{14}\right)\cdot\frac{21{,}6}{2{,}14}=1{,}59.$$

Максимальный момент M_{38} от зубцовой гармоники МДС статора при равномерном воздушном зазоре согласно уравнению (7-27б) равен:

$$M_{38}=\frac{3}{2}\cdot\frac{220^2}{3{,}05}\cdot\frac{38}{314}\cdot\frac{2{,}8}{21{,}6}\cdot\frac{10^3}{19^2}=4{,}7\ \text{Н}\cdot\text{м}.$$

При учете зубчатости

$$M'_{38}=4{,}7\cdot1{,}59=7{,}46\ \text{Н}\cdot\text{м}.$$

Измеренная величина максимального момента составила 7,1 Н·м. Измерения проводились при пониженном напряжении (120 В, Y).

7-11. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА

Подробные исследования добавочных асинхронных и синхронных вращающих моментов были проведены Меллером. В своей работе [59] он привел результаты исследования четырехполюсного короткозамкнутого асинхронного двигателя мощностью 1,1 кВт, с синхронной частотой вращения $n=1500$ об/мин ($2p=4$, $f=50$ Гц), с тремя статорами ($Z_1=24$, 36, 48), 19 роторами с разным числом пазов. Результаты измерений показаны на рис. 7-36—7-39. На рис. 7-36—7-38 представлены механические характеристики двигателя при одном и том же статоре и разных роторах, а на рис. 7-39 — механические характеристики двигателя при совершенно неблагоприятных для работы соотношениях чисел пазов статора и ротора. Сравним вышеприведенные теоретические выводы с результатами эксперимента.

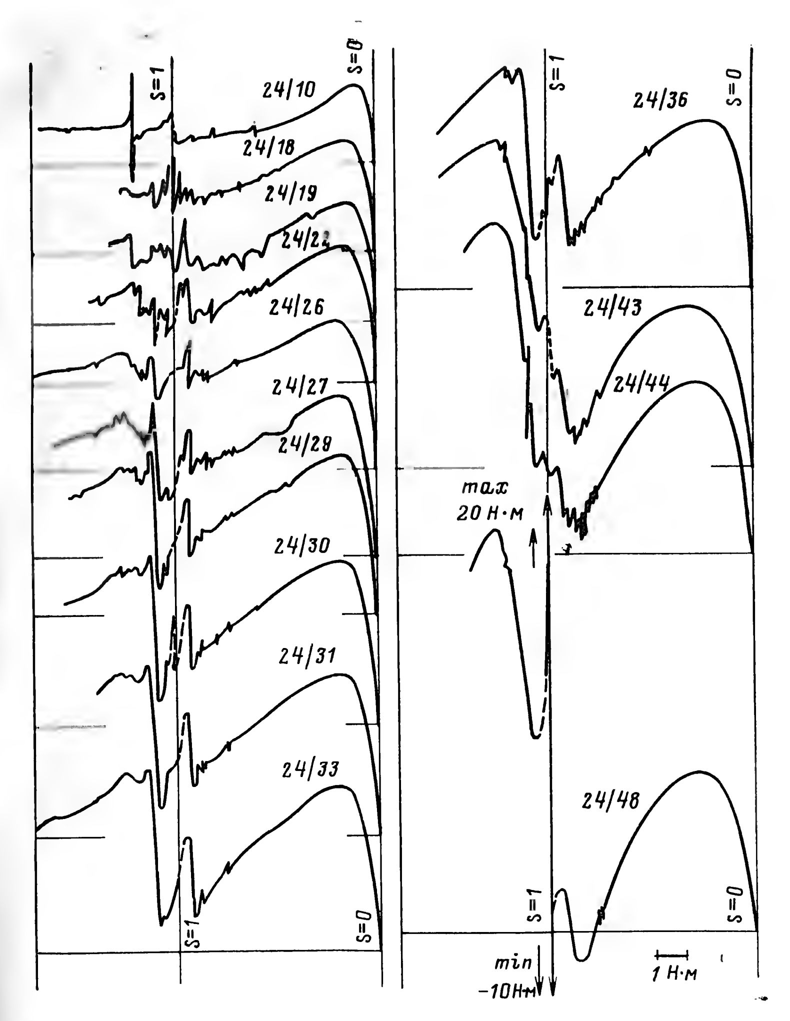


Рис. 7-36. Механические характеристики двигателя при $Z_1=24$ и различном числе пазов ротора Z_2.

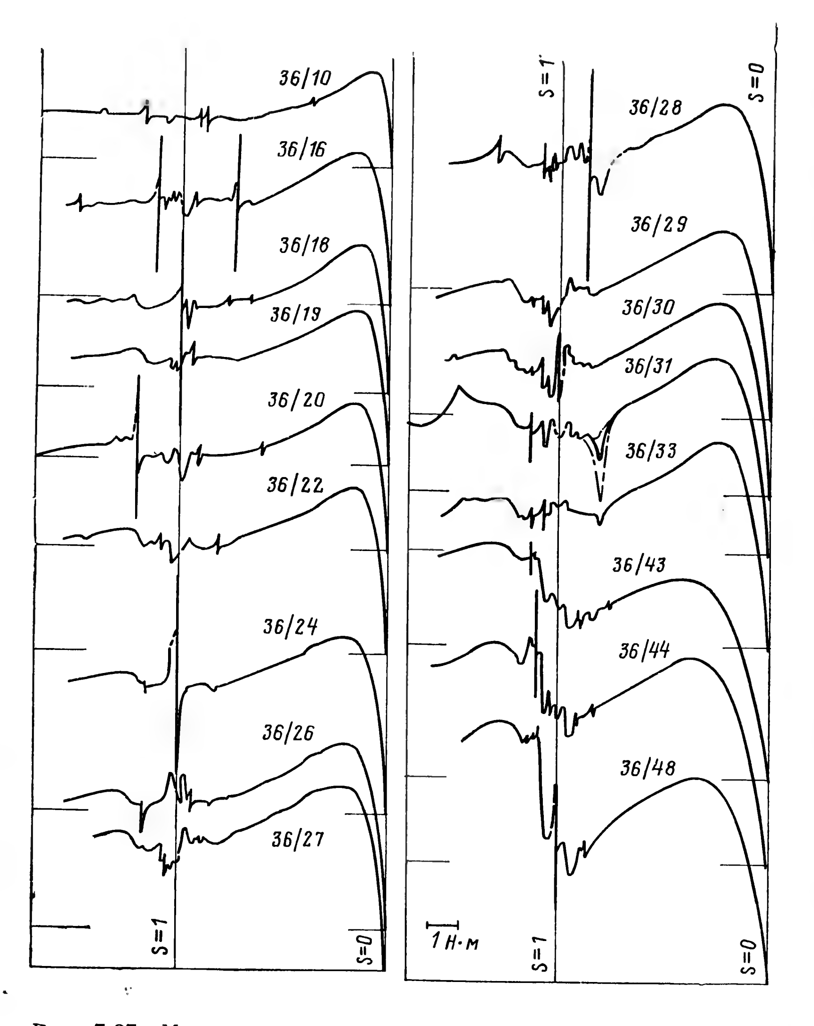


Рис. 7-37. Механические характеристики двигателя при $Z_1=36$ и различном числе пазов ротора Z_2.

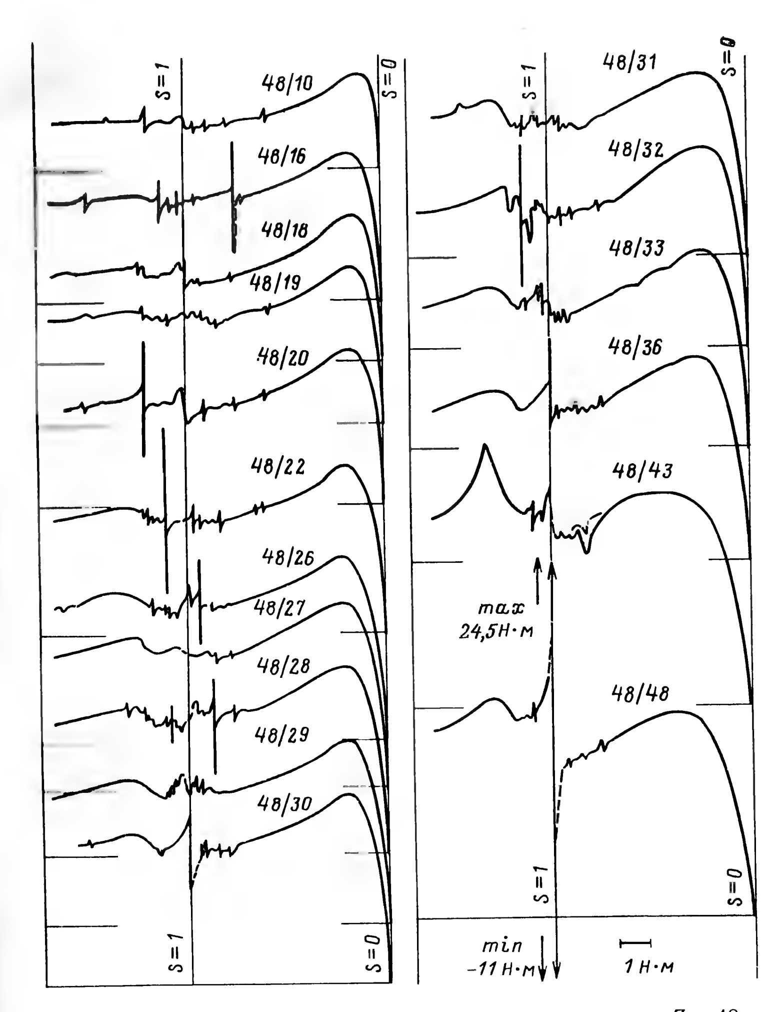


Рис. 7-38. Механические характеристики двигателя при $Z_1=48$ и различном числе пазов ротора Z_2.

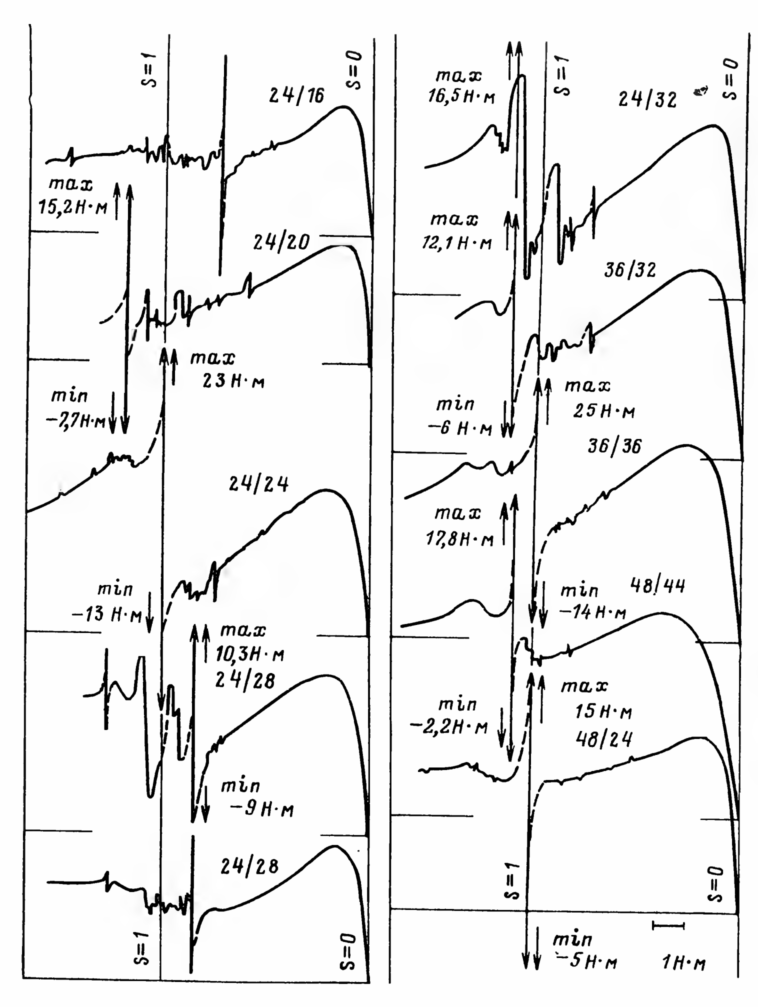


Рис. 7-39. Механические характеристики двигателя при неблагоприятных соотношениях чисел пазов статора и ротора.

а) Асинхронные вращающие моменты

Согласно уравнениям (7-27б), (7-28) (см. § 7-5) и (7-98) (см. § 7-10) провалы, вызванные асинхронными моментами, возникают в окрестности частоты вращения ротора

$$n_r = \pm 60f/(Z_1 \pm p).$$

Для рассматриваемых чисел пазов статора провалы момента должны появиться примерно при следующих частотах вращения, об/мин:

$Z_1=24$ . . . . $n_r=+115{,}5$ или $n_r=-136{,}3$
$Z_2=36$ . . . . $n_r=+79$ или $n_r=-88{,}3$
$Z_1=48$ . . . . $n_r=+60$ или $n_r=-65{,}3$

Так как коэффициент дифференциального рассеяния $\tau_{d(Z_1\pm p)}$ уменьшается с ростом значения $m_\nu = Z_2/(Z_1 \pm p)$, добавочный асинхронный момент согласно (7-27б) увеличивается при возрастании числа пазов ротора и уменьшается при возрастании числа пазов статора.

Влияние разностных полей на кривую момента (см. § 7-10) трудно проследить на основании приведенных экспериментальных данных, так как механическая характеристика для рабочей гармоники неизвестна, однако все кривые моментов повторяют кривую на рис. 7-3.

б) Синхронные вращающие моменты

Согласно обобщенному уравнению (7-47) провалы от синхронных моментов возникают при частотах вращения ротора

$$n_r = 120\, c_1 f/(c_2 Z_2),$$

где $c_1=0, 1, 2 \ldots$ и $c_2=1, 2, 3 \ldots$

Исходя из (7-14), (7-29) и (7-69) наибольшие провалы от синхронных моментов следует ожидать при соотношениях чисел пазов и частотах вращения, приведенных в табл. 7-4.

Таблица 7-4

$Z_1=24$	Z_2	12	16	20	24	28	32	36
	n_r	0	375 750	—300	0	214	—188 375	0
$Z_1=36$	Z_2	24	28	32	36	40	44	48
	n_r	0	214 —429	—188	0	150	—136 272	0
$Z_1=48$	Z_2	20	28	32	36	40	44	48
	n_r	—300	214 —429	—188	0	150 300	—136 272	0

в) Оценка экспериментальных результатов

А. Число пазов статора $Z_1=24$

1. $Z_2=10$ (рис. 7-36). Незначительные синхронные провалы при $n_r=600$, 300, 150 об/мин; значительный синхронный провал при $n_r=-300$ об/мин.

2. $Z_2=16$ (рис. 7-39). Недопустимый в эксплуатации синхронный провал при $n_r=375$ об/мин. Небольшие синхронные провалы при $n_r=750$, 600, 214, —20, —65, —300, —375, —750 об/мин; асинхронные провалы при $n_r=115$, —136 об/мин.

3. $Z_2=18$ (рис. 7-36). Небольшие асинхронные провалы при $n_r=115$ и —137 об/мин. Это соотношение чисел пазов допустимо в эксплуатации.

4. $Z_2=19$ (рис. 7-36). Могут иметь значение только провалы от асинхронных моментов при $n_r=115$, —137 об/мин. Это соотношение чисел пазов неблагоприятно из-за высокого уровня шума двигателя, особенно при $n_r=520$ об/мин, и далее при $n_r=250$, 320, 800, 1500 об/мин.

5. $Z_2=20$ (рис. 7-39). Наибольший из всех рассматриваемых случаев провал от синхронного момента при $n_r=-300$ об/мин. Совершенно непригодное соотношение при режимах работы двигателя с реверсами. Меньшие провалы при $n_r=600$, 150 об/мин; асинхронные провалы при $n_r=115$, —136 об/мин.

6. $Z_2=22$ (рис. 7-36). Наибольшие синхронные моменты при $n_r=690$, 660, 550, 214, 275 об/мин.

7. $Z_2=24$ (рис. 7-39). Неблагоприятное для использования соотношение чисел пазов из-за большого провала от синхронного момента при $n_r=0$.

8. $Z_2=26$ (рис. 7-36). Асинхронные провалы при $n_r=115$, —136 об/мин; синхронный провал при $n_r=300$ об/мин.

9. $Z_2=27$ (рис. 7-36). Кроме асинхронных провалов при $n_r=145$, —136 об/мин; небольшие синхронные провалы при 375, 275, ±220, 214, 60, —35, —300, ±400 об/мин. Сильный шум, особенно при $n_r=840$, —440 об/мин.

10. $Z_2=28$ (рис. 7-39). Большой синхронный провал при $n_r=214$ об/мин; меньшие провалы при $n_r=60$, —300, —430 об/мин. Асинхронные провалы при $n_r=115$, —136 об/мин. Выполнение ротора с пазами, скошенными на одно зубцовое деление статора, приводит к уменьшению всех провалов до 1/6 их первоначальной амплитуды и в то же время к уменьшению общего момента приблизительно на 20%.

11. $Z_2=29$ (рис. 7-36). Типичные асинхронные провалы при $n_r=115$, —136 об/мин; синхронные провалы пренебрежимо малы. Значительный шум в процессе пуска, особенно при скорости 740 об/мин.

12. $Z_2=30$ (рис. 7-36). Типичные асинхронные провалы при $n_r=115$, —136 об/мин, небольшие синхронные провалы при $n_r=600$, ±400, ±300, 214, ±200, —65, —100, —185 об/мин. Низкий уровень шума.

13. $Z_2=31$ (рис. 7-36). Значительные провалы при $n_r=115$, —136 об/мин. Большой шум в процессе пуска и особенно при $n_r=193$, ±386 об/мин.

14. $Z_2=32$ (рис. 7-39). Кроме обычных больших асинхронных провалов при $n_r=115$, —136 об/мин, большой синхронный провал при $n_r=-188$ об/мин. Из остальных синхронных провалов при $n_r=415$, 375, 215, ±207, —65, —300 об/мин, наибольший при $n_r=375$ об/мин. Неблагоприятное соотношение чисел пазов для двигателя, работающего в режимах с реверсами.

15. $Z_2=33$ (рис. 7-36). Сравнительно большие асинхронные провалы, при $n_r=115$, —136 об/мин. Другие провалы при $n_r=375$, 180, —90, —188, —300 об/мин пренебрежимо малы. Повышенный уровень шума.

16. $Z_2=36$ (рис. 7-36). Кроме значительных асинхронных провалов при $n_r=115$, —136 об/мин, дополнительный синхронный провал при $n_r=0$. Другие моменты пренебрежимо малы.

17. $Z_2=43$ (рис. 7-36). Очень значительные асинхронные провалы при $n_r=115$, —136 об/мин. Значительный уровень шума в процессе пуска.

18. $Z_2=44$ (рис. 7-36). Асинхронный провал при $n_r=-136$ об/мин усиливается синхронным провалом.

19. $Z_2=48$ (рис. 7-36). Напоминает по характеристике двигатель с $Z_2=24$. «Прилипание» ротора при $n_r=0$, очень большие асинхронные провалы.

Б. Число пазов статора $Z_1=36$

Как следует из механических характеристик на рис. 7-37, асинхронные моменты пренебрежимо малы по сравнению с предыдущим случаем ($Z_1=24$). Однако при большом числе пазов ротора они становятся более заметными при $n_r=79$; —88 об/мин. Рассмотрим только те случаи, когда наблюдаются значительные синхронные провалы.

2. $Z_2=16$ (рис. 7-37). Большие синхронные провалы при $n_r=-188$, 375 об/мин.

5. $Z_2=20$ (рис. 7-37). Синхронный провал при $n_r=375$ об/мин.

7. $Z_2=24$ (рис. 7-37). Ротор «прилипает» при $n_r=0$.

10. $Z_2=28$ (рис. 7-37). Большой провал при $n_r=214$ об/мин, из остальных провалов наибольший при $n_r=-105$, —430 об/мин.

13. $Z_2=31$ (рис. 7-37). Удовлетворительное соотношение чисел пазов с точки зрения момента, однако высокий уровень шума в процессе пуска особенно при частоте вращения, равной примерно 375 об/мин.

14. $Z_2=32$ (рис. 7-39). Большой провал при $n_r=-188$ об/мин и меньший провал при $n_r=375$ об/мин.

16. $Z_2=36$ (рис. 7-39). Ротор «прилипает» при $n_r=0$.

18. $Z_2=44$ (рис. 7-37). Значительный провал при $n_r=-136$ об/мин, меньшие провалы при $n_r=275$, —40, —300 об/мин. Заметные асинхронные провалы при $n_r=79$, —88 об/мин.

19. $Z_2=48$ (рис. 7-37). Кроме асинхронного провала, имеется синхронный провал при $n_r=0$.

В. Число пазов статора $Z_1=48$

В этом случае практически нет провалов от асинхронных моментов. Синхронные провалы согласно рис. 7-38 значительны при:

2. $Z_2=16$ (рис. 7-38). Значительный провал при $n_r=375$ об/мин, меньший провал при $n_r=-188$ об/мин.

5. $Z_2=20$ (рис. 7-38). Значительный провал при $n_r=-300$ об/мин, небольшие провалы при $n_r=600$, 375, 150, —136, —700 об/мин и далее провалы при $n_r=60$, —65 об/мин.

6. $Z_2=22$ (рис. 7-38). Значительный провал при $n_r=-136$ об/мин из-за второй зубцовой гармоники МДС ($\mu=44$).

10. $Z_2=28$ (рис. 7-38). Значительный провал при $n_r=214$ об/мин, меньшие провалы при $n_r=375$, 188, ±90, —300 об/мин.

14. $Z_2=32$ (рис. 7-38). Значительный провал при $n_r=-188$ об/мин, небольшие провалы при $n_r=375$, 188, ±90, —300 об/мин.

16. $Z_2=36$ (рис. 7-38). Двигатель плохо пускается, провал при $n_r=0$.

18. $Z_2=44$ (рис. 7-38). Очень большой провал при $n_r=-136$ об/мин, небольшие провалы при $n_r=275$, 214, $+60$, —300 об/мин.

19. $Z_2=48$ (рис. 7-38). Двигатель «прилипает» при $n_r=0$, но начинает запускаться под влиянием нагревания. Небольшие провалы при $n_r=375$, 214, 125, —136, —188, —300 об/мин.

Подробные исследования, выполненные Меллером, полностью подтвердили предыдущие теоретические выводы.

7-12. СПОСОБЫ УМЕНЬШЕНИЯ ДОБАВОЧНЫХ ВРАЩАЮЩИХ МОМЕНТОВ

Как известно, добавочные вращающие моменты вызваны высшими гармониками магнитного поля, действующими на ротор. Следовательно, меры по уменьшению величины этих моментов машины должны быть предусмотрены уже на стадии проектирования.

Например, амплитуды высших гармоник поля могут быть существенно уменьшены увеличением воздушного зазора. Это, конечно, приведет к росту намагничивающего тока и уменьшению коэффициента мощности.

Другой способ уменьшения добавочных моментов — повышение сопротивления обмотки ротора. Это приводит к уменьшению высших гармоник тока в обмотке ротора и, следовательно, к уменьшению гармоник МДС. Однако

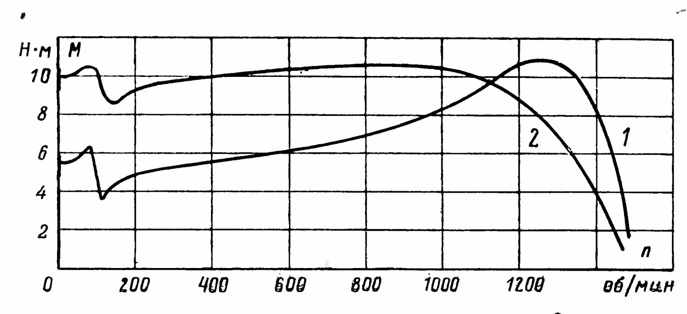


Рис. 7-40. Механические характеристики двигателя.
1 — первоначальная; *2* — после уменьшения сечения колец.

это изменяет и механическую характеристику для рабочей гармоники: повышается начальный пусковой момент, увеличивается номинальное скольжение и, следовательно, потери в двигателе. Пример изменения механической характеристики и уменьшения добавочных моментов под действием увеличения сопротивления обмотки ротора приведен на рис. 7-40. В двигателе с $P=2,2$ кВт, $U=380$ В, Δ, $f=50$ Гц, $2p=4$, $Z_1=24$, $Z_2=32$ с пазами ротора, скошенными на одно зубцовое деление статора, поперечное сечение короткозамыкающих колец было уменьшено с первоначального значения 180 до 60 мм². На рис. 7-40 хорошо видно значительное уменьшение добавочного асинхронного момента при $n_r=60f/(Z_1+p)=115,5$ об/мин. В то же время увеличился начальный пусковой момент и скольжение при номинальной нагрузке возросло с $s_n=4,4$ до $s_n=7,5\%$.

Другим очень эффективным способом уменьшения добавочных моментов является скос пазов ротора. При этом согласно (4-14) дифференциальное рассеяние короткозамкнутой обмотки по отношению к полю будет несколько возрастать, что может при большом скосе уменьшить максимальный момент машины. Обычно скос пазов мало влияет на кривую момента от рабочей гармоники. Момент от ρ-й гармоники статора и ротора, если ρ-я гармоника ротора создается ν-й гармоникой статора, пропорционален произведению соответствующих коэффициентов скоса (2-7):

$$M_\rho^r \sim \frac{\sin \rho \frac{1}{2}\gamma}{\rho \frac{1}{2}\gamma} \, \frac{\sin \nu \frac{1}{2}\gamma}{\nu \frac{1}{2}\gamma}, \qquad (7\text{-}114)$$

где γ — угол скоса пазов ротора по отношению к пазам статора.

Первый сомножитель в (7-114) учитывает зависимость момента от скоса при неизменном роторном токе, второй — определяет влияние скоса на токи ротора. Если, например, $\gamma=2\pi/\nu$, то в обмотке ротора не будет наводиться ЭДС от поля ν-го порядка, соответствующее поле ρ-го порядка отсутствует и, следовательно, момента, обусловленного взаимодействием гармоник статора и ротора порядка ρ, не будет.

а) Асинхронные вращающие моменты

Как следует из анализа уравнения (7-114), асинхронные вращающие моменты будут создаваться, если $\rho=\nu$. Значения асинхронных моментов зависят согласно уравнению (7-114) от квадрата коэффициента скоса $\zeta^2_{Z\nu}$ соответствующей гармоники порядка ν. Таким образом, скос является очень эффективным способом уменьшения добавочных асинхронных моментов.

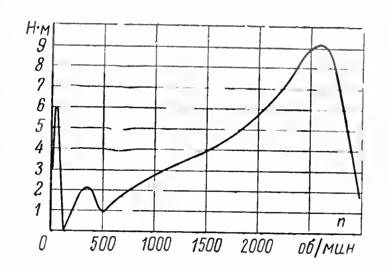


Рис. 7-41. Механическая характеристика двигателя при скосе пазов ротора на $0{,}53t_{d1}$.

Рис. 7-42. Механическая характеристика того же двигателя при скосе пазов ротора на t_{d1}.

В качестве примера рассмотрим механические характеристики двигателя, мощностью 4 кВт, $U=120$ В, Δ, $f=50$ Гц, $2p=2$, $Z_1=24$, $Z_2=36$, имеющего добавочный асинхронный момент при $n_r\approx 60f/(Z_1+p)=120$ об/мин.

На рис. 7-41 представлена механическая характеристика двигателя при скосе пазов ротора на $0{,}53\ t_{d1}=10$ мм. Добавочный асинхронный момент доводит почти до отрицательного значения результирующий момент. При скосе на $t_{d1}=19$ мм (рис. 7-42) добавочный момент практически исчезает, так как в этом случае $\zeta_{Z24}=0$, а для зубцовой гармоники МДС статора коэффициент скоса $\zeta_{Z25}=0{,}046$. Следовательно, влияние разностных полей на механическую характеристику также уменьшается (см. § 7-7), начальный пусковой момент растет, что видно из сравнения кривых момента для этих двух случаев.

б) Синхронные вращающие моменты

Для синхронных моментов влияние скоса — более сложное явление, чем в предыдущем случае, так как синхронные моменты возникают в результате определенного сочетания гармоник статора и ротора. Поэтому ограничимся исследованием влияния скоса на наиболее опасный вид синхронного момента, когда $Z_2-Z_1=2p$. Как видно из рис. 7-43, уравнение преобразования

$$\alpha'=\alpha-y/\operatorname{tg}\beta \qquad (7\text{-}115)$$

должно быть подставлено во все выражения для ротора.

В этом случае момент, определяемый из (7-4), пропорционален выражению

$$M\sim-\frac{\partial}{\partial\Delta}\int_{-l}^{+l}\int_{0}^{2\pi}\frac{F^2}{\delta}\,d\alpha\,dy. \qquad (7\text{-}116)$$

Рис. 7-43. К расчету влияния скоса пазов ротора.

Если $\gamma\leqslant 2\pi/6p$, то влиянием скоса пазов на рабочую гармонику можно пренебречь, так как $\zeta_{Zp}>0{,}97$.

Чтобы избежать усложнения выражений при интегрировании уравнения (7-116), исследуем влияние скоса пазов только на момент от гармоник поля порядка $\nu=(Z_1+p)$ и $\mu=(Z_2-p)$.

Момент, обусловленный взаимодействием полей от зубцовых гармоник МДС статора и ротора, пропорционален выражению

$$-2\int_{-l}^{+l}\int_{0}^{2\pi}a'_0\frac{A'_p p}{Z_1+p}\cos\left[(Z_1+p)\,\alpha\right]\frac{A''_p p}{Z_2-p}\sin\left[(Z_2-p)\left(\alpha-\frac{y}{\operatorname{tg}\beta}\right)-Z_2\Psi_0\right]d\alpha\,dy=$$

$$=C'\frac{a'_0A'_pA''_pp^2}{(Z_1+p)\,(Z_1-p)}\;\frac{\sin\,(Z_2-p)\,\frac{1}{2}\gamma}{(Z_2-p)\,\frac{1}{2}\gamma}\sin Z_2\Psi_0, \qquad (7\text{-}117)$$

где A'_p и A''_p — соответственно амплитуды рабочих гармоник МДС статора и ротора порядка p и Ψ_0 — их пространственный угол сдвига.

При расчете моментов, обусловленных полями от зубчатости, необходимо учитывать сдвиг по фазе между рабочими гармониками МДС статора и ротора из-за скоса. Они не могут быть сложены, и влияние каждой из них должно быть учтено отдельно. Составляющая мо-

ментов, вызванных полями от зубчатости статора порядка $\nu=Z_1+p$ при четном числе пазов на полюс и фазу, пропорциональна выражению

$$-2\int_{-l}^{+l}\int_{0}^{2\pi}\Big\{a'_1\cos(Z_1\alpha)\,A'_p\cos(p\alpha)\,A''_p\frac{p}{Z_2-p}\sin\Big[(Z_2-p)\Big(\alpha-\frac{y}{\operatorname{tg}\beta}\Big)-Z_2\Psi_0\Big]+A''_p a'_1\cos Z_1\alpha\Big[-\cos p\Big(\alpha-\frac{y}{\operatorname{tg}\beta}\Big)\Big]A''_p\frac{p}{Z_2-p}\sin\Big[(Z_2-p)\Big(\alpha-\frac{y}{\operatorname{tg}\beta}\Big)-Z_2\Psi_0\Big]\Big\}\,d\alpha\,dy=\frac{1}{2(Z_2-p)}C'a'_1A''_p p\sin Z_2\Psi_0\times$$

$$\times\Big[A'_p\frac{\sin(Z_2-p)\frac{1}{2}\gamma}{(Z_2-p)\frac{1}{2}\gamma}-A''_p\frac{\sin(Z_2-2p)\frac{1}{2}\gamma}{(Z_2-2p)\frac{1}{2}\gamma}\Big]. \qquad (7\text{-}118)$$

Так как

$$A''_p\frac{\sin(Z_2-2p)\frac{1}{2}\gamma}{(Z_2-2p)\frac{1}{2}\gamma}\equiv A'_p\frac{\sin(Z_2-2p)\frac{1}{2}\gamma}{(Z_2-2p)\frac{1}{2}\gamma}+\frac{p(A'_p-A''_p)-Z_2(A'_p-A''_p)}{Z_2-p}\,\frac{\sin(Z_2-2p)\frac{1}{2}\gamma}{(Z_2-2p)\frac{1}{2}\gamma},$$

то после преобразования уравнения (7-118) получаем:

$$C'\frac{a'_1A'_pA''_pp^2}{2(Z_2-p)^2}\,\frac{\sin\frac{1}{4}p\gamma}{\frac{1}{4}p\gamma}\cos(2Z_2-3p)\frac{1}{4}\gamma\sin Z_2\Psi_0+\ldots \qquad (7\text{-}118а)$$

Аналогично можно определить, что поля от зубчатости ротора создают добавочный момент, пропорциональный выражению

$$-C\frac{b'_1A'_pA''_pp^2Z_2}{2(Z_1+p)(Z_2-p)}\,\frac{\sin\frac{1}{4}p\gamma}{\frac{1}{4}p\gamma}\cos(2Z_2-p)\frac{1}{4}\gamma\cos Z_2\Psi_0+\ldots \qquad (7\text{-}118б)$$

Если $Z_2/p\gg 1$, то можно приближенно записать:

$$\cos(2Z_2-3p)\frac{1}{4}\gamma\approx\cos(2Z_2-p)\frac{1}{4}\gamma\approx\approx\cos 2(Z_2-p)\frac{1}{4}\gamma.$$

Результирующий момент, зависящий от скоса пазов, пропорционален сумме выражений (7-117), (7-118а) и (7-118б):

$$M_\gamma\sim\Big[A\cos(Z_2-p)\frac{1}{2}\gamma+B\frac{\sin(Z_2-p)\frac{1}{2}\gamma}{(Z_2-p)\frac{1}{2}\gamma}\Big]\sin Z_2\Psi_0=f(\gamma)\sin Z_2\Psi_0, \qquad (7\text{-}119)$$

где коэффициент A получается из (7-118а), (7-118б):

$$A=\frac{A'_pA''_pp^2}{2(Z_2-p)}\,\frac{\sin\frac{1}{4}p\gamma}{\frac{1}{4}p\gamma}\Big(b''_0-\frac{Z_2}{Z_1+p}b''_0\Big), \qquad (7\text{-}120)$$

а коэффициент B — из (7-117):

$$B=\frac{a_0A'_pA''_pp^2}{Z_1+p}. \qquad (7\text{-}120а)$$

Скос пазов оптимален, если $f(\gamma)=0$, где

$$f(\gamma)=A\cos(Z_1-p)\frac{1}{2}\gamma+B\frac{\sin(Z_2-p)\frac{1}{2}\gamma}{(Z_2-p)\frac{1}{2}\gamma}=0. \qquad (7\text{-}121)$$

Уравнение (7-121) может иметь два различных типа решений в зависимости от того, имеют ли A и B одинаковые или разные знаки. Если коэффициенты A и B имеют одинаковые знаки, то функция $f(\gamma)$ имеет нулевое значение дважды (рис. 7-44,a): в точках $P_1(\gamma_1,\ 0)$ и

$P_2(\gamma_2, 0)$. Для углов γ_1 и γ_2 справедливы следующие неравенства:

$$\frac{2\pi}{2(Z_2-p)} \leqslant \gamma_1 \leqslant \frac{2\pi}{Z_2-p}; \qquad (7\text{-}122)$$

$$\frac{2\pi\cdot 3}{2(Z_2-p)} \leqslant \gamma_2 \leqslant \frac{2\pi\cdot 2}{Z_2-p}. \qquad (7\text{-}122\text{а})$$

Если коэффициенты A и B противоположны по знакам (рис. 7-44,*б*), то функция $f(\gamma)$ пересекает ось γ только в точке $P_3(\gamma_3, 0)$. Для угла γ_3 справедливо

$$\frac{2\pi}{Z_2-p} < \gamma_3 < \frac{2\pi\cdot 3}{2(Z_2-p)}. \qquad (7\text{-}122\text{б})$$

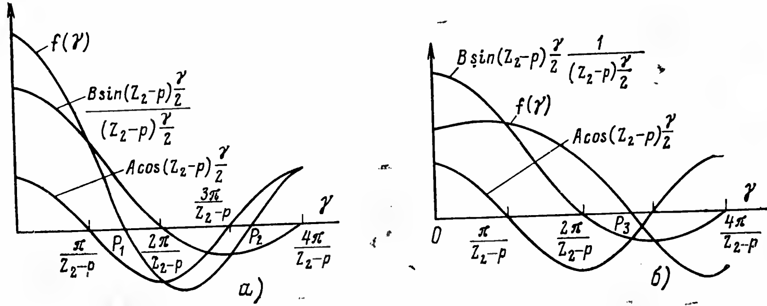


Рис. 7-44. К расчету влияния скоса пазов ротора на синхронный момент.

а — коэффициенты A и B имеют одинаковые знаки; *б* — коэффициенты A и B имеют разные знаки.

Так как обычно открытие пазов статора больше, чем пазов ротора, то $b'_0 > b''_0$ и, следовательно, $b'_0 > Z_2/(Z_1-p)b''_0$, т. е. коэффициенты A и B в большинстве случаев имеют одинаковые знаки. Тогда для оптимума скоса справедливы неравенства (7-122), (7-122а).

Провал от синхронного момента зависит от абсолютного значения $|f(\gamma)|$. Функция $f(\gamma)$ представлена на рис. 7-44,*а*, а $|f(\gamma)|$ — на рис. 7-45.

Для четырехполюсного двигателя с $2p=4$, $Z_1=24$, $Z_2=28$ согласно (7-122а)

$$2\pi/52 < \gamma_1 < 2\pi/26;$$

$$2\pi/17{,}4 < \gamma_2 < 2\pi/13.$$

Таким образом, наиболее благоприятным будет угол скоса γ_2, при котором уничтожается гармоника, порядок

которой находится между 13 и 18. Это положение было проверено Дрезом на машине с указанными выше параметрами [58]. Он доказал, что при оптимальном скосе пазов уничтожается гармоника порядка 17.

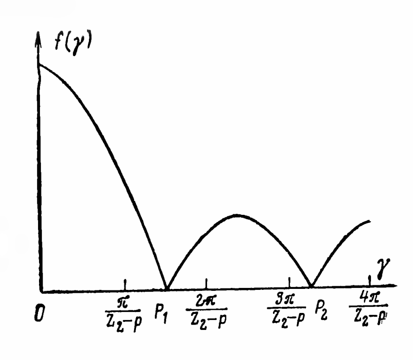


Рис. 7-45. Провал от синхронного момента как функция скоса пазов ротора.

Все предыдущие рассуждения о влиянии скоса пазов на добавочные моменты справедливы только для полностью изолированных стержней ротора. Эксперименты показывают, что при литых короткозамкнутых обмотках даже при скосе пазов возникают очень большие добавочные моменты; в этих случаях скос практически не эффективен. Причина этого явления заключается в том, что

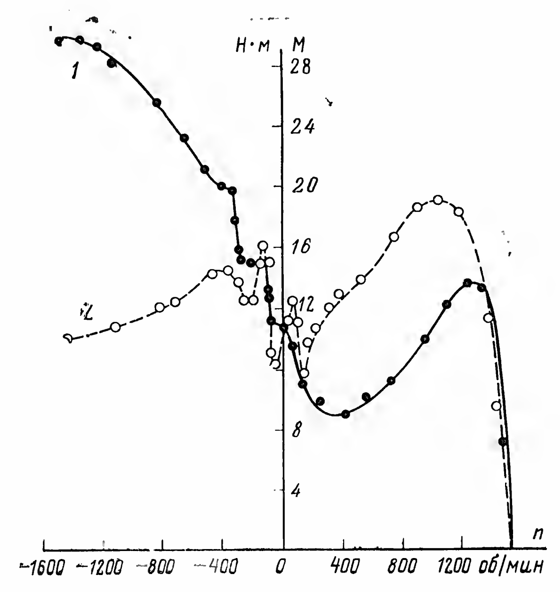


Рис. 7-46. Механическая характеристика короткозамкнутого двигателя.

1 — с литой алюминиевой клеткой; *2* — с клеткой из изолированных медных стержней.

переходное сопротивление между стержнем и сталью сердечника в случае литых алюминиевых клеток много меньше, чем то же сопротивление при клетках с изолированными медными стержнями, поэтому роторные токи замыкаются не только через короткозамыкающие кольца, но и через сталь сердечника ротора. Большие поперечные токи могут возникать только при скосе пазов ротора, при отсутствии скоса пазов поперечные токи пренебрежимо малы.

Влияние переходного сопротивления между стержнем клетки и сталью сердечника на механическую характеристику четырехполюсного короткозамкнутого двигателя мощностью 15 кВт со скосом пазов ротора видно из рис. 7-46 [77].

7-13. СПОСОБЫ ИЗМЕРЕНИЯ ВРАЩАЮЩЕГО МОМЕНТА

Способы экспериментального определения механических характеристик асинхронных двигателей могут быть разделены по существу на две группы. К первой группе относятся способы статического измерения момента, при которых механическая характеристика снимается от точки к точке при установившейся заранее заданной частоте вращения; ко второй группе относятся способы динамического измерения момента, когда вся механическая характеристика снимается целиком в процессе пуска от режима короткого замыкания до режима холостого хода. Каждый из способов имеет свои преимущества и недостатки, и поэтому рассмотрим их отдельно.

а) Статическое измерение вращающего момента

При этом способе измерения двигатель нагружается специальным тормозом, при этом частота вращения постоянна и равна той частоте, при которой измеряется момент. Для этих целей наиболее пригоден электродинамический тормоз, позволяющий измерять момент с погрешностью $\pm 0,5\%$. Такая высокая точность даже при низкой частоте вращения получается за счет уменьшения трения в подшипниках, внешние кольца которых вращаются даже при неподвижном двигателе. Остальные виды тормозов: трения, водяные, индукционные и т. д.— недостаточно точны для этих целей, так как с их помощью очень трудно достичь установившегося режима на

11016—13

неустойчивых участках механической характеристики, когда момент быстро уменьшается с уменьшением скорости.

При стандартных измерениях тормоз, соединенный по схеме Леонарда, вначале вращает ротор еще не присоединенного к сети исследуемого двигателя. При этом требуемая частота вращения устанавливается с помощью возбуждения. После подключения двигателя к сети частота вращения системы несколько возрастает, тормоз начинает работать как генератор и возвращает энергию в сеть; сбалансированный статор поворачивается, и момент, действующий на него, определяется путем точного уравновешивания.

После измерения момента и частоты вращения системы двигатель сразу же отключается от сети и охлаждается при заданной частоте вращения. Таким образом, от точки к точке снимается вся механическая характеристика [75].

Преимуществом этого способа является большая точность, с которой может быть определена кривая момента от максимума до минимума. Основной недостаток его состоит в том, что этот способ трудоемок и долог, так как для исследований при номинальном напряжении двигатель должен охлаждаться примерно 3—5 мин после каждого измерения, с тем чтобы кривая момента была снята при постоянной температуре обмоток.

б) Динамические измерения вращающего момента

Один из дополнительных недостатков статического измерения момента состоит в том, что этот способ позволяет определить лишь средний момент. Этот момент можно использовать для оценки характеристик двигателя, но его не совсем достаточно для решения вопроса о соответствии двигателя требованиям современного привода и особенно требованиям быстрого реверса.

Теоретические положения в предыдущих параграфах базировались на допущении квазистационарного и установившегося режимов работы машины. Исследуем вначале влияние переходных процессов при включении машины на форму механических характеристик. Для рабочих гармоник в [103 и 178] приведено теоретическое обоснование отличия динамических механических характеристик от статических. Для получения кривой момен-

та, обусловленного рабочим полем, при быстром пуске или реверсе запишем уравнения для цепей статора и ротора и результирующих волн тока:

$$u_1 = R_1 i_1 + \frac{d}{dt}(L_1 i_1 + M_{21} i_2); \qquad (7\text{-}123)$$

$$0 = R_2 i_2 + L_{2\sigma} \frac{di_2}{dt} - e_2. \qquad (7\text{-}123а)$$

Если ввести в (7-123) намагничивающий ток в виде $i_m = i_1 + (M_{21}/L_1) i_2$, пренебречь активным сопротивлением обмотки статора и ее индуктивностью рассеяния, то, полагая подведенное напряжение синусоидальным $u_1 = U_1 \sqrt{2} e^{j\omega t}$, получаем:

$$i_m = -j \frac{U_1 \sqrt{2}}{\omega L_1} e^{j\omega t} = -j I_m \sqrt{2} e^{j\omega t}. \qquad (7\text{-}124)$$

Электродвижущая сила e_2, наведенная в обмотке ротора при угловой частоте ротора относительно поля $s\omega$ (s — скольжение), равна:

$$e_2 = -M_{12} \frac{di_m}{dt} = s\omega M_{12} I_m \sqrt{2} e^{js\omega t}. \qquad (7\text{-}125)$$

Если допустить, что ток ротора может быть представлен в виде $i_2 = \dot I_{2(t)} \sqrt{2} e^{js\omega t}$, где $I_{2(t)}$ — действующее значение тока, то уравнение (7-123а) после подстановки (7-125) преобразуется к виду

$$0 = \omega L_1 \dot I_m + j\omega L'_{2\sigma} \dot I'_{2(t)} + \frac{R'_2}{s} \dot I'_{2(t)} + \frac{L'_{2\sigma}}{s} \frac{d\dot I'_{2(t)}}{dt}, \qquad (7\text{-}126)$$

где штрихами отмечены параметры обмотки ротора, приведенные к обмотке статора:

$$R'_2 = R_2 \left(\frac{L_1}{M_{12}}\right)^2; \quad \dot I'_{2(t)} = \dot I_{2(t)} \frac{M_{21}}{L_1}.$$

Используя уравнение (7-126), можно представить схему замещения асинхронной машины для исследования переходных процессов без учета падения напряжения в обмотке статора (рис. 7-47). Приведенная схема замещения отличается от обычной наличием дополнительной ЭДС в цепи ротора

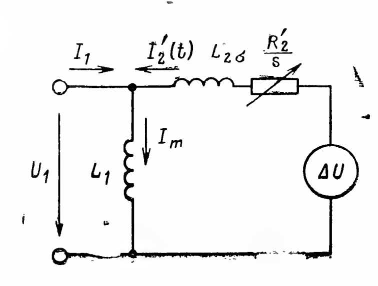


Рис. 7-47. Схема замещения асинхронной машины для исследования переходных процессов.

$$\Delta \dot U_2 = \frac{L_{2\sigma}}{s} \frac{d\dot I'_{2(t)}}{dt}, \qquad (7\text{-}127)$$

которая в установившемся режиме отсутствует.

Для дальнейшего рассмотрения представим ток $\dot I'_{2(t)}$ в уравнении (7-126) как $\dot I'_{2(t)} = I_\alpha + jI_\beta$ и запишем отдельно действительную и мнимую части этого уравнения:

$$0 = s\omega L_1 I_m + R'_2 I_\alpha - s\omega L'_{2\sigma} I_\beta + L_{2\sigma} \frac{dI_\alpha}{dt}; \qquad (7\text{-}127а)$$

$$0 = R'_2 I_\beta + s\omega L'_{2\sigma} I_\alpha + L'_{2\sigma} \frac{dI_\beta}{dt}. \qquad (7\text{-}127б)$$

Эта система уравнений должна быть дополнена уравнением моментов сил, действующих на вал двигателя в процессе пуска. Если записать уравнение (7-123) в комплексной форме и умножить его на комплексно-сопряженный вектор тока статора $\dot I^*$, то получим полную мощность машины, потребляемую из сети. Вычитая потери в обмотке статора, получаем электромагнитную мощность P_i, передаваемую на ротор, в виде

$$P_i = \frac{m}{2} \operatorname{Re} \{ j\omega M_{21} \dot I_2 \dot I^*_m \}.$$

Приведем ток ротора $\dot I_2$ к статору и представим

$$\dot I'_2 = \sqrt{2}\,(I_\alpha + jI_\beta); \quad \dot I^*_m = j\sqrt{2} I_m.$$

После преобразования получим мгновенное значение электромагнитного момента трехфазного двигателя

$$M_m = \frac{p}{\omega} P_i = -3pL_1 I_m I_\alpha. \qquad (7\text{-}128)$$

При пуске ненагруженного двигателя, пренебрегая механическими потерями, получаем согласно принципу Даламбера соотношение

$$\frac{J}{p} \frac{d^2\vartheta}{dt} = -\frac{\omega J}{p} \frac{ds}{dt} = M_m, \qquad (7\text{-}129)$$

из которого следует

$$I_\alpha = \frac{\omega J}{3p^2 L_1 I_m} \frac{ds}{dt}, \qquad (7\text{-}130)$$

где J — момент инерции вращающихся частей; ϑ — угол между статором и ротором; ω — угловая частота сети; s — скольжение; p — число пар полюсов.

Уравнения (7-127), (7-127а), (7-130) образуют основную систему, которая может быть представлена в относительных единицах. При этом за базовые принимаются номинальный ток статора $I_н$ и номинальное сопротивле-

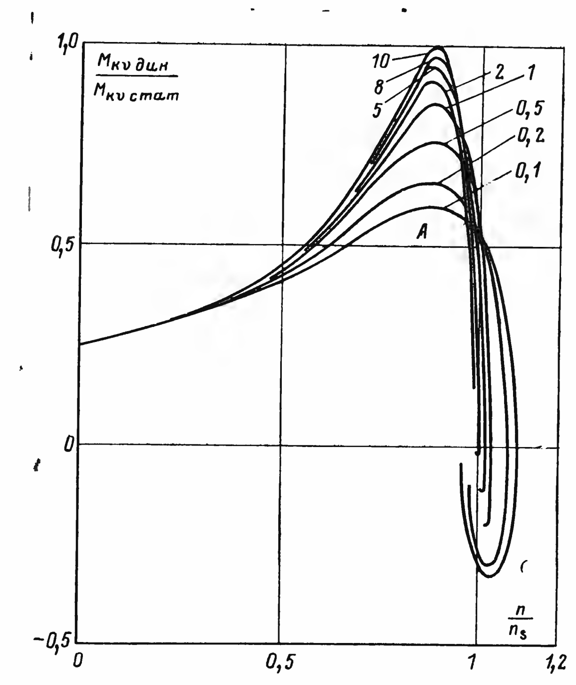


Рис. 7-48. Механические характеристики двигателя для рабочей гармоники поля при различных динамических режимах.

ние $X_н = U_н/I_н$. Далее введем относительное время $\tau = \omega t$. Основная система уравнений в форме, пригодной для решения на аналоговой машине, может быть тогда записана как

$$dx/d\tau' + x - Sy + S = 0; \qquad (7\text{-}131)$$

$$dy/d\tau' + y + Sx = 0; \qquad (7\text{-}131а)$$

$$x = A\frac{dS}{d\tau'}, \qquad (7\text{-}131б)$$

где

$$x = i_\alpha/B;\ y = i_\beta/B;\ S = s/s_k;\ A = Cs^2{}_k/B;\ \tau' = s_k\tau;$$

$$i_\alpha = I_\alpha/I_н;\ i_\beta = I_\beta/I_н;\ B = x_1 i_m/x'_{2\tau};$$

$$C = (\omega^3 J/3p^2 U_н I_н)(1/x_1 i_m);\quad s_k = r'_2/x'_{2\tau}.$$

Для системы (7-131а), (7-131б) необходимо определить при

$$S_{(0)} = s_0/s_k \qquad (7\text{-}132)$$

начальные условия:

$$x_0 = -s_0 s_k/(s^2{}_0 + s^2{}_k); \qquad (7\text{-}132а)$$

$$y_0 = s/(s^2{}_0 + s^2{}_k). \qquad (7\text{-}132б)$$

Динамические механические характеристики двигателя при различных режимах, характеризуемых динамической постоянной A, рассчитаны на АВМ для $s_k = 0{,}12$ и представлены на рис. 7-48.

Исследование сплошного спектра характеристик при s_k от 0,12 до 0,24 показало, что значение критического скольжения s_k для динамического случая не влияет на максимальный момент M_k, поэтому $M_{kдин}/M_{kстат}$ можно представить как функцию динамической постоянной A (рис. 7-49).

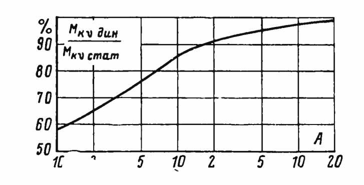


Рис. 7-49. Изменение максимального момента от рабочей гармоники поля при различных динамических режимах.

Система уравнений (7-131), (7-131а), (7-131б) может быть использована и для расчета моментов от высших гармоник поля. Единственное отличие состоит в том, что ток $I_{m\nu}$ в этом случае представляет собой эквивалентный ток, требуемый для создания результирующей гармоники магнитного поля порядка ν с учетом его демпфирования.

Существенная разница имеется лишь в уравнении момента (7-129), которое может быть записано как

$$-\frac{\omega J}{\nu}\frac{ds_\nu}{dt} = M_\nu + M_p, \qquad (7\text{-}133)$$

где s_ν — скольжение по отношению к гармонике поля порядка ν; M_ν — момент от ν-й гармоники; M_p — момент от p-й рабочей гармоники.

Учитывая, что в «двигателе высшей гармоники» больше пар полюсов, момент M_p можно рассматривать как начальный пусковой момент от рабочей гармоники при $s_0=1$, который определяется соотношением

$$M_p = -3p\frac{s_0 s_k}{s_0^2 + s_k^2} L_{1p} \frac{x_1}{x_{2\sigma}} I^2_{mp}. \qquad (7\text{-}134)$$

Аналогично системе уравнений (7-131), (7-131а) (7-131б) для ν-й гармоники можно записать:

$$dx_\nu/d\tau' + x_\nu - S_\nu y_\nu + S_\nu = 0; \qquad (7\text{-}134а)$$

$$dy_\nu/d\tau' + y_\nu + S_\nu x_\nu = 0; \qquad (7\text{-}134б)$$

$$x_\nu = A_\nu\, dS_\nu/d\tau' + D', \qquad (7\text{-}134в)$$

где $x_\nu = i_{\alpha\nu}/B_\nu$; $y_\nu = i_{\beta\nu}/B_\nu$; $S_\nu = s_\nu/s_{k\nu}$; $A_\nu = C_\nu/B_\nu$; $D' = D/B_\nu$, и далее

$$s_{k\nu} = \frac{r'_{2\nu}}{x'_{2\sigma\nu}};\ B_\nu = \frac{x_{1\nu}}{x'_{2\sigma\nu}} i_{m\nu};\ C = \frac{\omega^3 J}{3\nu^2 U_н I_н}\frac{1}{x_{1\nu} i_{m\nu}};$$

$$D = \frac{M_p}{3\nu L_{1\nu} L_{m\nu}}.$$

Если представить $\dot U_1 = X_1 \dot I_m$, $\dot I'_{2\infty} = -j(X_1/X'_{2\sigma})\dot I_m$ что вытекает из (7-126) при $s\to\infty$, то можно представить D' в виде

$$D' = \frac{p}{\nu}\frac{U_н}{U_{1\nu}}\frac{I''_{2\infty}}{I'_{2\nu\infty}}\frac{s_k}{1+s_k^2}. \qquad (7\text{-}135)$$

Пренебрегая рассеянием и используя (7-23) и (7-44), можно записать:

$$I'_{2\nu\infty} \approx I_{1\nu\infty} = \frac{U_{\nu\infty}}{\omega L_{1\nu}} = I_k\frac{\tau_{d\nu}}{1+\tau_{d\nu}}, \qquad (7\text{-}136)$$

или, подставляя $I'_{2\infty}\approx I_k$, получаем:

$$I'_{2\infty}/I'_{2\nu\infty} \cong (1+\tau_{d\nu})/\tau_{d\nu}. \qquad (7\text{-}137)$$

Представим отношение $U_н/U_{1\nu}$ согласно выражениям (7-20) и (7-23) в виде

$$\frac{U_н}{U_{1\nu}} = \frac{\omega L_1 I_m}{\omega L_{1\nu} I_{m\nu}} \approx \frac{L_1}{L_{1\nu}} = \left(\frac{\nu}{p}\right)^2\left(\frac{\zeta_p}{\zeta_\nu}\right)^2. \qquad (7\text{-}138)$$

Подставляя в (7-135) выражения (7-137) и (7-138), получаем:

$$D' \approx \frac{\nu}{p}\frac{1+\tau_{d\nu}}{\tau_{d\nu}}\frac{s_k}{1+s_k^2}\left(\frac{\zeta_p}{\zeta_\nu}\right)^2. \qquad (7\text{-}139)$$

Для зубцовых гармоник порядка $Z_1 \pm p$ $\tau_{d\nu}\gg 1$, $\zeta_p = \zeta_\nu$. При $s_k \ll 1$ получаем, преобразовывая (7-133) и представляя число пазов статора как $Z_1=6qp$:

$$D' \approx s_k(6q\pm 1). \qquad (7\text{-}139а)$$

Аналогично рассуждая, можно представить отношение эквивалентных динамических постоянных A_ν:

$$\frac{A_\nu}{A} = \frac{I'_{2\infty}}{I'_{2\nu\infty}}\frac{p^2}{\nu^2}\frac{x_1 i_m}{x_{1\nu} i_{m\nu}}\left(\frac{s_{k\nu}}{s_k}\right)^2. \qquad (7\text{-}140)$$

Скольжение по отношению к ν-й гармонике поля равно

$$s_\nu = 1 - \frac{\nu}{p}(1-s).$$

Так как для зубцовых гармоник $p/\nu \ll 1$, то

$$\left(\frac{s_{k\nu}}{s_k}\right)^2 = \frac{s^2_{k\nu}}{\left[1-\frac{\nu}{p}(1-s_{k\nu})\right]^2}. \qquad (7\text{-}141)$$

Если представить $I_{2\infty}/I'_{2\nu\infty} \approx (1+\tau_{d\nu})/\tau_{d\nu}$, то при тех же допущениях, что и для D', для зубцовых гармоник порядка $Z_1\pm p$ будет справедливо отношение

$$\frac{A_\nu}{A} \approx \frac{1}{1-2s_k}\left(\frac{s_{k\nu}}{6q\pm 1}\right)^2. \qquad (7\text{-}142)$$

Следовательно, динамическая постоянная A должна быть изменена согласно (7-142) при расчете механических характеристик по ν-й гармонике поля.

Для выяснения влияния динамической постоянной на механические характеристики, определяемые зубцовыми гармониками статора, при $q=2$, 3 и 4 может быть использована АВМ, так же как это было сделано для механических характеристик от рабочей гармоники. Как видно из кривых моментов при $q=3$ (рис. 7-50), уменьшение динамической постоянной A приводит к уменьшению максимального момента от зубцовых гармоник в двигательном режиме, но увеличивает максимальный момент в генераторном режиме, так что провал в кривой результирующего момента становится больше.

Относительное уменьшение максимального момента от зубцовых гармоник в двигательном режиме и его увеличение в генераторном, а также скачок результирующего момента в зависимости от динамической постоянной A могут быть легко определены из рис. 7-51, где верхние кривые для $q=2$, 3 и 4 относятся к генераторному режиму, а нижние — к двигательному режиму.

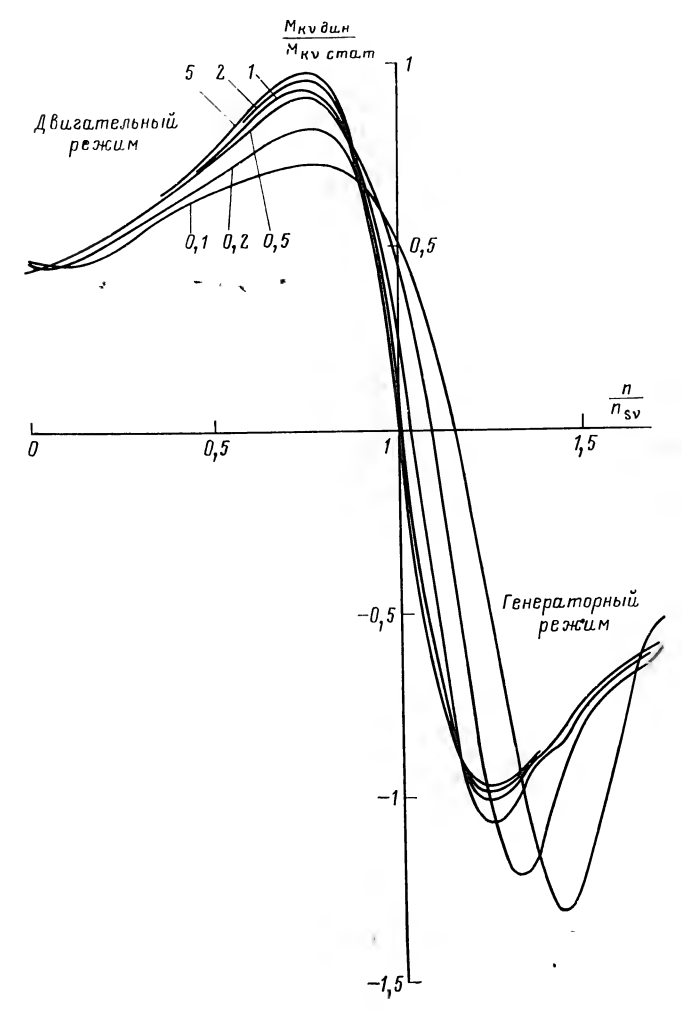


Рис. 7-50. Механические характеристики двигателя для зубцовых гармоник при различных динамических режимах.

Можно доказать, что относительное значение максимального момента от зубцовых гармоник не зависит от критического скольжения s_k, поэтому кривые рис. 7-51 действительны для машин с любым критическим скольжением.

Исследования, проведенные на АВМ, ясно показали влияние динамических параметров на форму механических характеристик и обосновали методы измерения этих характеристик. Методы прямого измерения динамических характеристик могут быть разделены на три группы:

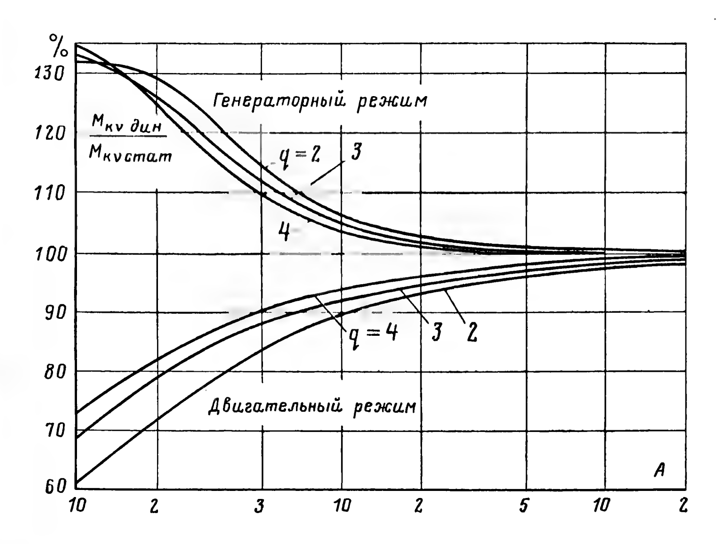


Рис. 7-51. Влияние динамической постоянной на максимальный момент от зубцовых гармоник.

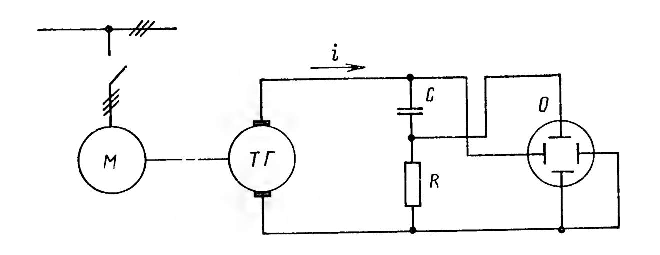


Рис. 7-52. Схема для динамического измерения момента с помощью преобразования выходного напряжения тахогенератора.

М — испытуемый двигатель; *ТГ* — тахогенератор; *О* — осциллограф.

1. Метод преобразования выходного напряжения тахогенератора. Несмотря на то, что этот метод был предложен впервые Юттенбергом [190] еще в 1912 г., он используется до сих пор и существенно усовершенствован. Требуемое оборудование очень просто, что видно из рис. 7-52. Если выразить ток, протекающий через дифференцирующую цепочку, как

$$i = C\frac{du_C}{dt},$$

то напряжение на сопротивлении равно:

$$u_R = Ri = RC\frac{d(u_{\text{тг}} - u_R)}{dt} = RC\frac{du_{\text{т}}}{dt} + (RC)^2\frac{d^2u_{\text{тг}}}{dt^2} + (RC)^3\frac{d^3u_{\text{г}}}{dt^3} + \ldots$$

При достаточно малой постоянной времени RC, порядок которой меньше 1% измеренной длительности пуска машины, слагаемыми высшего порядка можно пренебречь. Напряжение на выходе тахогенератора *ТГ* пропорционально скорости, т. е. $u_{\text{т}} = kn$. При пренебрежении механическими потерями момент при пуске ненагруженного двигателя определяется согласно (7-129) соотношением

$$M_m = J\cdot 2\pi\frac{du_{\text{т}}}{dt} = \frac{2\pi}{k}\,\frac{J}{RC}\,u_R.$$

Момент двигателя пропорционален напряжению u_R, а скорость — напряжению $u_{\text{т}}$, поэтому измерения с помощью осциллографа позволяют сразу получить динамическую механическую характеристику испытуемого двигателя. Как можно видеть, этот метод в принципе весьма прост, но он требует очень малых пульсаций выходного напряжения тахогенератора, вызванных коммутацией и зубчатостью, так как пульсация напряжения будет усиливаться дифференцирующей цепочкой, вызывая, таким образом, недопустимые погрешности при измерении кривой момента, скрывая возможные добавочные моменты от высших гармоник.

Использование униполярного тахогенератора, в котором нет выходных пульсаций, из-за низкого напряжения требует усилителя постоянного тока с малыми погрешностями перед дифференцирующей цепочкой, что в свою

очередь увеличивает суммарную ошибку измерений. Проблема пульсаций, вызванных коммутацией, была решена, например, Кристофайдом [205], который использовал переменный *LC*-фильтр с переключением конденсаторов (рис. 7-53) для исключения из сплошного спектра скоростей коммутационной частоты тахогенератора. Для предотвращения возможных пиков напряжения, воз-

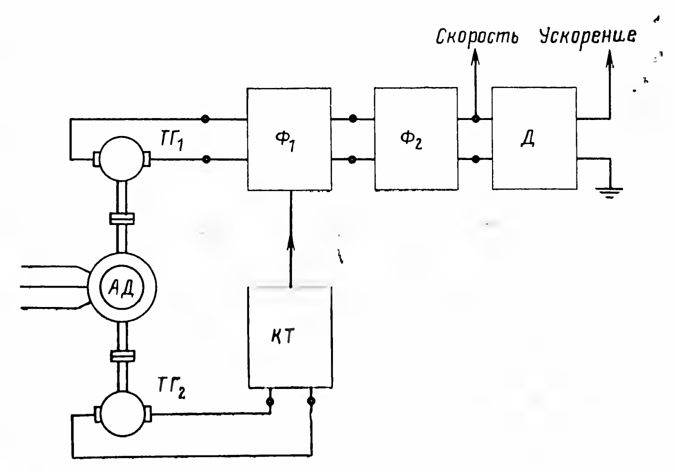


Рис. 7-53. Схема с подавлением пульсаций выходного напряжения тахогенератора при измерении динамического момента.

АД — асинхронный двигатель; *ТГ*$_1$ — главный тахогенератор; *ТГ*$_2$ — вспомогательный тахогенератор; *Ф*$_1$ — фильтр с переменными элементами; *Ф*$_2$ — низкочастотный фильтр; *Д* — дифференциатор; *КТ* — контроль тока для включения конденсаторов.

никающих в дифференцирующей цепочке во время переключения конденсаторов *LC*-фильтра, применяется фильтр низких частот с заданной границей частоты среза, чтобы препятствовать наложению на частоты добавочных моментов. Это позволяет получить хорошие результаты при динамическом измерении характеристик с погрешностью ±2%.

2. Измерение давления на опоры. Для измерения моментов двигателей средней и большой мощности очень удобно использовать метод, основанный на измерении давления на опоры [191]. Метод схематично показан на рис. 7-54.

Испытуемая машина опирается с одной стороны на твердый блок *B*, а с другой — на измеритель *P*. Данные, показанные измерителем до включения машины, пропор-

циональны половине ее веса. При пуске машины в заданном направлении измеряемое давление уменьшается из-за реакции противодействия, так что данные, показанные измерителем, пропорциональны разности между половиной веса машины и динамическим моментом.

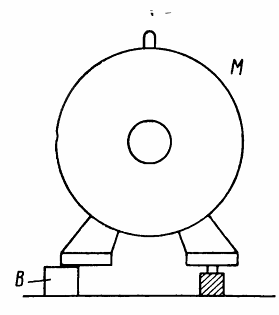


Рис. 7-54. Определение динамического момента измерением давления на опору.

Вычитая показания измерителя из показаний при неподвижной машине, можно получить кривую динамического момента. Любой электрический датчик давления, например тензометрический, емкостный или индуктивный, может быть использован в качестве измерителей. Очень хорош пьезоэлектрический датчик давления, в котором заряд, пропорциональный половине веса машины, может быть нейтрален, так что заряд, полученный при пуске двигателя, прямо пропорционален динамическому моменту. В любом случае должен быть использован достаточно точный усилитель постоянного тока, так как выходное напряжение датчиков очень мало. С помощью пьезоэлектрических датчиков большие машины могут быть исследованы с ошибкой, не превышающей 6%. Этот метод неудовлетворителен для малых машин, так как машина должна крепиться не на фундаменте, а на специальных опорах, что часто вызывает трудности.

3. **Прямое измерение ускорения ротора.** В последние 30 лет предложены различные акселерометры, основанные на механическом или электрическом измерении ускорения вращающихся масс. Из-за широких пределов измеряемых ускорений и высокой чувствительности, требуемых для определения добавочных моментов, результаты, полученные очень сложными механическими приборами, обычно были неудовлетворительными. Было показано, что электрические акселерометры, основанные на принципе двигателя Феррариса (рис. 7-55), должны быть более удовлетворительными, особенно с точки зрения конструкции.

Массивный статор с полюсными наконечниками и магнитным шунтом B соединен с постоянным магнитом M. В основном поле полюсных наконечников вращается

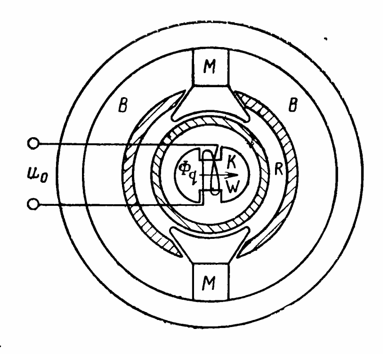


Рис. 7-55. Прибор для прямого измерения ускорения ротора.

полый цилиндрический алюминиевый ротор R. Электродвижущие силы, индуктируемые в полом роторе, пропорциональны его частоте вращения. Ток, пропорциональный этой ЭДС, создает поперечный магнитный поток Φ_q, проходящий через неподвижный сердечник K, расположенный внутри цилиндрического ротора, и наводит в катушке W ЭДС, пропорциональную изменению потока Φ_q и, следовательно, изменению частоты вращения ротора.

Следовательно, выходное напряжение u_0 на выводах прибора пропорционально ускорению двигателя. При пуске ненагруженного двигателя напряжение u_0 пропорционально его моменту. Магнитный шунт изготовляется из специального сплава, проницаемость которого уменьшается с увеличением температуры. Если температура прибора увеличивается из-за потерь на вихревые токи в полом цилиндрическом роторе, то растет и основной поток. Возросшая ЭДС, индуктируемая в роторе, компенсирует возросшее вследствие температурной зависимости активное сопротивление ротора. Прибор имеет относительно небольшие размеры, в нем отсутствуют пульсации выходного напряжения, так как оно снимается с выводов неподвижной катушки без использования скользящих контактов, а собственный момент инерции ротора I очень мал. Кроме того, этот метод позволяет исследовать вариацию мгновенных значений изменяющихся моментов, которые могут при пуске достигать значений от 4,5 до 7,5 $M_н$. При одновременном включении всех фаз максимум мгновенного момента может превысить эти значения еще в 1,3—1,5 раза. Очень важно знать динамические характеристики для тормозного режима и реверса, где переменная составляющая моментов имеет существенное влияние на общий переходный процесс.

Недостаток этого метода измерения момента — его низкая точность (около ±3%), особенно если момент быстро изменяется. При этом измерения могут быть вообще искажены затуханием или резонансом датчика и

всей измерительной аппаратуры. Кроме того, данный метод измерения требует специальных приборов в исследовательской лаборатории.

Следует отметить, что добавочные моменты, измеренные при номинальном напряжении, относительно меньше моментов, измеренных при пониженном напряжении. Физически это явление объясняется тем, что при полном напряжении токи статора и ротора (и, следовательно, соответствующие им значения полных токов пазов) много больше, чем при пониженном напряжении. Это приводит к насыщению коронок зубцов статора и ротора, поэтому фиктивное открытие пазов при номинальном напряжении больше, что вызывает увеличение коэффициента Картера и, следовательно, увеличение расчетного воздушного зазора. Это приводит к уменьшению амплитуды высших гармоник поля, а следовательно, и к уменьшению добавочных моментов.

Глава восьмая

ВЛИЯНИЕ ВЫСШИХ ГАРМОНИК НА ШУМ

8-1. ВВЕДЕНИЕ

Шум электрических машин и пути его устранения — это относительно старая, но все еще актуальная и сложная проблема. Напряженная борьба с шумом обусловлена как чисто физиологической причиной, т. е. стремлением создать бесшумную рабочую среду, так и чисто технической, так как любой шум вызван вибрацией частей машины. Вибрирующие части испытывают большее напряжение и часто являются причиной отказов, а также старения машин. Кроме того, вибрации машин передаются через фундамент и могут в больших машинах быть причиной вибрации всего агрегата. Шумы в электрических машинах по создающему их источнику могут быть по существу разделены на механические и магнитные. К источникам механического шума относятся, например, подшипники (подшипники качения, как известно, шумят больше, чем подшипники скольжения), вентиляторы (в которых частота основных тональных составляющих определяется произведением числа лопаток и частоты вращения) и другие элементы машины: распорки в каналах ротора, щетки и т. д.

Следует заметить, что решающую роль как в механических шумах, так и в магнитных играют различные резонансные явления, которые либо возникают в полых резонаторах по принципу Гельмгольца, либо являются следствием механических колебаний отдельных конструктивных элементов или всей машины. Причины механического шума одинаковы как в электрических, так и в неэлектрических машинах и представляют собой достаточно хорошо изученную область, поэтому они не рассматриваются в этой книге.

Магнитные шумы обусловлены магнитными силами, изменяющимися во времени и пространстве и действующими между отдельными частями машины. В случае асинхронных машин это — радиальные магнитные силы, действующие между статором и ротором, изменяющиеся во времени в пространстве. На возникновение шума под действием этих сил впервые указал Фритц, который в своей статье, опубликованной в 1921 г. [104], представил на рассмотрение результаты анализа этого явления. Однако проблема магнитного шума обратила на себя внимание только спустя 10 лет, когда над ней начали работать несколько авторов. Наиболее значительной работой того времени была работа Крондля [108], в которой впервые были определены критерии малошумности асинхронных двигателей. Из других наиболее значительных публикаций следует отметить работы Гилдебранда [106], Дигрейва [110], Геллера и Матена [111] и др.

В тот же период времени появляется ряд статей по измерению шума электрических машин, из которых самой значительной была публикация Марвина [107] и довольно исчерпывающими—работы Вилльмса [115], Мозера [112] и Любке [113]. В послевоенные годы магнитные шумы исследовались Йорданом [122—125], Алжером [131], Стейнбергом [126], а в настоящее время — Хюбнером [134] и др.

8-2. ОБЩАЯ ОЦЕНКА ПРИЧИН МАГНИТНОГО ШУМА

Как уже указывалось выше, причиной магнитного шума могут быть силы, которые действуют между статором и ротором и изменяются во времени и пространстве. По Максвеллу, в любой точке воздушного зазора действует радиальная сила, значение которой на едини-

цу площади может быть выражено равенством

$$p_r(\alpha,\ t) = \frac{B^2(\alpha,\ t)}{2\mu_0}, \qquad (8\text{-}1)$$

где $B(\alpha,\ t)$ — мгновенное значение магнитной индукции в точке воздушного зазора, смещенной относительно начала координат на угол α, в момент времени t.

Если принять относительную магнитную проницаемость стали бесконечно большой ($\mu_{Fe}=\infty$), то магнитную индукцию в воздушном зазоре $B(\alpha,\ t)$ можно представить как $B(\alpha,\ t)=\mu_0 H(\alpha,\ t)$ и записать равенство (8-1) в виде

$$p_r(\alpha,\ t) = \frac{\mu_0}{2} H^2(\alpha,\ t), \qquad (8\text{-}1a)$$

где $H(\alpha,\ t)$ — мгновенное значение напряженности магнитного поля в точке α в момент времени t.

Магнитной индукции в воздушном зазоре, изменяющейся во времени и пространстве, соответствует радиальная сила, возникающая между статором и ротором, также изменяющаяся во времени и в пространстве определенным образом. При определенных условиях эти силы могут вызвать вибрацию отдельных частей машины и, следовательно, способствовать появлению шума. Так как ротор большинства машин, особенно небольших, можно представить как массивный цилиндр, очевидно, что определяющей в создании шума является вибрация сердечника статора. Последний может быть представлен в виде полого цилиндра, на внутренней стороне которого создается напряжение от радиальной силы, изменяющейся во времени и определенным образом распределенной в пространстве.

Для выражения в общем случае распределения силы, действующей радиально между статором и ротором, необходимо в уравнение (8-1a) подставить магнитную индукцию в воздушном зазоре как функцию времени и пространства.

Рассмотрим обычную электрическую машину, у которой МДС статора $F_s(\alpha,\ t)$ изменяется в пространстве и времени по следующему закону:

$$F_s(\alpha,\ t) = \sum_{\nu=p}^{\infty} F_\nu \cos(\nu\alpha \pm \omega_\nu t), \qquad (8\text{-}2)$$

а МДС ротора $F_r(\alpha,\ t)$ — согласно следующему выражению:

$$F_r(\alpha,\ t) = \sum_{\mu=p}^{\infty} F_\mu \cos(\mu\alpha \pm \omega_\mu t + \varphi_\mu). \qquad (8\text{-}2a)$$

В этих выражениях ν и μ — порядок гармоник МДС статора и ротора соответственно; φ_μ начальный фазовый угол между векторами гармоник МДС статора и ротора одного порядка; начальная ось координат $\alpha=0$ совпадает с осью одной из фаз.

Если воздушный зазор между статором и ротором изменяется вдоль внутренней поверхности сердечника статора машины по произвольной периодической зависимости, то магнитная проводимость воздушного зазора может быть представлена согласно (6-32) следующим общим выражением:

$$\Lambda(\alpha,\ t) = \Lambda_0 + \sum_{\sigma=1}^{\sigma=\infty} \Lambda_\sigma \cos(\sigma\alpha + \varphi_\sigma) + \sum_{\rho=1}^{\rho=\infty} \Lambda_\rho \cos[\rho(\alpha - \omega_r t) + \varphi_\rho], \qquad (8\text{-}3)$$

где σ и ρ — порядок гармоник рядов Фурье, представляющих проводимости, обусловленные изменениями воздушного зазора со стороны статора и ротора соответственно; φ_σ и φ_ρ — сдвиги по фазе этих гармоник относительно начальной оси координат $\alpha=0$; ω_r — угловая скорость ротора.

Мгновенное значение магнитной индукции в данной точке воздушного зазора, если пренебречь магнитным сопротивлением стали, определяется суммой МДС в данной точке и в данный момент времени, умноженной на магнитную проводимость воздушного зазора в этой же точке и в тот же момент времени. Следовательно, согласно (6-42) можно записать:

$$B(\alpha,\ t) = [F_s(\alpha,\ t) + F_r(\alpha,\ t)]\Lambda(\alpha,\ t). \qquad (8\text{-}4)$$

В этом случае радиальная сила между статором и ротором, приходящаяся на единицу площади (давление), будет равна:

$$p_r(\alpha,\ t) = \frac{1}{2\mu_0}[F_s(\alpha,\ t) + F_r(\alpha,\ t)]^2 \Lambda^2(\alpha,\ t). \qquad (8\text{-}5)$$

Подставляя выражения (8-2), (8-2а) и (8-3) в уравнение (8-4), получаем:

$$p_r(\alpha,\ t)=\frac{1}{2\mu_0}\left\{\sum_{\nu'=p}^{\infty}\sum_{\nu''=p}^{\infty}\frac{F'_\nu F''_\nu}{2}\cos\left[(\nu'\pm\nu'')\alpha\pm\right.\right.$$

$$\left.\pm(\omega'_\nu\pm\omega''_\nu)t\right]+\sum_{\mu'=p}^{\infty}\sum_{\mu''=p}^{\infty}\frac{F'_\mu F''_\mu}{2}\cos\left[(\mu'\pm\mu'')\alpha\pm\right.$$

$$\left.\pm(\omega'_\mu\pm\omega''_\mu)t+(\varphi'_\mu\pm\varphi''_\mu)\right]+$$

$$\left.+\sum_{\nu=p}^{\infty}\sum_{\mu=p}^{\infty}F_\nu F_\mu\cos\left[(\nu\pm\mu)\alpha\pm(\omega_\nu\pm\omega_\mu)t\pm\varphi_\mu\right]\right\}\left\{\Lambda^2_0+\right.$$

$$+\Lambda_0\sum_{\sigma=1}^{\infty}\Lambda_\sigma\cos(\sigma\alpha+\varphi_\sigma)+\Lambda_0\sum_{\rho=0}^{\infty}\Lambda_\rho\cos\left[\rho(\alpha-\omega_r t)+\varphi_\rho\right]+$$

$$+\sum_{\sigma=1}^{\infty}\sum_{\rho=1}^{\infty}\Lambda_\sigma\Lambda_\rho\cos\left[(\sigma\pm\rho)\alpha\pm\rho\omega_r t+(\varphi_\sigma\pm\varphi_\rho)\right]+$$

$$+\sum_{\sigma'=1}^{\infty}\sum_{\sigma''=1}^{\infty}\frac{\Lambda'_\sigma\Lambda''_\sigma}{2}\cos\left[(\sigma'\pm\sigma'')\alpha+(\varphi'_\sigma\pm\varphi''_\sigma)\right]+$$

$$\left.+\sum_{\rho'=1}^{\infty}\sum_{\rho''=1}^{\infty}\frac{\Lambda'_\rho\Lambda''_\rho}{2}\cos\left[(\rho'\pm\rho'')(\alpha-\omega_r t)+(\varphi'_\rho\pm\varphi''_\rho)\right]\right\}. \quad (8\text{-}6)$$

Уравнение (8-6) можно записать в общем виде:

$$p_r(\alpha,\ t)=\frac{1}{2\mu_0}\sum_{\zeta=0}^{\infty}F_\zeta\cos(\zeta\alpha-\omega_\zeta t+\varphi_\zeta)\left[\Lambda^2_0+\right.$$

$$\left.+\sum_{\xi=1}^{\infty}\Lambda_\xi\cos(\xi\alpha-\omega_\xi t+\varphi_\xi)\right], \quad (8\text{-}7)$$

где ζ — порядок произвольной гармоники МДС, которая появляется согласно первым трем членам уравнения (8-6) при сочетании всех возможных произвольных гармоник МДС статора и ротора; ξ определяет порядок

произвольной гармоники проводимости воздушного зазора, возникающей согласно остальным членам уравнения (8-6) при комбинации произвольных гармоник периодической функции магнитной проводимости воздушного зазора. Перемножая члены уравнения (8-7), получаем:

$$p_r(\alpha,\ t)=\frac{1}{2\mu_0}\left\{\Lambda^2_0\sum_{\zeta=0}^{\infty}F_\zeta\cos(\zeta\alpha-\omega_\zeta t+\varphi_\zeta)+\right.$$

$$+\sum_{\zeta=0}^{\infty}\sum_{\xi=1}^{\infty}\frac{F_\zeta\Lambda_\xi}{2}\cos\left[(\zeta+\xi)\alpha-(\omega_\zeta+\omega_\xi)t+\varphi_\zeta+\varphi_\xi\right]+$$

$$\left.+\sum_{\zeta=0}^{\infty}\sum_{\xi=1}^{\infty}\frac{F_\zeta\Lambda_\xi}{2}\cos\left[(\zeta-\xi)\alpha-(\omega_\zeta-\omega_\xi)t+\varphi_\zeta-\varphi_\xi\right]\right\}. \quad (8\text{-}7а)$$

Следовательно, между статором и ротором возникают гармоники радиальной силы, изменяющиеся во времени и пространстве и имеющие различные порядки.

Общее выражение бегущей волны радиальной силы имеет вид:

$$p_r(\alpha,\ t)=A_r\cos(r\alpha-\Omega_r t), \quad (8\text{-}7б)$$

где $r=0,\ 1,\ 2,\ 3\ \ldots$; Ω_r — угловая частота гармоники силы порядка r.

Из выражения (8-7б) следует, что эти силы вращаются в пространстве с угловой скоростью Ω_r/r и изменяются во времени в произвольной точке воздушного зазора с частотой f_r, определяемой как $f_r=\Omega_r/2\pi$.

Эти силы могут вызвать значительную вибрацию статора, если период пространственной волны будет достаточно большим.

С ростом порядка волны плечо силы уменьшается и вибрации не представляют опасности.

Наибольшая деформация статорного кольца возникает, если частота f_r близка к собственной частоте колебаний статора.

Наиболее важны случаи, когда $r=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$.

1. $r=0$. Это значит, что в (8-7а) имеется составляющая вида

$$p_0(t)=A_0\cos\Omega t, \quad (8\text{-}7в)$$

которая постоянна в пространстве, но периодически изменяется во времени, что вызывает вибрацию сердечни-

ка статора. В этом случае статор подобен цилиндрическому сосуду с изменяющимся во времени внутренним давлением.

Составляющая (8-7в) давления p_r возникает, если взаимодействуют две гармоники поля с одинаковым числом пар полюсов ζ, но с разной частотой ω_ζ, т. е. если имеет место сочетание двух гармоник индукций с равной длиной волны, но с разной угловой скоростью.

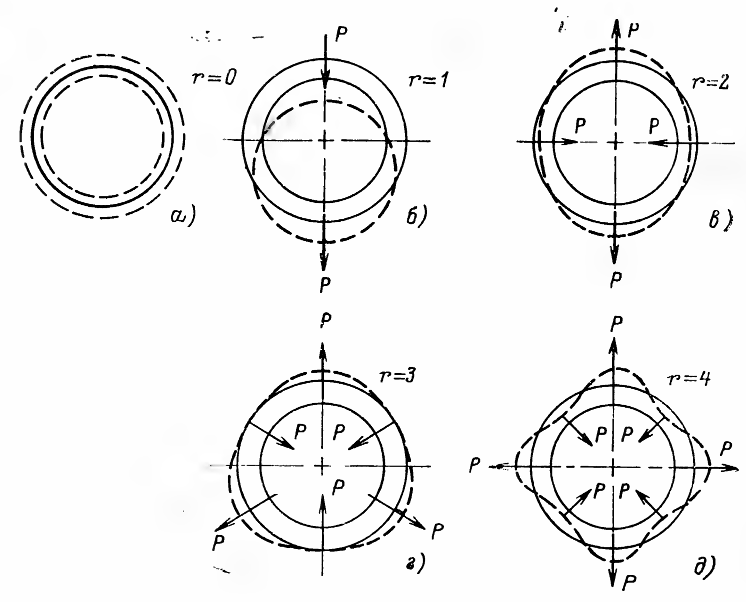


Рис. 8-1. Пространственное распределение сил, вызывающих деформацию статорного кольца.

2. $r=1$. Уравнение

$$p_1(\alpha,\ t)=A_1\cos(\alpha-\Omega_1 t) \qquad (8\text{-}7г)$$

соответствует одностороннему притяжению, действующему на ротор. Это притяжение перемещается в пространстве с угловой скоростью Ω_1 и при резонансе вызывает значительную вибрацию машины. Такой тип составляющей силы возникает при взаимодействии двух гармоник поля, числа пар полюсов которых отличаются на единицу.

3. $r=2,\ 3,\ 4\ \ldots$ В этом случае возникают изгибные деформации статорного кольца. Для иллюстрации на

рис. 8-1,*а—д* показано пространственное распределение сил, вызывающих вибрации, для случаев $r=0\div4$. Из (8-7а) видно, что силы низкого порядка, как правило, соответствуют первому или третьему членам этого уравнения. Их выражения:

$$p'_r(\alpha,\ t)=p_\zeta\cos(\zeta\alpha-\omega_\zeta t+\varphi_\zeta); \qquad (8\text{-}8)$$

$$p''_r(\alpha,\ t)=p_{\zeta\xi}\cos[(\zeta-\xi)\alpha-(\omega_\zeta-\omega_\xi)t+\varphi_\zeta-\varphi_\xi]. \qquad (8\text{-}8а)$$

Силы низких порядков r, имеющие большую длину волны, появляются согласно (8-8), (8-8а), если

$$|\zeta|=r; \qquad (8\text{-}9)$$

$$|\zeta-\xi|=r, \qquad (8\text{-}9а)$$

где r — небольшое целое число, включая нуль.

Равенства (8-9) и (8-9а) выражают основное правило, которого следует избегать при разработке малошумных машин.

Так как асинхронные двигатели имеют малые воздушные зазоры, амплитуды гармоник магнитной проводимости по сравнению с постоянной составляющей Λ_0 относительно высоки. Следовательно, этот тип электрических машин наиболее неблагоприятен с точки зрения образования шума. При установлении критериев малошумности необходимо тщательное рассмотрение влияния высших гармоник магнитного поля на шум.

8-3. ВЛИЯНИЕ ЗУБЦОВЫХ ГАРМОНИК МДС НА ШУМ МАШИНЫ С РАВНОМЕРНЫМ ВОЗДУШНЫМ ЗАЗОРОМ

Рассмотрим машину с равномерным воздушным зазором, магнитная проводимость которого $\Lambda(\alpha,\ t)=\Lambda_0$. В (8-7а) $\Lambda_\xi=0$, поэтому радиальная сила между ротором и статором будет определяться составляющей (8-8а), порядок которой $r=|\zeta|$ выражается комбинацией порядков гармоник МДС статора и ротора согласно первым трем членам уравнения (8-6).

Критерий (8-9) возникновения сил низкого порядка, соответствующих третьему члену уравнения (8-6)

$$p_r(\alpha,\ t)=\frac{\Lambda_0^2}{2\mu_0}\sum_{\nu=0}^{\nu=\infty}\sum_{\mu=0}^{\mu=\infty}F_\nu F_\mu\cos[(\nu-\mu)\alpha\pm(\omega_\nu\pm\omega_\mu)t-\varphi_\mu], \qquad (8\text{-}10)$$

может быть представлен как

$$\nu - \mu = r. \qquad (8\text{-}11)$$

Наиболее значительными гармониками МДС являются, как показано в § 1-8, зубцовые гармоники порядка $\nu = Z_1 \pm p$ и $\mu = Z_2 \pm p$.

Если подставить эти порядки в уравнение (8-11), то получим после преобразования следующие критерии: для малошумных машин не должны применяться следующие соотношения чисел пазов:

$$|Z_1 - Z_2| = 0,\ 1,\ 2\ \ldots; \qquad (8\text{-}12)$$

$$|Z_1 - Z_2| = 2p,\ 2p \pm 1,\ 2p \pm 2\ \ldots \qquad (8\text{-}12a)$$

Из § 6-6 и анализа уравнения (6-71а) следует, что в любой точке α поля от зубцовых гармоник МДС статора изменяются во времени с угловой частотой

$$\omega_\nu = \omega = 2\pi f, \qquad (8\text{-}13)$$

где f — частота сети.

Аналогично анализ уравнения (6-72) дает угловую частоту полей от зубцовых гармоник МДС ротора:

$$\omega_\mu = \omega \quad / Z_2 \omega_r = 2\pi f \left[1 \mp k \frac{Z_2}{p} (1 - s)\right], \qquad (8\text{-}13a)$$

где p — число пар полюсов машины; s — скольжение; $k = 1, 2, 3 \ldots$

Подставляя выражения (8-13) и (8-13а) в уравнение (8-10), можно определить угловую частоту $\omega_\zeta = \omega_\nu \pm \omega_\mu$ радиальной силы в данной точке α или ее частоту $f = \omega_\zeta / 2\pi$.

После преобразования получим:

$$f_\zeta = f k \frac{Z_2}{p} (1 - s), \qquad (8\text{-}14)$$

или

$$f_\zeta = f \left[k \frac{Z_2}{p} (1 - s) \pm 2\right]. \qquad (8\text{-}14a)$$

Уравнения (8-14) и (8-14а) определяют частоты радиальных сил, обусловленных зубцовыми гармониками МДС, из которых лишь силы низкого порядка могут вызвать значительную вибрацию статора. Эти силы возникают, если при $k = 1$ удовлетворяется условие (8-12) или (8-12а).

Частоты сил являются линейными функциями скольжения и могут при определенной скорости ротора совпадать с собственной частотой колебаний статора. В этих случаях амплитуда деформации и интенсивность шума существенно увеличиваются из-за резонанса, что особенно проявляется в процессе пуска машины.

Для полноты представления рассмотрим влияние рабочей гармоники порядка p на шум машины. Под действием этих самых сильных гармоник МДС статора и ротора ($\nu = \mu = p$) при равномерном воздушном зазоре возникает согласно уравнению (8-6) сила

$$p_p = F^2_p \frac{\Lambda^2_0}{2\mu_0} \cos 2 (p\alpha - \omega t). \qquad (8\text{-}15)$$

Можно доказать, что эта сила, изменяющаяся с двойной частотой сети, может вызвать значительную деформацию статорного кольца только у больших двухполюсных машин [91, 92].

8-4. ВЛИЯНИЕ ЗУБЧАТОСТИ СТАТОРА И РОТОРА

Как уже отмечалось (см. § 6-7), гармоники поля от зубчатости статора и ротора имеют то же число пар полюсов и ту же скорость, что и поля от зубцовых гармоник МДС, следовательно, поля, обусловленные зубчатостью, не дают нового критерия возникновения шума.

В двух сомножителях уравнения (8-7) могут появиться две гармоники одинакового порядка ($\zeta = \xi$), но разной частоты, т. е. порядок какой-либо составляющей МДС ζ совпадает с порядком некоторой составляющей магнитной проводимости ξ (причем $\omega_\zeta \neq \omega_\xi$). При взаимодействии этих двух гармоник согласно уравнению (8-7а) образуется волна радиальной силы, которая постоянна на внутренней поверхности сердечника статора, но изменяется во времени, что может привести к высокому уровню шума. Так возникают силы нулевого порядка.

Следовательно, шума можно избежать, если порядок полей от самых сильных высших гармоник МДС статора и ротора не совпадает с порядком наиболее выраженной гармоники магнитной проводимости воздушного зазора.

Самыми сильными гармониками МДС являются гармоники порядка $Z_1 \pm p$ и $Z_2 \pm p$.

Следовательно, шум от колебаний порядка $r = 0$ возникает, если

$$Z_1 \pm p = Z_2; \qquad (8\text{-}16)$$

$$Z_2 \pm p = Z_1 \tag{8-16а}$$

или

$$|Z_1 - Z_2| = p. \tag{8-16б}$$

Если зубцовая гармоника МДС статора взаимодействует с гармоникой проводимости зазора, обусловленной зубчатостью ротора, или наоборот, то появляются так называемые разностные поля. Напряженности разностных полей определяются по (6-91) и (6-99).

Временное и пространственное распределение сил, создаваемых этими разностными полями, получается из уравнения (8-1а):

$$p_r(\alpha,\ t) = \frac{\mu_0}{4} H^2_\Delta \{1 - \cos 2\,[(\omega \mp Z_2\omega_r)\,t + (Z_2 - Z_1 \mp p)\,\alpha]\}. \tag{8-17}$$

Амплитуды напряженности H_Δ результирующих разностных полей определяются из уравнений (6-91а) и (6-102). Наибольшую опасность представляют силы низкого порядка, возникающие, если

$$|Z_2 - Z_1 \mp p| = 0;\ 1;\ 2$$

или

$$|Z_1 - Z_2| = p;\ p \pm 1;\ p \pm 2. \tag{8-17а}$$

Силы низких порядков, вызывающие шум, возникают, если

$$|Z_1 - Z_2| = p,\ p \pm 1,\ p \pm 2\ \ldots \tag{8-17б}$$

В этом случае будут иметь место колебания порядка 0, 2, 4 и т. д. Частота силы в точке α определяется из уравнения (8-17):

$$f_\zeta = 2f\left[\frac{Z_2}{p}(1 - s) \pm 1\right]. \tag{8-18}$$

8-5. ВЛИЯНИЕ ИСКАЖЕНИЯ ВОЗДУШНОГО ЗАЗОРА И НАСЫЩЕНИЯ КОРОНОК ЗУБЦОВ

До сих пор предполагалось, что неравномерность воздушного зазора вызвана только наличием пазов на статоре и роторе. Рассмотрим случай, когда силовые волны низкого порядка вызывают деформацию статора (см. рис. 8-1), что влечет за собой искажение воздушного зазора.

Предположим, что r таких волн располагаются вдоль окружности воздушного зазора машины.

Тогда для удельной магнитной проводимости воздушного зазора с учетом деформации статора справедливо следующее выражение:

$$\frac{\mu_0}{\delta(\alpha,\ t)} = \mu_0 \{[a'_0 + a'_1 \cos Z_1\alpha + b'_1 \cos Z_2(\alpha - \omega_r t)]\,[1 + C\cos(r\alpha - \Omega t)]\} = \mu_0 \{a'_0 + a'_1 \cos Z_1\alpha + b'_1 \cos Z_2(\alpha - \omega_r t) + a'_0 C\cos(r\alpha - \Omega t) + \frac{a'_1 C}{2}[\cos[(Z_1 + r)\,\alpha - \Omega t] + \cos[(Z_1 - r)\,\alpha + \Omega t]] + \frac{b'_1 C}{2}[\cos[(Z_2 + r)\,\alpha - (\omega_r + \Omega)\,t] + \cos[(Z_2 - r)\,\alpha - (\omega_r - \Omega)\,t]]\}. \tag{8-19}$$

Следовательно, кривая проводимости воздушного зазора будет содержать дополнительные высшие гармоники порядка r; $Z_1 \pm r$; $Z_2 \pm r$.

Если кривая МДС содержит гармоники того же порядка, но другой временной частоты, то возникают силы нулевого порядка и, следовательно, опасность появления шума.

Наиболее неблагоприятным является случай, когда $r = p$, так как сильнейшие гармоники проводимости имеют тот же порядок, что и наиболее значительные гармоники МДС статора и ротора, имеющие p; $Z_1 \pm p$ и $Z_2 \pm p$ пар полюсов.

Особенно сильные составляющие давления p_r появляются при взаимодействии результирующих полей статора порядка $Z_1 \pm p$ и результирующих полей ротора порядка $Z_2 \pm p$. Волна силы p_r будет иметь порядок $r = |Z_1 - Z_2|$ или $r = |Z_1 - Z_2 \pm 2p|$. Соответствующая ей деформация статорного кольца будет иметь тот же порядок. Самый неблагоприятный случай, если этот порядок равен числу p пар полюсов рабочей гармоники, т. е. если

$$|Z_1 - Z_2| = p, \tag{8-20}$$

или

$$|Z_1 - Z_2 \pm 2p| = p. \tag{8-20а}$$

Следовательно, имеют место критерии:

$$|Z_1 - Z_2| = p; \tag{8-21}$$

$$|Z_1 - Z_2| = 3p. \tag{8-22}$$

Равенство (8-21) не представляет собой нового критерия, так как это выражение было уже получено [см. (8-17б)]. Проанализируем более подробно равенство (8-22). Если $Z_1 = Z_2 + 3p$, то составляющая радиальной силы $r = p$, определяющая порядок колебаний статора, распределена вдоль внутренней поверхности машины с числом волн p. Амплитуда этой силы при номинальной нагрузке машины пропорциональна произведению

$$P_{r=p} \sim a_0 F'_{Z2+p} F_{Z1-p} \xi_{(Z1-p)\,n} \sim \frac{1}{k_{c1}} \frac{p}{Z_2+p} \frac{p}{Z_1-p} \xi_{(Z1-p)n} \qquad (8\text{-}23)$$

или согласно (6-82)

$$P_{r=p} \sim \left(\frac{1}{k_{c1}}\right)^2 \frac{1}{Z_2/p+1} \frac{1}{Z_1/p-1} \times$$
$$\times \sqrt{1 + 2\sin\varphi \frac{I_0}{I_n}\left(\frac{Z_1}{p}-1\right)\frac{a_1}{2a_0} + \left[\frac{I_0}{I_n}\left(\frac{Z_1}{p}-1\right)\frac{a_1}{2a_0}\right]^2}. \qquad (8\text{-}24)$$

Если $\sin\varphi = 0{,}53$ и $I_0/I_n = 1/3$, то выражение (8-24) может быть представлено как

$$P_{r=p} \sim \left(\frac{1}{k_{c1}}\right)^2 \left[\frac{1}{(Z_2/p+1)(Z_1/p-1)}\right] \times$$
$$\times \sqrt{1 + \frac{1{,}06}{3}\left(\frac{Z_1}{p}-1\right)\frac{a_1}{2a_0} + \left[\left(\frac{Z_1}{p}-1\right)\frac{a_1}{2a_0}\frac{1}{3}\right]^2} =$$
$$= \Psi\left(\frac{o_1}{t_{d1}}\right). \qquad (8\text{-}25)$$

Функция Ψ зависит при данном числе пазов статора и ротора от отношения открытия пазов статора к зубцовому делению (o_1/t_{d1}). Результаты расчета $\Psi(o_1/t_{d1})$ при $Z_1/p = 12$, 18, 24 и различных значениях o_1/t_{d1} приведены в табл. 8-1. Из этой таблицы можно видеть, что Ψ и, следовательно, уровень шума зависят в основном от отношения числа пазов статора к числу пар полюсов Z_1/p и очень мало—от зубчатости. Чем больше отношение Z_1/p, тем меньше Ψ и тем меньше уровень шума при условии отсутствия резонанса. Поэтому в двигателях с большим числом пар полюсов ($2p \geqslant 8$) прежде всего следует из-

Таблица 8-1

o_1/t_{d1}	$Z_1/p = 12$	$Z_1/p = 18$	$Z_1/p = 24$
	$\Psi(o_1/t_{d1})$	$\Psi(o_1/t_{d1})$	$\Psi(o_1/t_{d1})$
0,5	$0{,}76 \cdot 10^{-2}$	$0{,}41 \cdot 10^{-2}$	$0{,}27 \cdot 10^{-2}$
0,3	$0{,}85 \cdot 10^{-2}$	$0{,}42 \cdot 10^{-2}$	$0{,}28 \cdot 10^{-2}$
0,2	$0{,}81 \cdot 10^{-2}$	$0{,}37 \cdot 10^{-2}$	$0{,}22 \cdot 10^{-2}$

бегать соотношения числа пазов, удовлетворяющих условию $Z_1 - Z_2 = 3p$, если $Z_1/p \leqslant 18$.

Если $Z_2 = Z_1 + 3p$, то амплитуда составляющей радиальной силы порядка $r = p$ при номинальной нагрузке двигателя пропорциональна произведению:

$$P_{r=p} \sim a_0 F'_{Z2-p} F_{Z1+p} \xi_{(Z1+p)\,n} \sim \left(\frac{1}{k_{c1}}\right)^2 \frac{1}{(Z_2/p-1)(Z_1/p+1)} \times$$
$$\times \sqrt{1 - 2\sin\varphi \frac{I_0}{I_n}\left(\frac{Z_1}{p}+1\right)\frac{a_1}{2a_0} + \left[\frac{I_0}{I_n}\left(\frac{Z_1}{p}+1\right)\frac{a_1}{2a_0}\right]^2} = \Psi\left(\frac{o_1}{t_{d1}}\right). \qquad (8\text{-}26)$$

Результаты расчета Ψ при $Z_1/p = 12$, 18, 24 и $o_1/t_{d1} = 0{,}5$; 0,3; 0,2 приведены в табл. 8-2.

Таблица 8-2

o_1/t_{d1}	$Z_1/p = 12$	$Z_1/p = 18$	$Z_1/p = 24$
	$\Psi(o_1/t_{d1})$	$\Psi(o_1/t_{d1})$	$\Psi(o_1/t_{d1})$
0,5	$0{,}33 \cdot 10^{-2}$	$0{,}22 \cdot 10^{-2}$	$0{,}17 \cdot 10^{-2}$
0,3	$0{,}37 \cdot 10^{-2}$	$0{,}21 \cdot 10^{-2}$	$0{,}15 \cdot 10^{-2}$
0,2	$0{,}42 \cdot 10^{-2}$	$0{,}20 \cdot 10^{-2}$	$0{,}12 \cdot 10^{-2}$

При $Z_2 = Z_1 + 3p$ значение Ψ примерно в 2 раза меньше, чем при $Z_1 = Z_2 + 3p$. Поэтому соотношение чисел пазов $Z_2 = Z_1 + 3p$ более благоприятно с точки зрения уровня шума, чем соотношение $Z_1 = Z_2 + 3p$. Если имеется опасность механического резонанса, то соотношение $Z_2 = Z_1 + 3p$ может быть использовано при $Z_1/p \leqslant 18$.

Что касается экспериментального доказательства этих выводов, то авторам известны следующие соотношения чисел пазов, при которых наблюдается сильный шум в номинальном режиме:

1. Двигатель с короткозамкнутым ротором: $2p=12$; $Z_1=108$; $Z_2=90$.

2. Двигатель с короткозамкнутым ротором: $2p=8$; $Z_1=72$; $Z_2=60$.

3. Двигатель с фазным ротором: $2p=10$; $Z_1=90$; $Z_2=75$.

4. Двигатель с фазным ротором: $2p=12$; $Z_1=108$; $Z_2=90$.

Все эти числа пазов соответствуют отношению $Z_1=3p+Z_2$. С другой стороны, авторам неизвестно ни одного случая сильного шума двигателей, имеющих соотношение чисел пазов $Z_2=Z_1+3p$.

Под влиянием насыщения коронок зубцов согласно (6-35) возникают высшие гармоники магнитной проводимости воздушного зазора порядка $2p$, $Z_1\pm 2p$, $Z_2\pm 2p$; распределение проводимости воздушного зазора аналогично выражению (8-19).

Если гармоники проводимости взаимодействуют с зубцовыми гармониками МДС порядка $Z_1\pm p$ и $Z_2\pm p$, то могут возникнуть составляющие радиальной силы низкого порядка, если

$$|Z_1\pm 2p|=|Z_2\pm p|$$

или

$$|Z_2\pm 2p|=|Z_1\pm p|,$$

что приводит к критериям, определяемым равенствами (8-21) и (8-22).

8-6. ВЛИЯНИЕ ЭКСЦЕНТРИЧНОСТИ ВОЗДУШНОГО ЗАЗОРА

В § 6-5 было показано, что гармоники поля в воздушном зазоре порядка $\nu\pm 1$ [см. (6-56)] возникают при смещении оси ротора относительно оси статора. Наиболее сильные из этих гармоник поля имеют порядок $p\pm 1$. Все гармоники поля, обусловленные статическим эксцентриситетом, изменяются с угловой частотой ω. Они не могут непосредственно вызвать шум, даже когда возбуждают силы низкого порядка, так как частота этих сил ($f_\xi=2f$) — низкая. Однако при взаимодействии с другими гармониками поля, имеющими тот же порядок, но другую частоту, могут возникнуть колебания нулевого порядка ($r=0$).

Рассмотрим результирующие гармоники, которые возникают при интерференции зубцовых гармоник МДС. В соответствии с вышесказанным получаем следующие условия возникновения колебаний нулевого порядка:

$$|Z_1\pm p|-|Z_2\pm p|=p\pm 1. \qquad (8\text{-}27)$$

Для исключения колебаний нулевого порядка необходимо тщательно центрировать и балансировать машины, у которых

$$\left.\begin{aligned}|Z_1-Z_2|&=3p\pm 1;\\|Z_1-Z_2|&=p\pm 1.\end{aligned}\right\} \qquad (8\text{-}27a)$$

Эти критерии повторяют приведенные в (8-12) и (8-12а).

Если эксцентричность воздушного зазора вызвана эксцентричным положением сердечника ротора относительно оси вала, то проводимость воздушного зазора, обусловленная эксцентриситетом, будет изменяться с угловой частотой ω_r. В этом случае уравнение (6-43) можно представить в виде

$$\delta(\alpha,\ t)=\delta_0+\varepsilon\cos(\alpha-\omega_r t). \qquad (8\text{-}28)$$

Используя те же преобразования, что и в § 6-5, получаем выражение для наибольшей гармоники результирующей магнитной индукции

$$B(\alpha,\ t)\approx B\cos[(p\mp 1)\alpha-(\omega\pm\omega_r)t]. \qquad (8\text{-}28a)$$

Если эта гармоника поля порядка $p\pm 1$ взаимодействует с рабочей гармоникой поля порядка p, то появляются вращающиеся силы одностороннего магнитного притяжения ($r=1$), так как угловая частота гармоники поля порядка $p\pm 1$ согласно уравнению (8-28а) равна $\omega\pm\omega_r$, в то время как угловая частота рабочей гармоники поля — ω.

Эксцентричное расположение ротора на валу обусловливает появление вращающихся сил одностороннего магнитного притяжения, вызывающих шум.

8-7. ВЛИЯНИЕ СХЕМЫ ОБМОТКИ С НЕСКОЛЬКИМИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ВЕТВЯМИ

Большие машины, особенно на напряжение $U<1000$ В, как правило, имеют большое число параллельных ветвей в обмотке статора. В маленьких машинах,

как правило, катушечные группы обмотки соединены последовательно и проблемы параллельных ветвей для этих машин не существует. Хотя в машинах, имеющих несколько параллельных ветвей в обмотке статора, предполагается, что все ветви электрически и магнитно абсолютно симметричны, практически всегда может иметь место определенная несимметрия, которая вызывает неравномерное распределение токов и, следовательно, появление дополнительных высших гармоник МДС. Рассмотрим сначала петлевые обмотки с диаметральным шагом и двумя параллельными ветвями. Возможны два способа образования параллельных ветвей этих обмоток:

а) каждая параллельная ветвь образована катушечными группами, принадлежащими p разноименным полюсам, следующим непосредственно друг за другом (половина окружности машины, рис. 8-2);

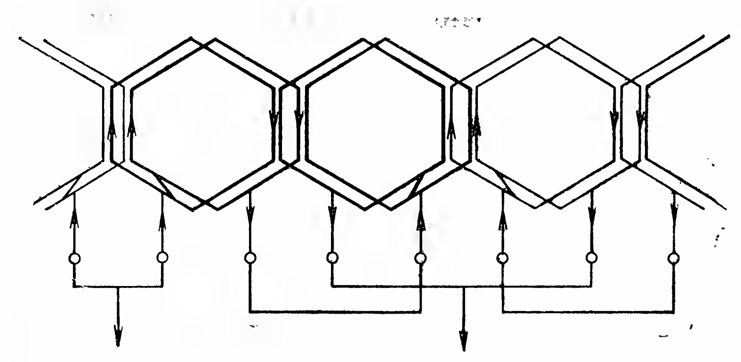


Рис. 8-2. Схема обмотки одной фазы четырехполюсной машины с двумя параллельными ветвями; каждой ветви принадлежат два соседних разноименных полюса.

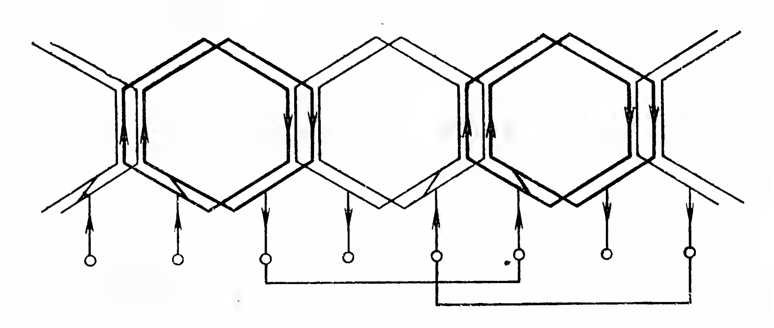


Рис. 8-3. Схема обмотки одной фазы четырехполюсной машины с двумя параллельными ветвями; каждой ветви принадлежат два одноименных полюса.

б) каждая из параллельных ветвей образована катушечными группами, принадлежащими p полюсам одной и той же полярности (рис. 8-3).

Если машина имеет более чем два полюса ($2p>2$), то в первом случае при наличии асимметрии возникает гармоника МДС порядка $\nu=1$ (период 2π). Эта гармо-

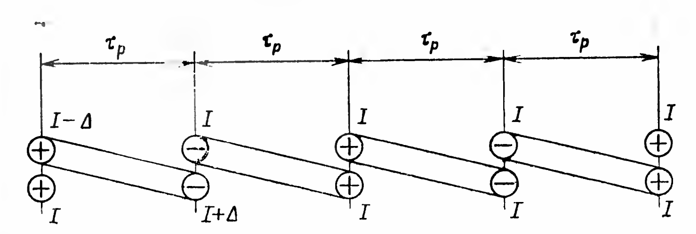


Рис. 8-4. К вопросу о влиянии несимметрии параллельных ветвей двухслойной обмотки с диаметральным шагом на шум.

ника МДС, взаимодействуя с основной гармоникой при равномерном воздушном зазоре, создает гармонику радиальной силы порядка

$$\zeta=1\pm p. \qquad (8\text{-}29)$$

Следовательно, согласно равенству (8-9) асимметрия параллельных ветвей петлевых обмоток со схемой соединения по рис. 8-2 приводит к увеличению магнитных сил порядка $1\pm p$, если $2p>2$.

В случае четырехполюсных машин асимметрия обмотки, соединенной по схеме на рис. 8-2, вызывает колебания первого порядка.

При двухслойной обмотке с диаметральным шагом, соединенной по схеме на рис. 8-3, асимметрия ветвей приводит к изменению величины тока во всех пазах, в то время как при однослойных обмотках пазы с большими и меньшими значениями тока чередуются.

В первом случае под влиянием асимметрии параллельных ветвей новые гармоники МДС не возникают. Во втором случае, который может иметь место и при волновых обмотках, будут создаваться дополнительные гармоники МДС порядка

$$\nu'=Z_1/2k_1, \qquad (8\text{-}30)$$

где $k=1, 2, 3 \ldots$

Эти гармоники приводят к критерию

$$|Z_1 - 2k_1Z_2| = 2p,\ 2p \pm 2\ \ldots, \qquad (8\text{-}30а)$$

который практически никогда не выполняется, потому что машины с таким соотношением чисел пазов не применяются.

Волновые и петлевые обмотки с диаметральным шагом и двумя параллельными ветвями, соединенными по схеме, представленной на рис. 8-3, являются более благоприятными.

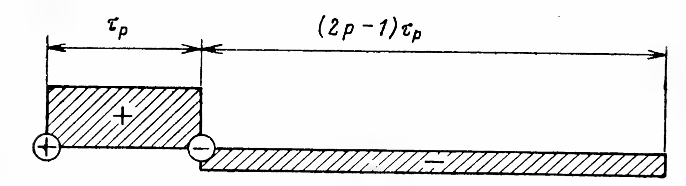


Рис. 8-5. Распределение МДС при одной несимметричной параллельной ветви (см. рис. 8-4).

Рассмотрим двухслойную обмотку с диаметральным шагом и числом параллельных ветвей $a>2$. Максимальное число параллельных ветвей $a_{max}=2p$. Обмотка может быть выполнена и с $a=m$ параллельными ветвями, где m — любой делитель числа $2p$. При $a=2p$ на каждую ветвь приходится один полюс, как схематично показано на рис. 8-4. Асимметрия максимальна, если ток в одной ветви отличается на значение Δ от тока I в остальных ветвях. Этот случай изображен на рис. 8-4.

Соответствующее распределение добавочной МДС, обусловленной асимметрией, показано на рис. 8-5. В этом случае кривая МДС наряду с гармоникой порядка $\nu=1$ будет содержать как четные, так и нечетные гармоники.

Если машина имеет обмотку с числом параллельных ветвей, равным числу пар полюсов $a=p$, то целесообразно согласно предыдущим рассуждениям использовать схему соединения, при которой каждая параллельная ветвь образована двумя катушечными группами, принадлежащими полюсам одинаковой полярности, удаленным в пространстве друг от друга на 180°. При асимметрии одной из ветвей машина с $p>2$ может быть приведена к четырехполюсной машине, МДС которой содержит добавочные гармоники порядка $\nu=2k$, где $k=1, 2, 3\ \ldots$

Если число параллельных ветвей в общем случае $a=m$, то при симметричном расположении всех a ветвей каждой ветви принадлежит $2p/a$ полюсов, сдвинутых в пространстве друг относительно друга на угол $(a/p)\times 360°$. Углы между отдельными ветвями равны $(1/a)\times 360°$. В этом случае асимметрия одной из ветвей вызывает добавочные гармоники МДС порядка

$$\nu = \frac{p}{a}k, \qquad (8\text{-}31)$$

если a — нечетное число, или

$$\nu = \frac{2p}{a}k, \qquad (8\text{-}31а)$$

если a — четное число, где $k=1, 2, 3\ \ldots$

Наибольшими из них являются гармоники порядка p/a или $2p/a$ (при $k=1$). Эти гармоники создают поля, которые наводят токи в обмотке ротора; соответствующие им МДС содержат зубцовые гармоники порядка

$$\mu = Z_2 \pm p/a \text{ или } \mu = Z_2 \pm 2p/a. \qquad (8\text{-}32)$$

При взаимодействии этих гармоник с зубцовыми гармониками статора порядка $\nu=Z_1\pm p$ могут появиться силы, вызывающие шум, при выполнении равенства (8-9), если

$$Z_1 \pm p - Z_2 \mp p/a = r$$

или

$$Z_1 \pm p - Z_2 \mp 2p/a = r.$$

Наиболее опасными являются силы одностороннего притяжения ($r=1$). Поэтому не рекомендуется применять числа пазов, удовлетворяющие равенствам

$$|Z_1 - Z_2| = |p/a \pm p \pm 1|, \qquad (8\text{-}33)$$

если a — нечетное число, или

$$|Z_1 - Z_2| = |2p/a \pm p \pm 1|, \qquad (8\text{-}33а)$$

если a — четное число.

В машинах с полуоткрытыми пазами и большим числом пазов на полюс и фазу поля от незубцовых гармоник МДС статора порядка $\nu=p(6c\pm 1)$ при $c=1, 2, 3\ \ldots$ могут быть более сильными, чем поля от зубцовых гармоник МДС. Поэтому, если эти гармоники взаимодействуют с гармониками ротора, порядок которых определяется (8-32), то могут появиться силы, вызывающие

шум, причем, как и ранее, силы порядка $r=1$ могут быть наиболее опасными. Для ограничения шума машин не следует применять числа пазов ротора, удовлетворяющие условиям:

$$|Z_2 \pm p/a) - p(6c \pm 1)| = 1, \qquad (8\text{-}34)$$

если $a>2$ и нечетное число;

$$|(Z_2 \pm 2p/a) - p(6c \pm 1)| = 1, \qquad (8\text{-}34а)$$

если $a>2$ и четное число;

$$|(Z_2 \pm 2p) - p(6c \pm 1)| = 1, \qquad (8\text{-}34б)$$

если $a=2$, где $c=1, 2, 3 \ldots$ (небольшое целое число).

Приведенные выше рекомендации справедливы при обмотках с диаметральным шагом. При обмотках с укороченным шагом применимы эти же критерии, однако под влиянием асимметрии параллельных ветвей могут появиться и другие дополнительные гармоники МДС.

В двухслойных обмотках укорочение шага ведет к сдвигу верхнего слоя относительно нижнего, так что в ряде пазов одна над другой находятся катушки разных фаз.

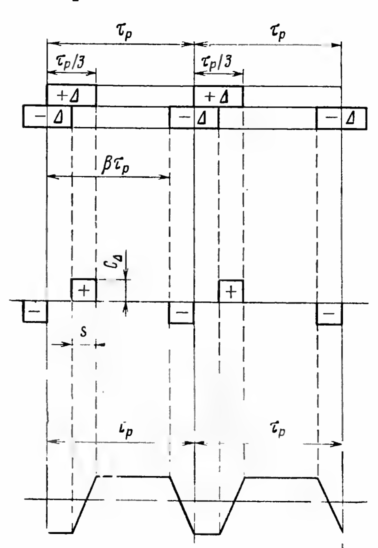


Рис. 8-6. К вопросу о влиянии несимметрии параллельных ветвей двухслойной обмотки с укороченным шагом на шум.

Слой обмотки каждой фазы на каждом полюсном делении имеет ширину $\frac{1}{3}\tau_p$. Если в обмотке с двумя параллельными ветвями по одной ветви протекает ток $I_1=I+\Delta$, а по другой — $I_2=I-\Delta$, то уравнительный ток Δ, протекающий по ветвям, вызывает дополнительное распределение тока в слоях, как показано в верхней части рис. 8-6. Результирующая линейная нагрузка от уравнительного тока показана в средней части рис. 8-6, при этом значение s равно $s=\tau_p(1-\beta)$. Таким образом, в этом случае в машинах с диаметральным шагом ($\beta=1$) результирующая линейная нагрузка от уравнительного тока отсутствует.

Соответствующее распределение МДС показано в нижней части рис. 8-6. Следовательно, основная гармоника этого распределения МДС имеет $2p$ пар полюсов и вызывает в воздушном зазоре поле того же порядка. Если это поле воздействует на обмотку ротора с Z_2 стержнями, то МДС ротора будет содержать зубцовые гармоники порядка $Z_2 \pm 2p$. Взаимодействие этих гармоник ротора с зубцовыми гармониками статора порядка $Z_1 \pm p$ приводит к появлению радиальных сил порядка

$$r = |(Z_1 \pm p) - (Z_2 \pm 2p)|.$$

Наиболее опасны односторонние силы ($r=1$). Следовательно, в машинах с такими обмотками не рекомендуется применять числа пазов, которые удовлетворяют равенствам:

$$|Z_1 - Z_2| = 3p \pm 1 \qquad (8\text{-}35)$$

или

$$|Z_1 - Z_2| = p \pm 1. \qquad (8\text{-}35а)$$

8-8. ВЛИЯНИЕ ТАНГЕНЦИАЛЬНЫХ СИЛ НА СИЛЫ ОДНОСТОРОННЕГО ПРИТЯЖЕНИЯ

В соответствии с критериями (8-9), (8-9а) при $r=1$ возникают односторонние силы (первого порядка), которые являются источниками шума.

Наибольшие односторонние вращающиеся силы появляются согласно равенствам (8-12) и (8-12а), если $|Z_1 - Z_2| = 1$ или $|Z_1 - Z_2| = 2p \pm 1$. Силы первого порядка могут также возникнуть под влиянием искажения воздушного зазора, если согласно (8-22) $|Z_1 - Z_2| = 3p \pm 1$. Асимметрия обмоток с большим числом параллельных ветвей вызывает увеличение этих сил при удовлетворении условий (8-33), (8-33а), (8-34) и (8-34а). Этот случай будет

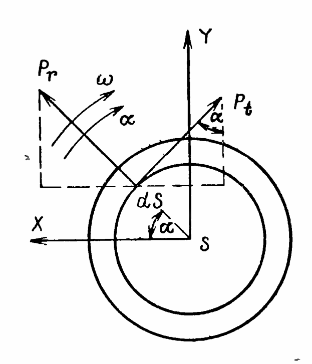


Рис. 8-7. К расчету влияния тангенциальных сил на шум при $r=1$.

иметь место, если согласно (8-6), (8-9) существуют гармоники МДС статора и ротора ($|\nu-\mu|=1$).

Так как эти силы асимметричны (односторонние, см. рис. 8-1) относительно оси машины, то их амплитуда может зависеть от тангенциальных сил, создающих вращающий момент машины. На произвольный элемент поверхности ротора ds (рис. 8-7) согласно (8-1) действует радиальная сила

$$p_r(\alpha,\ t)=\frac{B^2(\alpha,\ t)}{2\mu_0}.$$

На этот же элемент поверхности действует по закону Био — Савара тангенциальная сила

$$p_t(\alpha,\ t)=A(\alpha,\ t)B(\alpha,\ t),$$

где $A(\alpha,\ t)$ — выражение для линейной нагрузки.

Составляющая результирующей силы на единицу длины машины по оси X (рис. 8-7), проходящей через центр тяжести ротора, будет равна:

$$X=\int_0^{2\pi} p_rR\cos\alpha\,d\alpha-\int_0^{2\pi} p_tR\sin\alpha\,d\alpha. \qquad (8\text{-}36)$$

Аналогично составляющая результирующей силы по оси Y будет равна:

$$Y=\int_0^{2\pi} p_rR\sin\alpha\,d\alpha+\int_0^{2\pi} p_tR\cos\alpha\,d\alpha. \qquad (8\text{-}36а)$$

Если результирующая сила создается ν-й гармоникой статора и μ-й гармоникой ротора, то согласно (8-36) для X составляющей, если полагать радиус ротора равным единице ($R=1$), будет справедливо следующее выражение:

$$X=\frac{1}{\mu_0}\int_0^{\pi} B_\nu(\alpha,\ t)B_\mu(\alpha,t)\cos\alpha\,d\alpha-$$

$$-\int_0^{2\pi} B_\nu(\alpha,\ t)A_\mu(\alpha,\ t)\sin\alpha\,d\alpha. \qquad (8\text{-}36б)$$

Если в (8-36б) подставить выражения для соответствующих гармоник:

$$B_\nu(\alpha,\ t)=B_\nu\cos(\nu\alpha-\omega_\nu t);\ B_\mu(\alpha,\ t)=$$

$$=B_\mu\cos(\mu\alpha-\omega_\mu t-\varphi_\mu);$$

$$A_\mu(\alpha,\ t)=-A_\mu\sin(\mu\alpha-\omega_\mu t-\varphi_\mu),$$

то составляющие результирующей силы будут определяться следующими выражениями:

$$X=\frac{B_\nu}{2}\left\{\left(\frac{B_\mu}{\mu_0}-A_\mu\right)\int_0^{2\pi}\cos(\nu\alpha-\omega_\nu t)\cos[(\mu+1)\alpha-\right.$$

$$-\omega_\mu t-\varphi_\mu]\,d\alpha+\left(\frac{B_\mu}{\mu_0}+A_\mu\right)\int_0^{2\pi}\cos(\nu\alpha-\omega_\nu t)\times$$

$$\left.\times\cos[(\mu-1)\alpha-\omega_\mu t-\varphi_\mu]\,d\alpha\right\}; \qquad (8\text{-}37)$$

$$Y=\frac{B_\nu}{2}\left\{\left(\frac{B_\mu}{\mu_0}-A_\mu\right)\int_0^{2\pi}\cos(\nu\alpha-\omega_\nu t)\sin[(\mu+1)\alpha-\right.$$

$$-\omega_\mu t-\varphi_\mu]\,d\alpha-\left(\frac{B_\mu}{\mu_0}+A_\mu\right)\int_0^{2\pi}\cos(\nu\alpha-$$

$$\left.-\omega_\nu t)\sin[(\mu-1)\alpha-\omega_\mu t-\varphi_\mu]\,d\alpha\right\}. \qquad (8\text{-}37а)$$

Интегралы в (8-37) и (8-37а) имеют значения, отличные от 0, только в случае

$$\nu=\mu\pm1, \qquad (8\text{-}38)$$

т. е. при выполнении условия создания радиальных сил первого порядка.

Следовательно, тангенциальные силы влияют на амплитуду результирующей силы первого порядка, состав-

ляющие которой равны:

$$X = \frac{\pi B_\nu}{2}\left(\frac{B_\mu}{\mu_0} \mp A_\mu\right)\cos\left[(\omega_\nu - \omega_\mu)t - \varphi_\mu\right]; \quad (8\text{-}39)$$

$$Y = \frac{\pm\pi B_\nu}{2}\left(\frac{B_\mu}{\mu_0} \mp A_\mu\right)\sin\left[(\omega_\nu - \omega_\mu)t - \varphi_\mu\right]. \quad (8\text{-}39а)$$

Таким образом, возникает односторонняя результирующая сила, вызывающая прогиб вала. Эта сила вращается с угловой скоростью $\omega_\nu - \omega_\mu$; амплитуда ее зависит от знака «+» или «—» в уравнении (8-38).

Радиальные силы первого порядка усиливаются тангенциальными силами, если порядок гармоники статора меньше, чем порядок гармоники ротора ($\nu = \mu - 1$). В противном случае ($\nu = \mu + 1$) тангенциальные силы будут уменьшать амплитуду радиальных сил первого порядка.

8-9. ШУМ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ С ФАЗНЫМ РОТОРОМ

Критерии снижения шума, установленные в предыдущих параграфах, справедливы главным образом для короткозамкнутых асинхронных двигателей, у которых число пазов ротора не ограничивается возможностью выполнения беличьей клетки. В машинах, имеющих трехфазную обмотку на роторе, порядок высших гармоник поля в воздушном зазоре совершенно отличен от порядка гармоник поля машин с короткозамкнутым ротором; машины с фазным ротором, имеющие целое число пазов на полюс и фазу, как правило, имеют меньший уровень шума.

Число пазов ротора зависит от возможности выполнения трехфазной обмотки и определяется равенством $Z_2 = 6pq_2$, где q_2 — число пазов на полюс и фазу роторной обмотки. Следовательно, для двигателей с фазным ротором применимы только те критерии из приведенных выше, которые соответствуют условиям выполнимости обмотки ротора. Так, условие (8-12), вытекающее из взаимодействия зубцовых гармоник МДС, для машин с фазным ротором справедливо в виде $Z_1 - Z_2 = 0$, т. е. $q_1 = q_2$. Однако одинаковое число пазов статора и ротора не следует выбирать не только с точки зрения шума, но также из-за недопустимых механических нагрузок.

Проанализируем теперь все сочетания высших гармоник поля, способствующих созданию шума в машинах с фазным ротором. Вначале предположим, что обмотки статора и ротора имеют целое число пазов на полюс и фазу (q_1 и q_2). Подставив уравнение (1-36) в (8-11), получим общее выражение для порядка сил:

$$r = p(6c_1 \pm 1) \pm p(6c_2 \pm 1), \quad (8\text{-}40)$$

где c_1 и c_2 — произвольные целые числа, включая 0.

Уравнение (8-40) имеет следующие решения при минимальных порядках сил: два для суммы

$$r = 2p[3(c_1 - c_2) \pm 1] \quad (8\text{-}41)$$

и одно для разности

$$r = 6p(c_1 - c_2). \quad (8\text{-}41а)$$

Анализируя уравнения (8-41) и (8-41а), можно доказать, что в двигателях с фазным ротором, имеющих обмотки с целым числом пазов на полюс и фазу, возникают силы, имеющие только четное число пар полюсов, т. е. порядка $r = 2cp$. Аналогично можно показать [142], что в двигателях с фазным ротором и дробным числом пазов на полюс и фазу могут возникнуть силы нечетного порядка, если $q_2 = c + 1/2$. Однако дробные обмотки в асинхронных двигателях используются сравнительно редко.

Радиальные силы зависят от значений соответствующих обмоточных коэффициентов.

Двигатели с фазным ротором обычно менее склонны к созданию шума, чем короткозамкнутые двигатели. Однако имеются случаи возникновения шума, которые не встречаются в двигателях с короткозамкнутым ротором.

В § 8-6 было рассмотрено влияние эксцентричного расположения ротора по отношению к статору, которое является причиной образования гармоник поля порядка $p \pm 1$, приводящих к силам одностороннего магнитного притяжения, имеющих частоту, равную двойной частоте сети ($f_\xi = 2f$). Поскольку человеческое ухо слабо воспринимает низкие частоты, шум машины на этой и более низких частотах, с физиологической точки зрения, не так неприятен, но может быть обнаружен измерительными приборами.

Однако в особых случаях, например в определенном морском оборудовании, вибрации машины на этих частотах могут быть нежелательными. Как было показано

в § 6-5, в машинах с короткозамкнутым ротором дополнительные магнитные поля, вызванные эксцентриситетом, сильно ослабляются реакцией ротора, поэтому вибрация на двойной частоте, обусловленная эксцентриситетом, практически отсутствует. Однако в машинах с фазным ротором эти поля могут вызвать значительную вибрацию. При относительно малом первоначальном эксцентриситете и гибком вале или корпусе машины эти вибрации могут иметь даже частоту сети. Известно из практики, а также из [154], что вибрации на основной частоте вызывают задевание ротора о статор. В принципе это происходит из-за того, что сила одностороннего притяжения, вызванная начальным эксцентриситетом ε, вызывает колебания гибкого вала, вследствие чего эксцентриситет становится периодической функцией времени. Возбуждающая сила (т. е. сила одностороннего магнитного притяжения), изменяющаяся во времени с частотой 2ω, согласно (6-62) пропорциональна эксцентриситету ε. Следовательно, первоначальную возбуждающую силу можно представить как

$$p(t)=K\varepsilon\sin\omega t, \qquad (8\text{-}42)$$

где K — постоянная, определяемая согласно (6-62) размерами машины и амплитудой магнитной индукции основной гармоники поля в воздушном зазоре.

Вблизи механического резонанса гибкой системы, если пренебречь механическим демпфированием, исходя из принципа Даламбера можно записать основное уравнение движения:

$$m\varepsilon''=K\varepsilon\sin 2\omega t, \qquad (8\text{-}43)$$

где m — масса колеблющейся системы.

Уравнение (8-43) приводит в своей обобщенной форме к уравнению Хилла, основное решение которого имеет вид:

$$\varepsilon=\sum_{\nu=1}^{\nu=\infty}A_\nu\sin\nu\omega t+\sum_{\nu=1}^{\nu=\infty}B_\nu\cos\nu\omega t. \qquad (8\text{-}44)$$

Как видно из (8-44), при периодическом изменении во времени эксцентриситета, обусловленном силой одностороннего магнитного притяжения, возникает широкий спектр гармоник, приводящих к вибрации машины. Так как в этом случае амплитуды обратно пропорциональны

второй степени порядка ν, наиболее значительной будет основная гармоника:

$$\varepsilon=A_1\sin\omega t+B_1\cos\omega t,$$

которая вызывает вибрации машины с основной частотой.

8-10. РЕЗОНАНСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В СТАТОРЕ

В приведенном выше анализе магнитных источников шума не учитывались размеры машины. Однако эксперимент показывает, что соотношение чисел пазов, пригодное для малых машин, может совершенно не подходить для больших машин и наоборот. Так, числа пазов $Z_1=36$, $Z_2=30$, обычно рекомендуемые для четырехполюсных машин ($2p=4$), пригодны только для машин малой мощности. Если увеличивать размеры машины линейно, сохраняя при этом значения магнитной индукции в воздушном зазоре и линейной нагрузки, то при том же соотношении чисел пазов и мощности около 50—60 кВт возникает шум на высоких частотах [176].

Следовательно, магнитные шумы зависят не только от соотношения чисел пазов, но и от размеров машины. На эту особенность было указано в [119, 120]. Влияние размеров машины на уровень шума было впервые изучено Иорданом [122], который исходил из факта, что сила звука на поверхности вибрирующей машины определяется количеством излученной звуковой энергии J, отнесенной к единице площади поверхности. Для определения значения J на поверхности станины машина была представлена в виде сферы, диаметр которой равен внешнему диаметру D станины. Если поверхность сферы колеблется под действием сил, вызывающих деформацию, значение J на поверхности сферы определяется выражением

$$J=J_E N'_r, \qquad (8\text{-}45)$$

где

$$J_E=84\pi^2 f^2 X_r^2\cdot 10^{-7} \qquad (8\text{-}45а)$$

измеряется в Вт/см²; f — частота звука, Гц; X_r — амплитуда деформации, см; N'_r — относительная мощность излучения; индекс r — порядок колебаний, определяемый числом узловых точек $2r$ на осевом сечении сферы (см. рис. 8-1), которые при колебании остаются неподвижными.

Относительная мощность N'_r как функция отношения $\pi D/\lambda$, где $\lambda = 34\,300/f$ — длина звуковой волны, для различных порядков r представлена на рис. 8-8.

Точность замены машины сферическим излучателем звуковых волн может быть повышена, если синусоидальное изменение магнитных сил, вызывающих деформацию, представить функциями косинуса, выраженными суммой зональных сферических функций [136]. Как сле-

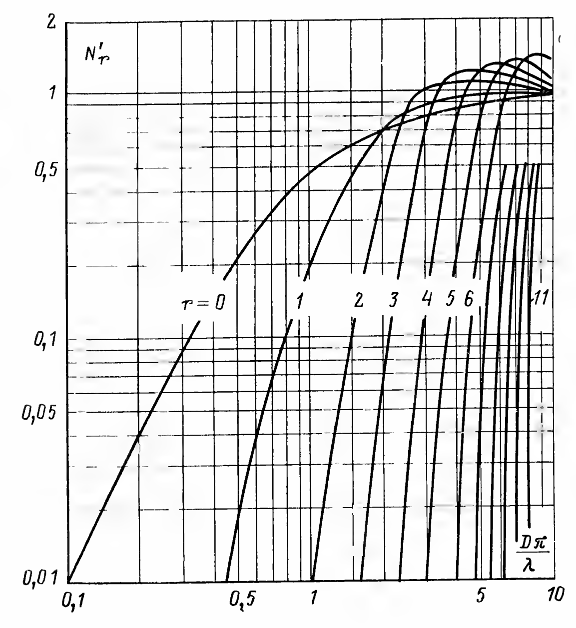


Рис. 8-8. Зависимость относительной мощности излучения N'_r от $\pi D/\lambda$ для различных значений r.

дует из § 8-2, давление, вызываемое радиальной силой магнитного происхождения порядка r, согласно (8-8), (8-8а), (8-9), (8-9а), может быть представлено основным соотношением:

$$p_r = A_r \sin(r\alpha \pm \omega_r t). \qquad (8\text{-}46)$$

Следовательно, волна давления имеет период, который укладывается вдоль внутренней поверхности сердечника статора машины r раз; угловая скорость волны ω_r/r. При этом в любой точке частота изменения во времени давления и деформации равна $f_r = \omega_r/2\pi$.

Амплитуда деформации X_0, см, статорного кольца при $r=0$ и давлении $p_0 = A_0 \sin\omega_0 t$, равномерно распределенном вдоль внутренней поверхности сердечника статора и пульсирующем во времени, равна [123]:

$$X_0 = \frac{R}{E\,(h/R_a)}\,A_0\,\frac{1}{1-(f_0/F_0)}, \qquad (8\text{-}47)$$

где R — внутренний радиус сердечника статора; E — модуль упругости; h — высота спинки статора; R_a — средний радиус спинки статора; f_0 — частота давления; A_0 — амплитуда давления согласно (8-46); F_0 — собственная частота колебаний статорного кольца, Гц, для $r=0$, равная

$$F_0 = \frac{8{,}4\cdot 10^4}{R_a}\sqrt{\frac{q_j}{q_j+q_Z}}, \qquad (8\text{-}48)$$

где q_j — масса спинки; q_Z — масса зубцов статора.

Амплитуда деформации статорного кольца при $r \geqslant 2$ равна:

$$X_r = \frac{12R}{E}\,\frac{A_r}{(h/R_a)^3}\,\frac{1}{(r^2-1)^2}\,\frac{1}{1-(f_r/F_r)^2}, \qquad (8\text{-}48а)$$

где собственная частота колебаний F_r определяется выражением

$$F_r = F_0\,\frac{1}{2\sqrt{3}}\,\frac{h}{R_a}\,\frac{r(r^2-1)}{\sqrt{(r^2+1)}}. \qquad (8\text{-}48б)$$

Следует заметить, что выражения (8-47), (8-48), (8-48а) и (8-48б) неприменимы для статоров больших машин, собранных из сегментов.

Для машин малой мощности собственная частота колебаний статорного кольца намного больше частоты сил (давлений) магнитного происхождения, обусловленных полями от зубцовых гармоник МДС и разностными полями [см. (8-14), (8-14а) и (8-18)]. Следовательно, в этих машинах опасны только магнитные силы низкого порядка, воздействующие на длинное плечо. Напротив, в больших машинах собственная частота колебаний статорного кольца F_r и частота магнитной силы (давления) f_r могут совпасть, даже если порядок колебаний (число пар полюсов силы) довольно высок. В этом случае амплитуда деформации X_r, даже при малой амплитуде давления A_r, может достигать вблизи резонанса ($f_r \approx \approx F_r$) значения большего, чем для $r \leqslant 2$.

Выражение (8-48б) для собственной частоты статорного кольца применимо для значения $h/R_a > 0,1$. Согласно исследованиям Кула [134] при $h/R_a < 0,1$ выражение (8-48б) необходимо умножить на поправочный коэффициент k_r, т. е.

$$F_r = F_0 \frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{h}{R_a} \frac{r(r^2-1)}{\sqrt{(r^2+1)}} k_r. \qquad (8\text{-}48в)$$

Значения поправочного коэффициента k_r для собственных частот при различных порядках r и отношениях $h/R_v = 0,1$; 0,2; 0,3, где R_v — внешний радиус статора, представлены в табл. 8-3.

Таблица 8-3

h/R_v	$r=2$	$r=3$	$r=4$	$r=5$	$r=6$
0,1	0,99	0,985	0,98	0,97	0,95
0,2	0,98	0,95	0,91	0,86	0,81
0,3	0,95	0,89	0,81	0,74	0,68

В добавление к радиальным колебаниям, рассмотренным выше, при жестком креплении машины необходимо также принимать во внимание колебания относительно

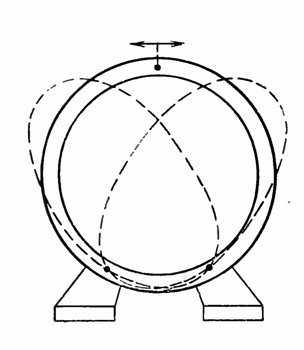


Рис. 8-9. «Круговые» колебания статорного кольца.

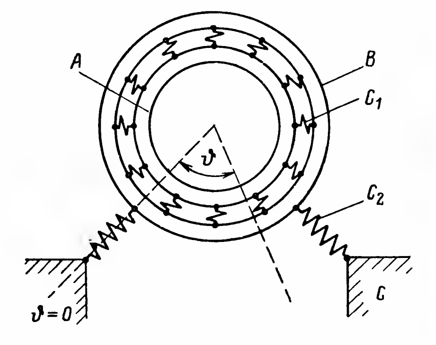


Рис. 8-10. Обобщенная модель для расчета колебаний сердечника статора со станиной.

точек опор (лап), так называемые «круговые колебания», схематически показанные на рис. 8-9. Детальный анализ показывает, что этот тип колебаний зависит от угла между лапами и от жесткости самих лап [281].

Тщательные исследования проведенные Хюбнером [138] и Эрдели [130], показали, что предположение Иордана о том, что источником шума является сердечник статора, а станина не оказывает влияния на шум, неверно, особенно для $r>1$. Необходимо учитывать механическую связь между сердечником статора и станиной.

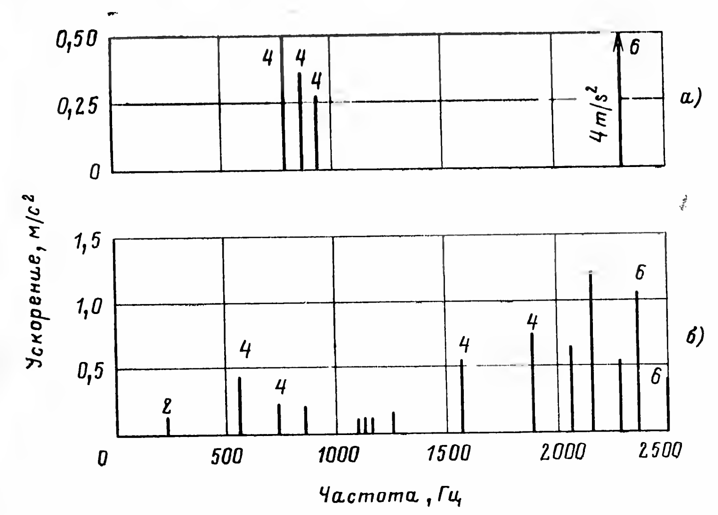


Рис. 8-11. Спектры собственных частот машины, $P=4$ кВт; $2p=4$; $D=250$ мм.

а — обмотанный сердечник статора; *б* — обмотанный сердечник статора со станиной.

Физически правильная модель, отвечающая этому требованию, показана на рис. 8-10. Пружины C_1 отражают упругую связь между сердечником статора A и станиной машины B, а пружины C_2 — соединение между станиной машины B и фундаментом C.

Анализ этой механической системы, состоящей из нескольких частей, показывает, что каждому порядку колебаний (каждой величине r) соответствует несколько собственных частот (три или более), одна из которых близка к значениям, рассчитанным по (8-48в).

На рис. 8-11,*а*, *б* показаны измеренные спектры собственных частот частей машины $P=4$ кВт, $2p=4$, имеющей внутренний диаметр сердечника статора $D=250$ мм. На рис. 8-11,*а* представлена зависимость амплитуды виброускорения от частоты для сердечника статора с об-

моткой, а на рис. 8-11,*б* — та же зависимость для обмотанного сердечника статора со станиной. Как видно из рис. 8-11,*а*, *б*, машина в целом имеет более широкий спектр собственных частот, чем простое кольцо.

Точный расчет собственных частот всей машины очень трудоемок и без использования вычислительных машин практически невозможен. Пример такого расчета для машины $P=30$ кВт, $2p=2$ дан в [130].

Для обеспечения требования малошумной работы машины в номинальном режиме необходимо исключить возможность совпадения частот магнитных сил [см. (8-14), (8-14а) или (8-18)] при скольжении $s\approx 0$ и собственных частот статорного кольца [см. (8-48), (8-48б)]. В таком случае для частот сил нулевого порядка, обусловленных зубцовыми гармониками МДС (см. § 8-3), должно выполняться следующее неравенство при $k=1$; 2:

$$\frac{8{,}4\cdot 10^4}{R_a}\sqrt{\frac{q_j}{q_j+q_Z}}\neq kf\frac{Z_2}{p} \text{ или } \neq f\left(k\frac{Z_2}{p}\pm 2\right). \quad (8\text{-}49)$$

При $k=1$; 2 и $r=2$

$$\frac{F_0}{2\sqrt{3}}\frac{h}{R_a}.2{,}7k_z\neq kf\frac{Z_2}{p} \text{ или } \neq f\left(k\frac{Z_2}{p}\pm 2\right). \quad (8\text{-}49а)$$

С целью исключения резонанса для колебаний высшего порядка ($r\geqslant 3$) достаточно соблюдение неравенства только при одной частоте ($k=1$). В этом случае

$$\frac{F_0}{2\sqrt{3}}\frac{h}{R_a}\frac{r(r^2-1)}{\sqrt{r^2+1}}k_r\neq f\frac{Z_2}{p} \text{ или } \neq f\left(\frac{Z_2}{p}\pm 2\right). \quad (8\text{-}49б)$$

Неравенства (8-49б) можно преобразовать, используя следующие аппроксимации:

$$r(r^2-1)/\sqrt{r^2+1}\approx r^2-1 \text{ при } r\geqslant 3;$$

$$Z_2/p\pm 2\approx Z_2/p \text{ при } Z_2/p\gg 2.$$

При этих упрощениях, исходя из (8-49б), можно определить порядок r_0 радиальной силы, вызывающей резонанс:

$$r_0\sqrt{k_{r0}}=\sqrt{f\frac{Z_2}{p}\frac{R_a}{h}\frac{2\sqrt{3}}{F_0}+1}. \quad (8\text{-}50)$$

Для того, чтобы сила порядка r_0 не могла возникнуть, согласно (8-12) и (8-12а) недопустимо

$$\left.\begin{aligned}|Z_1-Z_2|&=r_0;\\ |Z_1-Z_2|&=2p\pm r_0.\end{aligned}\right\} \quad (8\text{-}51)$$

Равенства (8-51) можно не учитывать для высоких порядков $r_0\geqslant 6$, так как в этом случае силы действуют на очень коротком плече.

Частоты собственных колебаний маленьких машин намного больше, чем частоты магнитных сил, и, следовательно, для них соотношение чисел пазов может быть выбрано с учетом рекомендаций, приведенных в предыдущих параграфах, без опасения возникновения механических резонансов.

Так как амплитуда деформации статорного кольца согласно уравнению (8-48а) пропорциональна R_a/h^3 (h — высота спинки), то многополюсные машины более чувствительны к колебаниям высоких порядков ($r>2$), чем двухполюсные машины, имеющие всегда значительную высоту спинки статора.

Следовательно, необходимо избегать чисел пазов, соответствующих условию (8-51), особенно для многополюсных высоковольтных машин, имеющих открытые пазы.

8-11. СПОСОБЫ УМЕНЬШЕНИЯ ШУМА

Как следует из предыдущего параграфа, для уменьшения шума необходимо уделять должное внимание возможности резонанса, который имеет решающее значение. Для обеспечения малошумности машин рекомендуется увеличивать высоту спинки сердечника статора и применять такие способы крепления сердечника в станине, при которых частота свободных колебаний всей системы больше частоты магнитных сил. Для ограничения порядков колебаний необходимо тщательно анализировать выбираемое соотношение чисел пазов. Критерии выбора соотношения чисел пазов даны в гл. 10.

Шум также может быть снижен уменьшением магнитного насыщения машины, увеличением воздушного зазора или увеличением сопротивления обмотки ротора. Эти способы, конечно, ухудшают свойства машины.

Скос пазов является надежным способом, который оказывает наименьшее влияние на другие свойства машины.

Согласно уравнениям (8-8), (8-8а), (8-9) и (8-9а) для радиальной силы, действующей на единицу площади поверхности ротора или статора, можно написать основное выражение:

$$p_r(\alpha, t)=P_r\cos(r\alpha-\omega_r t-\varphi_r). \qquad (8\text{-}52)$$

Если пазы ротора скошены на угол γ, т. е. если один конец паза смещен относительно другого по длине машины l на C зубцовых делений статора, то

$$\gamma=\frac{2\pi C}{Z_1 l}\,y, \qquad (8\text{-}53)$$

где y — ордината по оси машины.

В точке с координатами (α, y) действует давление, изменяющееся во времени, которое в идеальном случае ($\varphi_r=0$) может быть представлено выражением

$$p_r(\alpha, y, t)=P_r\cos\left(r\alpha-\omega_r t-\mu\frac{2\pi C}{Z_1 l}\,y\right). \qquad (8\text{-}54)$$

Это давление вызывает деформацию статора

$$\vartheta=\vartheta_0\cos(r\alpha-\omega_r t-\varepsilon), \qquad (8\text{-}55)$$

где ε — угол сдвига между деформацией и силой в начале машины ($y=0$).

Элементарная работа, производимая силой p_r в точке (α, y) за половину периода, равна:

$$dW=\int_0^{\pi/\omega_r} p_r\frac{d\vartheta}{dt}\,dt.$$

Работа по длине машины, приходящаяся на единицу длины окружности воздушного зазора, за половину периода при условии $\mu=Z_1\pm p\approx Z_1$ равна:

$$W_\alpha=\int_0^l dW\,dy=-P_r l\vartheta_0\pi\left[\sin\varepsilon\frac{\sin 2\pi C}{2\pi C}+\cos\varepsilon\frac{\cos 2\pi C-1}{2\pi C}\right]. \qquad (8\text{-}56)$$

Рассмотрим наиболее неблагоприятный случай, когда величина W_α максимальна:

$$dW_\alpha/d\varepsilon=0,$$

который имеет место при

$$\operatorname{tg}\varepsilon=\frac{\sin 2\pi C}{\cos 2\pi C-1}. \qquad (8\text{-}57)$$

Зависимость (8-57) представлена на рис. 8-12,*а*, *б*.

Если известна функция $\varepsilon=f(C)$ (рис. 8-12,*а*), то для любого C можно определить работу W_α. Из рис. 8-12,*б*, на котором представлена зависимость $2W_\alpha/P_r l\vartheta_0=f(C)$, следует, что в идеальном случае ($\varphi_r=0$) магнитная сила не вызывает радиальных колебаний статора, если пазы скошены на целое число зубцовых делений статора. В этом случае радиальные силы в конечных точках внутренней поверхности сердечника статора, лежащих на одной линии, параллельной оси машины, находятся в противофазе.

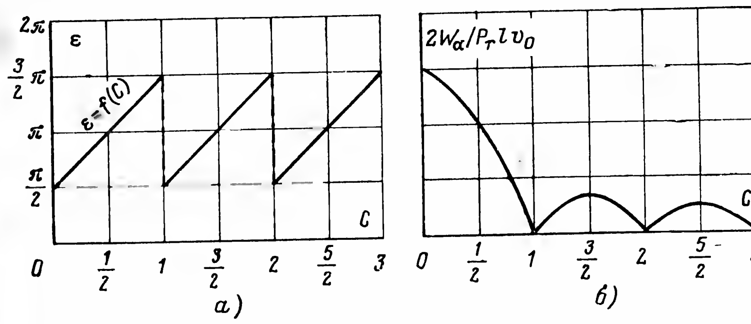


Рис. 8-12. К вопросу о влиянии скоса пазов C на радиальные колебания статора.

Этот вывод справедлив также, если $\mu=Z_2\pm p\approx Z_2$ и пазы ротора скошены на C зубцовых делений ротора.

В длинных машинах эти силы могут вызвать поперечные колебания. При этом пучности волн будут находиться на концах машины, а узел — посредине осевой линии O (рис. 8-13). Точка A, расположенная на расстоянии y от конца сердечника статора, будет откло-

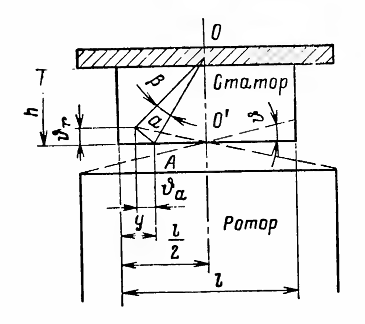


Рис. 8-13. К вопросу о влиянии поперечных колебаний статора на шум.

няться на угол β и сдвигаться в радиальном и осевом направлениях на ϑ_r и ϑ_A соответственно. Радиальный сдвиг ϑ_r на малом угле $\beta \approx a/b$ определяется выражением

$$\vartheta_r = (l/2 - y)\,\beta. \qquad (8\text{-}58)$$

Подставляя (8-58) в (8-55), получаем выражение для деформации:

$$\vartheta_r = \beta\left(\frac{l}{2} - y\right)\cos\left(r\alpha - \omega_r t - \varepsilon\right). \qquad (8\text{-}58\text{a})$$

Работа по длине машины, приходящаяся на единицу длины окружности воздушного зазора, за полупериод получается аналогично выражению (8-56):

$$W_\alpha = \int_0^l \int_0^{\pi/2\omega_r} -P_r \beta \omega_r \left(\frac{l}{2} - y\right)\cos\left(r\alpha - \omega_r t - \frac{2\pi C}{l}\,y\right)\sin\left(r\alpha - \omega_r t - \varepsilon\right) dy\,dt. \qquad (8\text{-}59)$$

Решая уравнение (8-59), получаем:

$$W_\alpha = P_r \beta l^2 \left\{\sin\varepsilon\left[\frac{1 - \cos 2\pi C}{4\pi C^2} - \frac{\sin 2\pi C}{4C}\right] - \cos\varepsilon\left[\frac{\pi C - \sin 2\pi C}{4\pi C^2} + \frac{\cos 2\pi C}{4C}\right]\right\}. \qquad (8\text{-}59\text{a})$$

Для максимума $dW_\alpha/d\varepsilon = 0$, дифференцируя (8-59а), получаем условие $\varepsilon = \pi C$, при этом уравнение (8-59а) может быть преобразовано к виду

$$W_\alpha = \frac{P_r \beta l^2}{2C}\left(\frac{\sin \pi C}{\pi C} - \cos \pi C\right). \qquad (8\text{-}59\text{б})$$

Зависимость $4W_\alpha / P_r \beta l^2 = f(C)$ по (8-59а) представлена на рис. 8-14, из которого следует, что при скосе на одно зубцовое деление статора ($C = 1$), позволяющем избежать радиальных колебаний (рис. 8-13), поперечные колебания составляют 75% своего максимального значения.

Так как работа согласно (8-59б) пропорциональна квадрату длины машины, то поперечные колебания могут вызвать шум в длинных машинах.

В машинах, имеющих несколько параллельных ветвей в обмотке статора, образованных по схеме на рис. 8-2, шум может создаваться вследствие асимметрии

ветвей (см. § 8-7). Асимметрия и, следовательно, шум могут быть в большой степени скомпенсированы эквипотенциальными уравнительными соединениями соответствующих точек обмотки, как показано схематично на рис. 8-15 для четырех- и шестиполюсной обмоток.

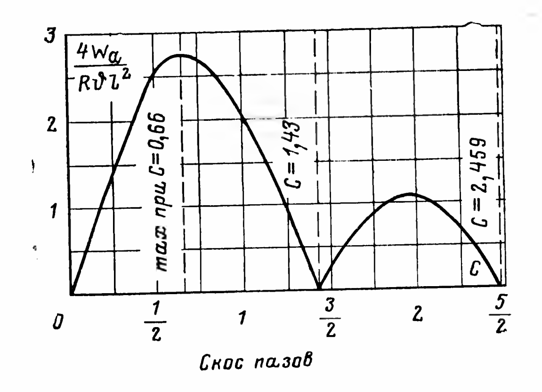


Рис. 8-14. Влияние скоса пазов C на амплитуду поперечных колебаний статора.

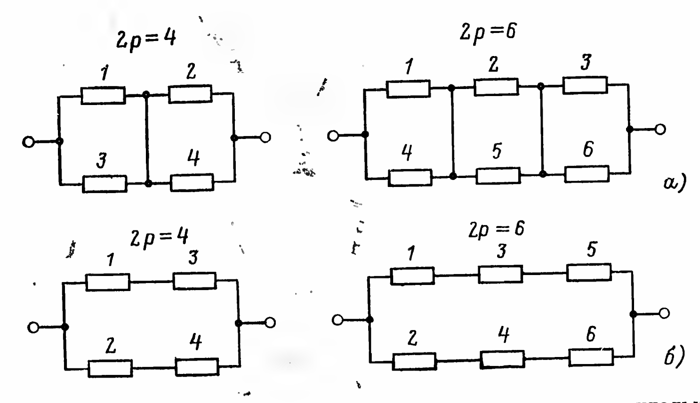


Рис. 8-15. К вопросу о влиянии эквипотенциальных уравнительных соединений на шум.

Эксперимент показал, однако, что такие эквипотенциальные уравнительные соединения могут в определенных условиях при эксцентрично расположенном роторе служить причиной так называемого самовозбуждения одноосных сил при любой частоте вращения ротора [74]. Это самовозбуждение может особенно проявлять-

ся в машинах с фазным ротором. Поэтому для этих машин рекомендуется применять обмотку, параллельные ветви которой образованы по схеме на рис. 8-3, без эквипотенциальных уравнительных соединений, т. е. так, как показано на рис. 8-15,*б*.

Если обмотка фазы соединена по схеме на рис. 8-15,*а*, то необходим анализ одноосных сил. По Крондлю, диаграммы Гёргеса для гармоник порядка $\nu=p\pm1$ должны максимально приближаться к окружности и иметь центральную симметрию.

8-12. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ПОДТВЕРЖДЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ВЫВОДОВ

Экспериментальные подтверждения теоретических выводов, приведенных выше, даются почти всеми авторами, занимающимися проблемой шума.

Однако, несмотря на это, не существует пока такой достаточно полной работы по экспериментальному исследованию шума, как работа Мёллера [59] по добавочным моментам. Поэтому для подтверждения правильности теоретического анализа приведем некоторые типичные примеры, взятые из работ разных авторов.

Критерий (8-12) подтверждается исследованиями Мёллера, который в своей работе [59] показал, что машина с числом полюсов $2p=4$ и числом пазов $Z_1=24$, $Z_2=22$ сильно шумит как в процессе пуска, так и во время работы ($|Z_1-Z_2|=2$). Машина с $2p=4$, $Z_1=24$, $Z_2=26$ слабо шумит в процессе пуска. Машина с $2p=4$; $Z_1=36$; $Z_2=36$ (т. е. $Z_1-Z_2=0$) имеет высокий уровень шума. Соотношение $|Z_1-Z_2|=1$ не было проверено.

Критерий (8-12а). Машина с $2p=4$, $Z_1=24$, $Z_2=19$, т. е. $Z_1-Z_2=2p+1$, была признана Мёллером совершенно непригодной из-за очень большого шума. Он также показал, что машина с $Z_1=36$, $Z_2=32$ или $Z_2=30$, т. е. $Z_1-Z_2=2p$, $2p+2$, мало шумит в процессе пуска, но создает большой шум при работе.

Дрейманн [72] также указывает на несколько машин, производящих шум. Одна из них имела $2p=8$, $Z_1=84$, $Z_2=74$, т. е. $|Z_1-Z_2|=2p+2$, а другая — $2p=10$, $Z_1=90$, $Z_2=76$, т. е. $|Z_1-Z_2|=2p+4$. Последнему равенству также удовлетворяли данные машины: $2p=12$, $Z_1=108$, $Z_2=124$.

Критерий (8-16б). Крондль в своей работе [60] привел осциллограммы вибрации статора машины, имеющей $2p=6$, $Z_1=54$, $Z_2=57$ ($|Z_1-Z_2|=p$). Машина с $2p=4$, $Z_1=24$, $Z_2=22$ по данным Мёллера сильно шумит. Крондлем был дан и другой пример машины с высоким уровнем шума: $2p=8$, $Z_1=24$, $Z_2=28$ [226].

Критерий (8-17б) также подтверждается Мёллером: машина с $2p=4$, $Z_1=36$, $Z_2=33$ (т. е. $Z_1-Z_2=p+1$) имела высокий уровень шума. Геллер привел другой случай [120]: двигатель с $2p=10$, $Z_1=90$, $Z_2=96$ ($|Z_1-Z_2|=p+1$) очень шумел при работе. Машина с $2p=10$, $Z_1=90$, $Z_2=84$ также имела высокий уровень шума.

Критерий (8-22) подтверждается Геллером [120] на следующих примерах: двигатели с $2p=12$, $Z_1=108$, $Z_2=90$ ($Z_1-Z_2=3$) и $2p=8$, $Z_1=72$, $Z_2=60$ ($Z_1-Z_2=3p$) имели высокий уровень шума.

Критерий (8-34б) подтверждается Геллером [132] на примере машины, имеющей $2p=6$, $Z_1=72$, $Z_2=58$, $a=2$, относительный шаг обмотки $\beta=0{,}83$. Для этой машины, которая сильно шумела при работе, действительно соотношение: $(58-6)-3[(6\cdot3)-1]=1$.

Когда все катушки статорной обмотки соединили последовательно, машина стала практически бесшумной.

Глава девятая

ДОБАВОЧНЫЕ ВЫСОКОЧАСТОТНЫЕ ПОТЕРИ

9-1. ВВЕДЕНИЕ

Опыт эксплуатации показал, что добавочные высокочастотные потери при номинальной нагрузке в асинхронной машине могут намного превышать величину, установленную стандартами: 0,5% потребляемой мощности. Например, согласно исследованиям Шуйского [275] добавочные потери при номинальной нагрузке, измеренные в четырехполюсных короткозамкнутых двигателях мощностью от 4 до 44 кВт, составили 3—9,5% потребляемой мощности, что в 20 раз превышает значение, установленное стандартами. Другие измерения показали, что добавочные потери при номинальной нагрузке составляли 0,4—6% для малых машин и 0,4—3,5% для больших.

Хотя проблеме добавочных потерь посвящено большое число статей, все вопросы еще не доведены до необходимой степени ясности. То же самое, даже в большей степени, можно сказать о методах расчета. Например, в одной недавней публикации величины измеренных и расчетных добавочных потерь отличались на 400%.

Основная трудность лежит в описании физических процессов в стали. Магнитная индукция имеет составляющие, вращающиеся с различными скоростями, что приводит к изменению магнитной проницаемости стали во времени и пространстве. В настоящее время эти нелинейные процессы мало изучены.

Добавочные потери при нагрузке можно разделить на добавочные потери основной частоты, обусловленные полями рассеяния основной частоты, и добавочные высокочастотные потери, обусловленные высшими гармониками поля.

Эти добавочные высокочастотные потери имеют следующие составляющие: поверхностные потери в статоре;

поверхностные потери в роторе; пульсационные потери в зубцах статора; пульсационные потери в зубцах ротора; потери в короткозамкнутой обмотке в виде беличьей клетки; потери поперечных токов при неизолированной литой алюминиевой клетке и скосе пазов.

Что касается составляющих добавочных потерь, то согласно исследованиям Гаинцева [200], проведенным на машинах мощностью до $P_н=100$ кВт, добавочные потери основной частоты составляют 10%, добавочные высокочастотные потери, обусловленные открытием пазов (для полузакрытых пазов), — до 12% и добавочные высокочастотные потери, обусловленные полями от высших гармонических МДС, — до 78% общих добавочных потерь при номинальной нагрузке.

Ниже рассмотрим физические основы возникновения отдельных составляющих потерь, а также рассчитаем добавочные высокочастотные потери отдельно в режиме холостого хода и номинальном режиме для двигателей с фазным ротором и короткозамкнутых двигателей со скосом и без скоса пазов.

А. МАШИНЫ БЕЗ СКОСА ПАЗОВ

9-2. ПОВЕРХНОСТНЫЕ ПОТЕРИ ПРИ ХОЛОСТОМ ХОДЕ

Рассмотрим сначала машину, имеющую статор с открытыми пазами ($o_1/t_{d1}\approx 0{,}5$) и гладкий ротор.

Распределение напряженности магнитного поля, обусловленного основной гармоникой МДС с p парами полюсов, определяется уравнениями (6-67) и (6-69). Результирующее поле получается согласно уравнениям (6-70) и (6-71а) сложением исходного поля, имеющего напряженность

$$H_0\cos(\omega t-p\alpha),$$

и добавочного поля с напряженностью

$$H_1(\alpha,\ t)=H_1\cos(\omega t-p\alpha)\cos Z_1\alpha$$

(пренебрегаем гармониками проводимости порядка $\mu>>1$). Распределение этого добавочного поля представлено на рис. 9-1.

Если в номинальном режиме ферромагнитный ротор вращается по отношению к добавочному полю напряженностью $H_1(\alpha,\ t)$ практически с синхронной скоростью ω/p, то на его поверхности наводятся вихревые токи, которые вызывают добавочные потери и, следовательно, дополнительный нагрев стали ротора. Аналогично возникают добавочные потери на поверхности статора под влиянием полей, обусловленных зубчатостью ротора.

Для расчета поверхностных потерь рассмотрим очень длинный массивный цилиндрический ротор, относительно которого вращается магнитное поле напряженностью

$$H'(x,\ t)=H_0\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{\tau_p}x\right) \qquad (9\text{-}1)$$

(рис. 9-2).

В уравнении (9-1) $\tau_p=\pi D/2p$ — полюсное деление, м; x — расстояние от начала координат по оси x, м. Это поле наводит вихревые токи в массивном роторе, имеющем магнитную проницаемость μ и удельное сопротивление ρ. В этом случае магнитные поля в воздушном зазоре и в массивном роторе имеют составляющие напряженности H_x и H_y, в то время как вихревые токи в роторе имеют только составляющую $I=I_z$.

Рис. 9-1 Распределение добавочного поля.

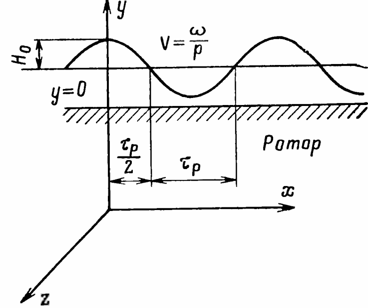


Рис. 9-2. К расчету поверхностных потерь.

Согласно уравнениям Максвелла

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{E}=-\mu\frac{\partial\boldsymbol{H}}{\partial t}; \qquad (9\text{-}2)$$

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{H}=\sigma, \qquad (9\text{-}3)$$

где $\boldsymbol{E}$ — вектор напряженности электрического поля, В/м; $\boldsymbol{H}$ — вектор напряженности магнитного поля, А/м; σ — вектор плотности тока, А/м².

Далее можно записать:

$$\sigma\rho=\boldsymbol{E}. \qquad (9\text{-}4)$$

Подставляя уравнение (9-4) в (9-2), получаем:

$$\rho \operatorname{rot} \sigma = -\mu \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}. \qquad (9\text{-}5)$$

Так как магнитное поле вихревое, то дивергенция напряженности $\operatorname{div} \boldsymbol{H}=0$ и, следовательно,

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \operatorname{grad}\operatorname{div} \boldsymbol{H} - \nabla^2 \boldsymbol{H} = -\nabla^2 \boldsymbol{H}. \qquad (9\text{-}6)$$

Из уравнений (9-3), (9-4), (9-6) получаем зависимость

$$\rho \nabla^2 \boldsymbol{H} = \mu \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}, \qquad (9\text{-}7)$$

которую можно представить для составляющих напряженности как

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial H_x}{\partial t}; \qquad (9\text{-}7а)$$

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial H_y}{\partial t}. \qquad (9\text{-}7б)$$

Далее можно написать:

$$\sigma = \partial H_y / \partial x - \partial H_x / \partial y. \qquad (9\text{-}8)$$

Если на поверхности ротора ($y=0$) распределение радиальной составляющей магнитной индукции определяется выражением

$$B_{y\,(y=0)} = B_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau_p} x\right) = B_0 \operatorname{Re}\left(e^{j\omega t} e^{-j\pi x/\tau_p}\right),$$

то мы можем принять, что решение для H_y [см. (9-7б)] в области $y<0$ имеет вид:

$$H_y = H_0 \operatorname{Re}\left(e^{j\omega t} e^{-j\pi x/\tau_p} e^{\beta y}\right), \qquad (9\text{-}9)$$

где β — пока неизвестный коэффициент.

Подставив (9-9) в (9-7б), получим:

$$\left(\frac{\pi}{\tau_p}\right)^2 + \beta^2 = j\omega \frac{\mu}{\rho}. \qquad (9\text{-}10)$$

Таким образом, неизвестный коэффициент β — комплексное число, которое можно в общем виде записать как

$$\beta = a + jb. \qquad (9\text{-}11)$$

На основании уравнений (9-10) и (9-11) можно записать следующие соотношения:

$$a^2 - b^2 = -(\pi/\tau_p)^2;$$

$$2ab = \omega\mu/\rho.$$

Решая эти уравнения, получаем:

$$a^2 = -\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{\tau_p}\right)^2 + \sqrt{\frac{1}{4}\left[\left(\frac{\pi}{\tau_p}\right)^4 + \varkappa^2\mu^2\omega^2\right]}; \qquad (9\text{-}12)$$

$$b^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{\tau_p}\right)^2 + \sqrt{\frac{1}{4}\left[\left(\frac{\pi}{\tau_p}\right)^4 + \varkappa^2\mu^2\omega^2\right]}, \qquad (9\text{-}12а)$$

где $\varkappa = 1/\rho$ — удельная проводимость стали сердечника ротора. Если учитывать, что для стали $\mu_r = 2000 \div 3000$, следовательно, $(\pi/\tau)^2 \ll \varkappa\mu\omega$, поэтому уравнения (9-12) и (9-12а) можно упростить:

$$a \approx b \approx \sqrt{\varkappa\mu\omega/2}. \qquad (9\text{-}13)$$

Из (9-11) и (9-13) определяем искомый коэффициент β:

$$\beta = (1+j)\sqrt{\varkappa\mu\omega/2}. \qquad (9\text{-}14)$$

Если в дальнейших рассуждениях принять $-y=y_1$, то радиальная составляющая H_y в области $y<0$ будет определяться согласно (9-9) выражением

$$H_{y1} = H_0 e^{-ay_1} \cos\left(\omega t - ay_1 - \frac{\pi}{\tau_p} x\right), \qquad (9\text{-}15)$$

где a находится из (9-13).

Составляющую H_x по оси x можно определить из условия

$$\operatorname{div} \boldsymbol{H} = \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} = 0,$$

откуда

$$H_x = -\int \frac{\partial H_y}{\partial y} dx. \qquad (9\text{-}16)$$

Подставляя (9-15), после преобразований получаем:

$$H_x = \sqrt{2} H_0 a \frac{\tau_p}{\pi} e^{-ay_1} \cos\left(\omega t - ay_1 - \frac{\pi}{\tau_p} x - \frac{\pi}{4}\right).$$

Плотность тока σ находим из уравнения (9-8):

$$\sigma \approx 2a^2 \frac{\tau_p}{\pi} H_0 e^{-ay_1} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau_p} x - ay_1\right). \qquad (9\text{-}17)$$

Следовательно, плотность тока на поверхности ротора имеет амплитуду $2a^2(\tau_p/\pi)H_0$, которая уменьшается экспоненциально в радиальном направлении внутрь ротора с показателем степени ay_1, где a определяется из (9-13). Потери в стали от вихревых токов, отнесенные к единице площади поверхности ротора, можно выразить как

$$\frac{1}{\varkappa}\int_0^\infty\left(\frac{\sigma_{max}}{\sqrt{2}}\right)^2 dy_1=\frac{1}{\varkappa}\,a^3\left(\frac{\tau_p}{\pi}\right)^2 H^2_0. \qquad (9\text{-}18)$$

Полные потери от вихревых токов P_v на поверхности ротора, площадь которой равна $S=2p\tau_p l$, определяются выражением

$$P_v=\frac{2pl}{\varkappa}(a\tau_p)^3\left(\frac{B_0}{\pi\mu_0\mu_r}\right)^2. \qquad (9\text{-}18a)$$

Чтобы использовать уравнение (9-18a) для расчета поверхностных потерь в роторе, вызванных зубчатостью статора, необходимо заменить число пар полюсов индуктирующего поля на число пазов статора Z_1, подставить половину зубцового деления $\frac{1}{2}t_{d1}$ (рис. 9-1) вместо полюсного деления τ_p, а угловую частоту взять из равенства $\omega=\frac{1}{30}\pi Z_1 n_s$, где n_s — синхронная частота вращения.

Преобразовав уравнение (9-18a), получим:

$$P_v=\frac{2Z_1 l}{\varkappa}\left(a'\frac{t_{d1}}{2}\right)^3\left(\frac{B_0}{\mu_0\mu_r\pi}\right)^2, \qquad (9\text{-}19)$$

где

$$a'=\sqrt{\frac{\pi\varkappa\mu_0\mu_r Z_1 n_s}{60}}. \qquad (9\text{-}20)$$

Поверхностные потери, отнесенные к единице площади поверхности $S=lZ_1t_{d1}$, равны:

$$P'_v=\frac{P_v}{S}=\frac{1}{4}\sqrt{\frac{1}{\pi\rho\mu_0\mu_r}}\left(\frac{Z_1 n_s}{60}\right)^{1,5}(B_0 t_{d1})^2. \qquad (9\text{-}21)$$

Если в (9-21) выразить B_0, t_{d1} и ρ в соответствующих единицах СИ, то после преобразований получим:

$$P'_v=k_0(Z_1n_s)^{1,5}(B_0t_{d1})^2, \qquad (9\text{-}21a)$$

где

$$k_0=\frac{272}{\sqrt{\mu_r\rho}}.$$

Если B_s — средняя магнитная индукция на зубцовом делении, то согласно (6-5) и рис. 6-1 справедливо следующее выражение:

$$B_0=\beta k_c B_s, \qquad (9\text{-}22)$$

где k_c — коэффициент Картера; β определяется по рис. 6-3.

Необходимо вновь подчеркнуть, что уравнение (9-22) справедливо только для открытых пазов статора с отношением $o_1/t_{d1}\approx 0{,}5$. Если o_1/t_{d1} отличается от этого значения, то

$$B_0=\beta k_c B_s F_1(o_1/t_{d1}), \qquad (9\text{-}22a)$$

где функция F_1 определяется из рис. 6-10.

Уравнение (9-21) определяет потери от вихревых токов на единице поверхности массивного ротора в предположении, что средняя магнитная индукция B_s в воздушном зазоре постоянна вдоль всего сердечника статора машины. Это предположение справедливо, например, для синхронной машины с равномерным воздушным зазором, при определении поверхностных потерь в массивном полюсе под влиянием пазов статора. Для средних значений $\rho=0{,}1\cdot10^{-6}$ Ом·м и $\mu_r=2000$ коэффициент k_0 в уравнении (9-21a) равен 19,3. При изготовлении сердечника из тонких листов стали поверхностные потери значительно уменьшаются, если поверхность сердечника не обрабатывается после шихтовки. Значения коэффициента k_0 приведены в табл. 9-1.

Таблица 9-1

Наименование	k_0
Массивный сердечник из ковкой стали	23,3
Массивный сердечник из чугуна	17,5
Шихтованный сердечник; толщина листов 2 мм	8,6
Шихтованный сердечник; толщина листов 0,55 мм	2,8

При расчете потерь в асинхронных машинах в уравнения (9-21) и (9-21a) следует подставить действующее значение $B_0/\sqrt{2}$ вместо B_0. Для расчета добавочных поверхностных потерь в зубчатом роторе P_{v2}, вызванных

полями от зубчатости статора, можно воспользоваться уравнением, аналогичным уравнению (9-21а):

$$P_{v2} = \frac{k_0}{2} (Z_1 n_s)^{1,5} (B_{01} t_{d1})^2 \pi D l \left(\frac{t_{d2} - o_2}{t_{d2}} \right), \quad (9\text{-}23)$$

где амплитуда B_{01} определяется как

$$B_{01} = \beta_1 k_{c1,2} B_s; \quad (9\text{-}24)$$

значение β_1 находится из рис. 6-3; $k_{c12} = k_{c1} k_{c2}$ [см. (6-10)]; l — осевая длина сердечника ротора, м; D — диаметр ротора, м.

Аналогично добавочные поверхностные потери в статоре, вызванные полями от зубчатости ротора, могут быть выражены как

$$P_{v1} = \frac{k_0}{2} (Z_2 n_s)^{1,5} (B_{02} t_{d2})^2 \pi D l \left(\frac{t_{d1} - o_1}{t_{d1}} \right), \quad (9\text{-}24а)$$

где

$$B_{02} = \beta_2 k_{c1,2} B_s. \quad (9\text{-}24б)$$

Рихтер [1] рекомендует принимать $k_0 = 4$ при толщине листов, равной 0,5 мм, и удельных потерях $V_{10} = 3$ Вт/кг с учетом частичного замыкания отдельных листов. Такие же значения дает и Шуйский [5]. Для листов с другими удельными потерями приближенно можно принять $k \approx 1{,}3 V_{10}$.

Приведем пример расчета удельных поверхностных потерь для машины со следующими данными:

$D = 38$ см; $Z_1 = 48$; $t_{d1} = 2{,}5$ см; $o_1 = 1{,}4$ см;
$\delta = 0{,}12$ см; $Z_2 = 72$; $t_{d2} = 1{,}66$ см; $o_2 = 0{,}4$ см;
$B_s = 0{,}69$ Тл; $n_s = 1500$ об/мин.

С учетом действующего значения магнитной индукции можно записать согласно уравнению (9-21) для удельных поверхностных потерь в роторе следующее выражение:

$$P'_{v2} = \frac{1}{2} k_0 (Z_1 n_s)^{1,5} (B_{01} t_{d1})^2,$$

где $B_{01} = \beta_1 k_{c1,2} = 0{,}42 \cdot 1{,}85 \cdot 0{,}69 = 0{,}54$ Тл, так как согласно рис. 6-3 $\beta_1 = 0{,}42$ и по уравнению (6-10) $k_{c1,2} = 1{,}85$.

$$P'_{v2} = \frac{4}{2} (48 \cdot 1500)^{1,5} (0{,}54 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2})^2 =$$

$$= 6900 \text{ Вт/м}^2 = 0{,}69 \text{ Вт/см}^2.$$

Аналогично для расчета удельных поверхностных потерь в статоре получим:

$$B_{02} = \beta_2 k_{c1,2} B_\delta = 0{,}24 \cdot 1{,}85 \cdot 0{,}69 = 0{,}31 \text{ Тл},$$

так как для ротора $\beta_2 = 0{,}24$.

Удельные потери в статоре будут равны:

$$P'_{v1} = \frac{4}{2} (72 \cdot 1500)^{1,5} (0{,}31 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-2})^2 = 1850 \text{ Вт/м}^2 =$$

$$= 0{,}185 \text{ Вт/см}^2.$$

Здесь уместно сделать следующее замечание: уравнение (9-21) для расчета удельных поверхностных потерь в роторе было выведено на основе теории вихревых токов в массивном ферромагнитном теле. Далее предполагалось, что шихтованный сердечник после обработки поверхности можно рассматривать при расчете поверхностных потерь как массивное ферромагнитное тело.

Как показывают тщательные экспериментальные исследования, вышеуказанное предположение не верно. Хотя обработка поверхности ротора вызывает большое уменьшение сопротивления изоляции между листами, все же это сопротивление значительно и не приводит к полному замыканию стальных листов. Другая неточность уравнения (9-21) состоит в том, что поверхностные потери определяются только аксиальными составляющими плотности тока, которые отсутствуют, если сердечник ротора набран из листов. Поэтому расчет поверхностных потерь в шихтованных сердечниках должен основываться на электромагнитных процессах в стальных листах при отсутствии аксиальных составляющих плотности тока [1].

Необходимо заметить, что ни теория массивного ротора, ни теория шихтованного ротора не учитывают влияния насыщения стали рабочим полем с p парами полюсов. При этом амплитуда индукции полей от зубчатости должна определяться обратимой магнитной проницаемостью, а не относительной.

Кроме того, ни одна из теорий не учитывает влияния зубчатости на распределение вихревых токов. Из всего этого следуют теоретические положения расчета потерь, разработанные на основе процессов в массивном роторе, все это настоятельно требует уточнения, которое Рихтер предлагал сделать введением эмпирического коэффициента k_0 в уравнение (9-21).

---

[1] Rudenberg R.: Energie der Wirbelströme in elektrischen Bremsen und Dynamomaschinen. Verlag F. Enke, Stuttgart, 1906.

16—843

Влияние вихревых токов ротора на индуктирующее их поле статора можно не учитывать в противоположность мнению, встречающемуся иногда в литературе, так как аксиальная составляющая плотности тока в сердечнике шихтованного ротора отсутствует.

Как доказал Таеген [221], это положение справедливо и при расчете пульсационных потерь. Как известно, действие вихревых токов эквивалентно «уменьшению» толщины листа

$$\alpha = \alpha_B \sqrt{\pi\mu_0\mu_{обр}\varkappa f_z}, \qquad (9\text{-}25)$$

где α_B — толщина листа; $\mu_{обр}$ — обратимая магнитная проницаемость; $\varkappa$ — удельная электрическая проводимость; f_z — частота гармоник поля, обусловленных зубчатостью.

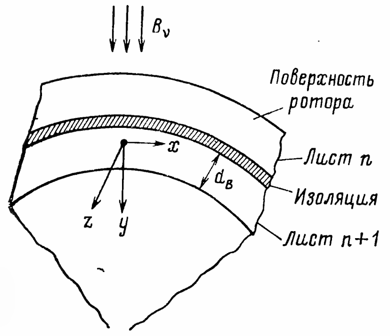


Рис. 9-3. К расчету поверхностных потерь в шихтованном роторе.

Если $\mu_{обр}=200$, $f_z = 1200$ Гц, $\alpha_B=0{,}05$ см, $\varkappa=6\cdot 6\cdot 10^4$ (Ом·см)$^{-1}$, то $\alpha=1{,}2$, так, что поверхностный эффект незначителен.

Из приведенных выше рассуждений следует, что расчет поверхностных потерь в шихтованном сердечнике ротора должен основываться на теории Рюденберга, которая не учитывает составляющих плотности вихревых токов в аксиальном направлении (σ_z).

Рассмотрим произвольное гармоническое поле статора, у которого радиальная составляющая индукции в воздушном зазоре (рис. 9-3) определяется отношением

$$B_{\nu\delta} = B_\nu \cos\left(\frac{\nu x}{R} - s_\nu \omega t\right), \qquad (9\text{-}26)$$

где ν — число пар полюсов индуктирующего поля; R — радиус сердечника; $s_\nu = 1 - \nu/p$ — скольжение ν-й гармоники поля статора по отношению к ротору при холостом ходе двигателя.

Пусть это поле действует на шихтованный сердечник ротора. Тогда при $\mu_r=\text{const}$ имеем следующую систему уравнений:

$$\text{rot}\,\boldsymbol{B} = \mu\sigma;$$

$$\text{div}\,\boldsymbol{B} = 0.$$

Так как из-за изоляции листов магнитное сопротивление в аксиальном направлении (z) очень велико, то аксиальной составляющей магнитной индукции B можно пренебречь ($B_z=0$). Принимая во внимание, что $\sigma_z=0$, можно записать следующие сотношения:

$$\partial B_x/\partial y - \partial B_y/\partial x = 0;$$

$$\partial B_x/\partial x + \partial B_y/\partial y = 0.$$

Следовательно,

$$\partial^2 B_x/\partial x^2 + \partial^2 B_x/\partial y^2 = 0;$$

$$\partial^2 B_y/\partial x^2 + \partial^2 B_y/\partial y^2 = 0.$$

Предположим также, что изменением составляющих B_x и B_y в аксиальном направлении можно пренебречь.

Из вихревого характера магнитного поля вытекает, что радиальная составляющая магнитной индукции на границе раздела двух сред непрерывна, т. е.

$$(B_y)_{y=0} = B_\nu \cos(\nu x/R - s_\nu \omega t).$$

Если представить составляющую B_y в стали как

$$B_y = f(y)\cos(\nu x/R - s_\nu \omega t),$$

то неизвестная функция $f(y)$ определяется из дифференциального уравнения

$$\partial^2 f(y)/\partial y^2 - (\nu/R)^2 f(y) = 0$$

в виде

$$f(y) = C_1 e^{\nu y/R} + C_2 e^{-\nu y/R}.$$

Из граничных условий $f(y)|_{y=0} = B_\nu$ и $\lim\limits_{y=-\infty} f(y) = 0$ следует, что $C_2=0$ и $C_1 = B_\nu$. Тогда для $y<0$ радиальная составляющая магнитной индукции в стали B_y равна:

$$B_y = B_\nu e^{\nu y/R}\cos(\nu x/R - s_\nu \omega t). \qquad (9\text{-}27)$$

Следовательно, тангенциальная составляющая магнитной индукции B_x равна:

$$B_x = B_\nu e^{\nu y/R}\sin(\nu x/R - s_\nu \omega t). \qquad (9\text{-}28)$$

Таким образом, тангенциальная составляющая B_x и радиальная составляющая B_y магнитной индукции имеют одинаковую амплитуду и сдвинуты по окружности друг относительно друга на четверть длины волны. Результирующая магнитная индукция B_r имеет амплитуду

$$B_r = \sqrt{B^2_x + B^2_y} = \sqrt{2}\, B_\nu e^{\nu y/R}. \qquad (9\text{-}29)$$

Следовательно, очевидно, что B_r зависит от положения точки по окружности и, проникая в глубь ротора, уменьшается по экспоненте тем быстрее, чем больше число пар полюсов индуктирующего поля.

Постоянная проникновения выражается как

$$d_e = R/\nu. \qquad (9\text{-}30)$$

Следовательно, можно заметить, что гармоники поля, обусловленные зубчатостью статора, из-за большого числа пар полюсов ($\nu = Z_1 \pm p$) незначительно проникают в глубь ротора.

Важно не смешивать постоянную проникновения d_e с частотно-зависимой глубиной проникновения вихревых токов. В этом заключается принципиальное отличие теории шихтованного ротора по сравнению с теорией массивного ротора.

Направление вектора магнитной индукции в стальных листах определяется отношением

$$B_y/B_x = \mathrm{ctg}(\nu x/R - S_\nu \omega t). \qquad (9\text{-}31)$$

Вихревые токи в стальных листах определяются из закона электромагнитной индукции

$$\mathrm{rot}\, \boldsymbol{E} = -\partial B/\partial t.$$

Если σ — вектор плотности тока, то $\sigma = \varkappa E$ и

$$\mathrm{rot}\, \sigma = -\varkappa \frac{\partial B}{\partial t}$$

или для составляющих

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial z} = \varkappa \frac{\partial B_x}{\partial t}; \quad \frac{\partial \sigma_x}{\partial z} = -\varkappa \frac{\partial B_y}{\partial t}.$$

Если подставить выражения для B_x и B_y при $y<0$, то получим следующие уравнения:

$$\sigma_y = -\varkappa s_\nu \omega B_\nu e^{\nu y/R} z \cos(\nu x/R - s_\nu \omega t);$$

$$\sigma_x = -\varkappa s_\nu \omega B_\nu e^{\nu y/R} z \sin(\nu x/R - s_\nu \omega t).$$

Таким образом, результирующая плотность тока имеет амплитуду

$$\sigma_r = -\varkappa s_\nu \omega B_\nu y e^{\nu y/R} \sqrt{2}. \qquad (9\text{-}32)$$

Плотность тока также зависит от пространства и времени. Если подставить в (9-32) результирующую магнитную индукцию B_r в стали, то получим

$$\sigma_r = -\varkappa s_\nu \omega y B_r. \qquad (9\text{-}32а)$$

Соответственно поверхностные потери при холостом ходе ($s \to 0$), вызываемые ν-й гармоникой поля в одном листе, равны:

$$P'_{0\nu} = \frac{1}{\varkappa} \int\limits_{-d_B/2}^{d_B/2} \int\limits_{y=0}^{-\infty} \int\limits_{x=0}^{2\pi R} \sigma^2_r \, dx\, dy\, dz. \qquad (9\text{-}33)$$

Если подставить выражение для результирующей плотности тока σ_r (9-32), то поверхностные потери в одном листе от гармоники поля порядка ν будут равны:

$$P'_{0\nu} = \frac{\varkappa}{24} B^2_\nu (s_\nu \omega)^2 d^2_B d_e \cdot 2\pi R d_B, \qquad (9\text{-}33а)$$

а полные потери в роторе

$$P_{0\nu} = \frac{\varkappa}{24} B^2_\nu (s_\nu \omega)^2 d^2_B \frac{R}{\nu} \cdot 2\pi R l, \qquad (9\text{-}33б)$$

где l — аксиальная длина стали; d_B — толщина стальных листов.

Сравнение (9-33б) с уравнением (9-18а) для расчета потерь при массивном роторе показывает, что при шихтованном роторе поверхностные потери существенно отличаются от потерь при массивном роторе.

Используя приведенные выводы, рассчитаем поверхностные потери для случая полуоткрытых пазов статора.

Как было указано ранее, выражение, предложенное Рихтером, справедливо только для случая открытых пазов статора при отношении $o_1/t_{d1} \approx 0{,}5$. При полуоткрытых пазах ($o_1/t_{d1} < 0{,}5$) необходимо также учитывать по-

ле от зубчатости статора второго порядка, амплитуда которого согласно (6-27) пропорциональна

$$a_2 = \frac{\beta}{\delta} F_2 \left(\frac{o_1}{t_{d1}}\right),$$

где $F_2\left(\frac{o_1}{t_{d1}}\right)$ определяется из рис. 6-10.

Следовательно, отношение поверхностных потерь, обусловленных полями, от зубчатости статора первого и второго порядков согласно уравнению (9-33б) определяется выражением

$$\frac{P_{02Z1}}{P_{0Z1}} = \left(\frac{s_{2Z1}}{s_{Z1}}\right)^2 \left[\frac{F_2(o_1/t_{d1})}{F_1(o_1/t_{d1})}\right]^2 \frac{Z_1}{2Z_1} \quad (9\text{-}34)$$

или в режиме холостого хода при $s_{Z1} \approx 2s_{2Z1}$

$$P_{02Z1} \approx 2\left[\frac{F_2(o_1/t_{d1})}{F_1(o_1/t_{d1})}\right]^2 P_{0Z1}. \quad (9\text{-}34а)$$

Таким образом, уравнение (9-33б) при полуоткрытых пазах статора заменяется следующим уравнением для расчета поверхностных потерь в роторе при холостом ходе:

$$P_{00} = k_0 (Z_1 n_s)^{1,5} \left[\beta_1 k_c F_1 \left(\frac{o_1}{t_{d1}}\right) B_\delta\right]^2 \times$$
$$\times \pi D l \left\{1 + \left[\frac{F_2(o_1/t_{d1})^2}{F_1(o_1/t_{d1})}\right]^2\right\}. \quad (9\text{-}35)$$

9-3. ВЛИЯНИЕ НАСЫЩЕНИЯ ЗУБЦОВ НА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ РАССЕЯНИЕ БЕЛИЧЬЕЙ КЛЕТКИ

Рассмотрим магнитное поле с ν парами полюсов и частотой, отличной от частоты сети $f' \neq f$, замыкающееся через воздушный зазор и зубцы статора, насыщенные рабочим полем с p парами полюсов. В этом случае МДС F_ν равна сумме магнитных напряжений воздушного зазора и зубца статора:

$$F_\nu = 0{,}8 B_\nu \delta \cdot 10^6 + H_{z\nu} l_{Z1}, \quad (9\text{-}36)$$

где B_ν — индукция, Тл, гармоники магнитного поля в воздушном зазоре с ν парами полюсов; l_{z1} — высота зубца статора, м; H_z — напряженность, А/м, магнитного поля в зубце при индукции $B_{z\nu}$.

Зубцы статора, как уже отмечалось, насыщены рабочим полем p пар полюсов. Если соответствующая ему

магнитная индукция в зубце имеет значение B_z, то соотношение между $B_{z\nu}$ и $H_{z\nu}$ для $B_{z\nu}/B_z \ll 1$ и $f' \gg f$ выражается уравнением

$$B_{z\nu} = \mu_{обр} H_{z\nu}, \quad (9\text{-}37)$$

где $\mu_{обр}$ — обратимая магнитная проницаемость в точке $H = H_z$, $B = B_z$ кривой намагничивания зубца.

В области значительного насыщения зубца обратимая магнитная проницаемость $\mu_{обр}$ может быть заменена с достаточной степенью точности [221] дифференциальной магнитной проницаемостью $\mu_{диф}$. В ненасыщенной

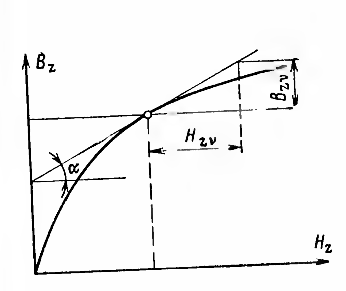


Рис. 9-4. К расчету дифференциальной магнитной проницаемости $\mu_{диф}$.

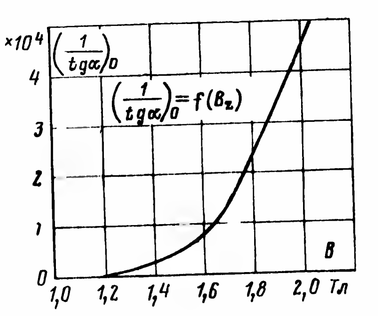


Рис. 9-5. Зависимость $(1/\mathrm{tg}\,\alpha)_0$ от B_z.

области в этом нет необходимости, так как магнитное сопротивление зубца много меньше сопротивления воздушного зазора и им можно пренебречь. Следовательно,

$$B_{z\nu} \approx \mu_{диф} H_{z\nu} \quad (9\text{-}38)$$

или согласно рис. 9-4

$$B_{z\nu}/H_{z\nu} = \mathrm{tg}\,\alpha.$$

С учетом этого уравнение (9-36) может быть записано в виде

$$F_\nu = 0{,}8 B_\nu \delta \cdot 10^6 + l_{Z1} \frac{B_{z\nu}}{\mathrm{tg}\,\alpha}. \quad (9\text{-}39)$$

Так как значение $\mathrm{tg}\,\alpha$ зависит от степени насыщения зубцов рабочим полем с p парами полюсов, то в уравнение (9-39) должно быть подставлено среднее значение $1/\mathrm{tg}\,\alpha$ на полюсном делении рабочего поля. Кривая зависимости средней величины $(1/\mathrm{tg}\,\alpha)_0$ от индукции

в зубце B_z на $^1/_3$ его высоты от внутренней поверхности статора представлена на рис. 9-5 для стали с удельными потерями $V_{10}=3$ Вт/кг. Для добавочной индукции в зубце $B_{z\nu}$ на $^1/_3$ его высоты имеем:

$$B_{z\nu}=B'_\nu \frac{t_{d1}}{(t'_{d1}-b_1)\cdot 0,92}, \qquad (9\text{-}40)$$

где B'_ν означает среднюю магнитную индукцию ν-й гармоники поля в воздушном зазоре на зубцовом делении статора t_{d1}; t'_{d1} — зубцовое деление статора на $^1/_3$ высоты зубца; b_1 — ширина паза.

Средняя магнитная индукция в воздушном зазоре B'_ν на зубцовом делении статора равна:

$$B'_\nu=\frac{Z_1}{2\pi}\int\limits_{-\pi/Z_1}^{+\pi/Z_1} B_\nu \cos \nu\alpha \, d\alpha = B_\nu \frac{\sin(\nu\pi/Z_1)}{\nu\pi/Z_1}. \qquad (9\text{-}41)$$

Таким образом, согласно (9-40) индукция в зубце $B_{z\nu}$ на $^1/_3$ его высоты определяется выражением

$$B_{z\nu}=B_\nu \frac{\sin(\nu\pi/Z_1)}{\nu\pi/Z_1} \frac{t_{d1}}{(t'_{d1}-b_1)\cdot 0,92}, \qquad (9\text{-}42)$$

Если эти выражения подставить в (9-39), то получим

$$F_\nu=0,8B_\nu\delta\cdot 10^6\left[1+\frac{\sin(\nu\pi/Z_1)}{\nu\pi/Z_1}\frac{t_{d1}}{(t'_{d1}-b_1)\cdot 0,92}\times\right.$$

$$\left.\times\left(\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}\right)_0 \frac{l_{Z1}}{0,8\delta\cdot 10^6}\right]. \qquad (9\text{-}43)$$

Из уравнения (9-43) следует, что при расчете МДС F_ν магнитное напряжение зубцов статора может быть учтено для ν-й гармоники поля увеличением воздушного зазора в отношении

$$1+\frac{\sin(\nu\pi/Z_1)}{\nu\pi/Z_1}\frac{t_{d1}}{(t'_{d1}-b_1)\cdot 0,92}\left(\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}\right)_0\frac{l_{Z1}}{0,8\delta\cdot 10^6}:1=K_\nu:1. \qquad (9\text{-}44)$$

Таким образом, эквивалентный воздушный зазор равен:

$$\delta'_\nu=K_\nu\delta, \qquad (9\text{-}45)$$

где коэффициент K_ν определяется из уравнения (9-44). При этом коэффициент Картера k_c для ν-й гармоники

поля также изменится (рис. 9-6) и будет равен:

$$k_{c\nu}=\frac{1}{1-\beta(o_1/\delta'_\nu)\cdot 1,6\,(o_1/t_{d1})}. \qquad (9\text{-}46)$$

Следовательно, расчетный воздушный зазор для ν-й гармоники поля определяется выражением

$$\delta_\nu=k_{c\nu}\delta'_\nu=k_{c\nu}K_\nu\delta. \qquad (9\text{-}47)$$

Амплитуда магнитной индукции B_ν с учетом насыщения зубцов статора равна:

$$B_\nu=F_\nu\cdot 1,25\cdot 10^{-6}/k_{c\nu}K_\nu\delta. \qquad (9\text{-}48)$$

Без учета насыщения зубцов

$$B_\nu=F_\nu\cdot 1,25\cdot 10^{-6}/k_c\delta. \qquad (9\text{-}49)$$

Следовательно, насыщение зубцов приводит к уменьшению амплитуды индукции в воздушном зазоре для гармоники поля порядка ν в отношении $\zeta_\nu:1$, где

$$\zeta_\nu=k_c/k_{c\nu}K_\nu. \qquad (9\text{-}50)$$

Из (9-44) видно, что насыщение зубцов практически не влияет на гармоники поля, для которых $\nu\pi/Z_1>\pi/2$. Следовательно, насыщение зубцов в первую очередь сказывается на гармониках, имеющих малое число пар полюсов ν и большую длину волны.

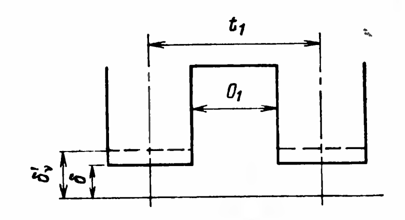


Рис. 9-6. К определению фиктивного воздушного зазора δ_ν.

Далее из зависимости $(1/\operatorname{tg}\alpha)_0=f(B_z)$ следует, что при индукции в зубце $B_z<1,4$ Тл ($K_\nu\approx 1$). В этом случае насыщение зубцов статора можно практически не учитывать. Все эти рассуждения справедливы и для зубцов ротора. Результирующий коэффициент K_ν, учитывающий насыщение зубцов как статора, так и ротора, определяется следующим выражением:

$$K_\nu=1+\left[\frac{\sin(\nu\pi/Z_1)}{\nu\pi/Z_1}\frac{t_{d1}}{(t'_{d1}-b_1)}\frac{l_{Z1}}{(\operatorname{tg}\alpha_1)_0}+\right.$$

$$\left.+\frac{\sin(\nu\pi/Z_2)}{\nu\pi/Z_2}\frac{t_{d2}}{(t'_{d2}-b_2)}\frac{l_{Z2}}{(\operatorname{tg}\alpha_2)_0}\right]\frac{1}{\delta\cdot 0,8\cdot 10^6}. \qquad (9\text{-}51)$$

Если поле с ν парами полюсов обусловлено гармоникой МДС реакции беличьей клетки на поле статора с ρ парами полюсов ($\nu = cZ_2 \pm \rho$), то составляющая $\Delta\tau^{\nu}_{d\rho}$ коэффициента дифференциального рассеяния обмотки ротора $\tau_{d\rho}$ выражается как

$$\Delta\tau^{\nu}_{d\rho} = B^2_{\nu}/B^2_{\rho} \tag{9-52}$$

или согласно (9-50)

$$\Delta\tau^{\nu}_{d\rho} = (F_{\nu}/F_{\rho})^2 \zeta^2_{\nu}. \tag{9-53}$$

Таким образом, насыщение зубцов вызывает уменьшение составляющих коэффициента дифференциального рассеяния беличьей клетки на значение

$$(F_{\nu}/F_{\rho})^2 - (F_{\nu}/F_{\rho})^2 \zeta^2_{\nu} = (F_{\nu}/F_{\rho})^2 (1 - \zeta^2_{\nu}). \tag{9-54}$$

Следовательно, для коэффициента дифференциального рассеяния беличьей клетки с учетом насыщения зубцов получим выражение

$$\tau'_{d\rho} = \tau_{d\rho} - \sum_{\nu} (F_{\nu}/F_{\rho})^2 (1 - \zeta^2_{\nu}). \tag{9-55}$$

Так как для короткозамкнутой обмотки

$$F_{\nu}/F_{\rho} = \rho/\nu = \rho/(cZ_2 \pm \rho), \quad c = 1,\ 2 \ldots, \tag{9-56}$$

то окончательно получим:

$$\tau'_{d\rho} = \tau_{d\rho} - \sum_{c=1}^{\infty} \left(\frac{\rho}{cZ_2 \pm \rho}\right)^2 (1 - \zeta^2_{\nu}). \tag{9-57}$$

Если поле статора с Z_1 парами полюсов ($\rho = Z_1 \pm p \approx Z_1$) воздействует на беличью клетку с Z_2 стержнями, то коэффициент дифференциального рассеяния клетки с учетом насыщения зубцов равен:

$$\tau'_{dZ1} = \tau_{dZ1} - \sum_{c} \left(\frac{Z_1}{cZ_2 \pm Z_1}\right)^2 (1 - \zeta^2_{cZ2 \pm Z1}). \tag{9-58}$$

Как указывалось выше, насыщение зубцов влияет в основном на длинноволновые поля. Самое сильное длинноволновое поле в реакции ротора в данном случае имеет $Z_2 - Z_1$ пар полюсов. Обычно достаточно учесть

только уменьшение коэффициента дифференциального рассеяния, обусловленное этой гармоникой, т. е.

$$\tau'_{dZ1} = \tau_{dZ1} - \left(\frac{Z_1}{Z_2 - Z_1}\right)^2 (1 - \zeta^2_{Z2-Z1}). \tag{9-59}$$

$$K_{Z2-Z1} = 1 + \left[\frac{\sin\frac{Z_2 - Z_1}{Z_1}\pi}{\frac{Z_2 - Z_1}{Z_1}\pi} \frac{t_{d1}}{(t'_{d1} - b_1)} \frac{l_{Z1}}{(\operatorname{tg}\alpha_1)_0} + \frac{\sin\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2}\pi}{\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2}\pi} \frac{t_{d2}}{(t'_{d2} - b_2)} \frac{l_{Z2}}{(\operatorname{tg}\alpha_2)_0}\right] \frac{1}{\delta \cdot 0{,}8 \cdot 10^6}; \tag{9-60}$$

$$\delta'_{Z2-Z1} = K_{Z2-Z1}\delta; \tag{9-61}$$

$$k_{c\,(Z2-Z1)} = \frac{1}{1 - \beta(o_1/\delta'_{Z2-Z1})\, 1{,}6\,(o_1/t_{d1})}; \tag{9-62}$$

$$\zeta_{Z2-Z1} = \frac{k_c}{k_{c\,(Z2-Z1)} K_{Z2-Z1}}. \tag{9-63}$$

Примеры

Пример 9-1. Двигатель с обмоткой ротора в виде беличьей клетки: $2p=4$; $Z_1=60$; $Z_2=70$; $\delta=1{,}5$ мм; $o_1=14{,}1$ мм; $l_{Z1}=64$ мм; $t_{d1}=28{,}5$ мм; $t'_{d1}=30{,}8$ мм; $B_{Z1}=1{,}67$ Тл; $k_c=1{,}45$; пазы статора — открытые, ротора — полузакрытые.

Коэффициент дифференциального рассеяния короткозамкнутой обмотки ротора относительно поля, имеющего 60 пар полюсов, без учета насыщения зубцов равен:

$$\tau_{d60} = \frac{\left(\pi\frac{60}{70}\right)^2}{\sin^2\pi\frac{60}{70}} - 1 = 37.$$

Самую длинную волну в поле реакции ротора имеет гармоника с 70—60=10 парами полюсов. Индукции в зубце, равной 1,67 Тл, соответствует по кривой на рис. 9-5 значение $(1/\operatorname{tg}\alpha)_0 = 14 \cdot 10^3$. По уравнению (9-60) коэффициент K_{10} равен:

$$K_{10} = 1 + \left(\frac{\sin\frac{10}{60}\pi}{\frac{10}{60}\pi} \cdot \frac{28{,}5}{30{,}8 \cdot 14{,}1} \cdot 14 \cdot 10^3 \cdot 64\right) \times \frac{1}{1{,}5 \cdot 0{,}8 \cdot 10^6} = 2{,}32.$$

Насыщение стали зубцов статора эквивалентно «увеличению» воздушного зазора до значения $\delta'_{10}=2{,}33\cdot1{,}5=3{,}5$ мм. Коэффициент Картера для гармоники с 10 парами полюсов по уравнению (9-62)

$$k_{c10}=\frac{1}{1-1{,}6\cdot0{,}5\beta\,(14{,}1/3{,}5)}=1{,}29.$$

Коэффициент уменьшения амплитуды индукции ζ_{10} по уравнению (9-36) равен:

$$\zeta_{10}=\frac{1{,}45}{1{,}29\cdot2{,}32}=0{,}48.$$

Коэффициент дифференциального рассеяния обмотки ротора с учетом насыщения зубцов статора

$$\tau'_{d60}=37-(60/10)^2(1-0{,}48^2)=9{,}5.$$

Таким образом, насыщение зубцов вызывает уменьшение коэффициента τ_{d60} на 74%.

Пример 9-2. Двигатель с обмоткой ротора в виде беличьей клетки: $P=360$ кВт; $2p=6$; $D=605$ мм; $Z_1=54$; $Z_2=75$; $\delta=1{,}1$ мм; $k_c=1{,}7$; $l=310$ мм; $B_\delta=0{,}96$ Тл; $o_1=15{,}5$ мм; $l_{Z1}=54$ мм; $B_{Z1}=1{,}68$ Тл; $o_2=6$ мм; пазы статора — открытые, ротора — полуоткрытые.

Определим коэффициент дифференциального рассеяния этой беличьей клетки по отношению к магнитному полю с 54 парами полюсов с учетом насыщения зубцов статора.

Коэффициент дифференциального рассеяния τ_{d54} без учета насыщения равен:

$$\tau_{d54}=\left(\frac{54\pi}{75}\right)^2\frac{1}{\sin^2\frac{54\pi}{75}}-1=7{,}8.$$

Самая низшая гармоника поля реакции ротора имеет $Z_2-Z_1=21$ пару полюсов.

Для индукции в зубце $B_{Z1}=1{,}68$ Тл, по рис. 9-5 $(1/\mathrm{tg}\,\alpha)_0=10^4$. По уравнениям (9-60)—(9-62) определяем:

$$K_{21}\approx2{,}25;\ \delta'_{21}=2{,}25\cdot1{,}1\approx2{,}5\text{ мм};$$

$$k_{c21}=\frac{1}{1-\beta\,(15{,}5/2{,}5)\,1{,}6\,(15{,}5/35)}=1{,}33.$$

Коэффициент уменьшения индукции $\zeta_{21}=1{,}7/(1{,}33\cdot2{,}25)=0{,}57$. Коэффициент дифференциального рассеяния обмотки ротора τ'_{d54} с учетом насыщения зубцов равен:

$$\tau'_{d54}=7{,}8-(54/21)^2(1-0{,}57^2)=3{,}4.$$

В этом случае насыщение зубцов вызывает уменьшение коэффициента τ_{d54} на 56%.

Пример 9-3. Двигатель с обмоткой ротора в виде беличьей клетки: $P=180$ кВт; $2p=4$; $D=335$ мм; $Z_1=48$; $Z_2=40$; $\delta=1$ мм; $k_c=1{,}55$; $l=475$ мм; $B_\delta=0{,}75$ Тл; $o_1=11$ мм; $l_{Z1}=42$ мм; $B_{Z1}=1{,}58$ Тл; $(1/\mathrm{tg}\,\alpha)_0=9\cdot10^3$; пазы статора — открытые, ротора — полуоткрытые.

Определим с учетом насыщения зубцов коэффициент дифференциального рассеяния беличьей клетки по отношению к магнитному полю с 48 парами полюсов. Коэффициент дифференциального рассеяния τ_{d48} без учета насыщения равен:

$$\tau_{d48}=\left(\frac{48\pi}{40}\right)^2\frac{1}{\sin^2\frac{48\pi}{40}}-1=39{,}5.$$

Самая низшая гармоника поля реакции ротора имеет $48-40=8$ пар полюсов. По уравнению (9-60) коэффициент $K_8=2{,}2$, что соответствует «увеличению» воздушного зазора до $\delta'_8=2{,}2\cdot1=2{,}2$ мм. Соответствующий этому зазору коэффициент Картера равен $k_{c8}=1{,}35$. В этом случае

$$\zeta_8=\frac{1{,}55}{1{,}35\cdot2{,}2}=0{,}52.$$

Коэффициент дифференциального рассеяния обмотки ротора по отношению к 48-й гармонике поля с учетом насыщения равен:

$$\tau'_{d48}=39{,}5-(48/8)^2(1-0{,}52^2)=13{,}2.$$

Насыщение зубцов вызывает уменьшение коэффициента τ_{d48} на 65%.

9-4. ПУЛЬСАЦИОННЫЕ ПОТЕРИ ПРИ ХОЛОСТОМ ХОДЕ

Под влиянием пазов магнитная индукция в зубцах изменяется в зависимости от взаимного расположения статорных и роторных зубцов. Если, например, зубец статора находится против зубца ротора, магнитная

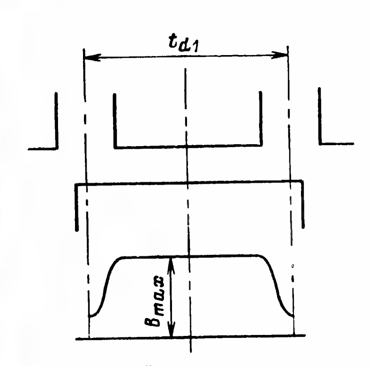


Рис. 9-7. К расчету потерь от пульсаций магнитной индукции.

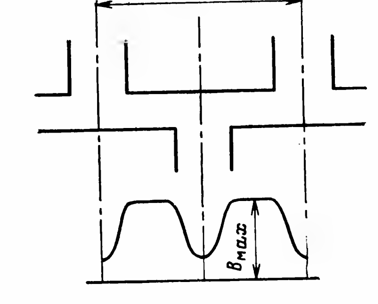


Рис. 9-8. К расчету потерь от пульсаций магнитной индукции.

индукция в воздушном зазоре максимальна. Распределение магнитной индукции на зубцовом делении t_{d1} при разности магнитных потенциалов между ротором и статором, равной единице, представлено на рис. 9-7. Если зубец статора находится против паза ротора, то магнит-

ная индукция в воздушном зазоре минимальна. Распределение магнитной индукции на зубцовом делении для этого случая показано на рис. 9-8. Если ротор поворачивать относительно статора, то магнитная проводимость и, следовательно, магнитный поток, приходящийся на зубцовое деление статора, будут периодически изменяться. Поток Ф, проходящий через зубцы статора, пульсирует между максимальным значением Φ_{max} и минимальным значением Φ_{min} таким образом, что наводит в стали статора вихревые токи. Эти токи вызывают добавочные потери, называемые пульсационными. Аналогичные рассуждения справедливы и для ротора.

Если распределение магнитной индукции на зубцовом делении при разности магнитных потенциалов между статором и ротором, равной единице, представить в общем виде как $B=f(x)$, то магнитный поток, проходящий через зубец статора, при взаимном расположении зубцов, показанном на рис. 9-7, определяется соотношением

$$\Phi_1 = \int\limits_{-1/2t_{d1}}^{+1/2t_{d1}} f(x)\,dx. \qquad (9\text{-}64)$$

Магнитный поток, проходящий через зубец статора в положении, показанном на рис. 9-8, выражается как

$$\Phi_2 = \int\limits_{-1/2t_{d1}}^{+1/2t_{d1}} f(x)\,dx. \qquad (9\text{-}64\text{а})$$

Если ротор вращается с синхронной частотой $n_s = 60f/p$ об/мин, то взаимное расположение зубцов ротора и статора изменяется с частотой $f_1 = Z_2 f/p$. Магнитный поток в зубцах пульсирует с частотой f_1, и амплитуда переменной составляющей потока равна:

$$\Phi_p = (\Phi_1 - \Phi_2)/2 = k_\Phi \Phi_0, \qquad (9\text{-}65)$$

где $\Phi_0 = \frac{1}{2}(\Phi_1 + \Phi_2)$ — средний магнитный поток в зубце статора;

$$k_\Phi = (\Phi_1 - \Phi_2)/(\Phi_1 + \Phi_2). \qquad (9\text{-}65\text{а})$$

В этом случае амплитуду индукции B_p, соответствующей пульсирующему потоку в зубце статора, можно представить как

$$B_p = k_\Phi B_{0z}, \qquad (9\text{-}66)$$

где B_{0z} — средняя магнитная индукция в зубце статора.

Коэффициент k_Φ можно определить интегрированием уравнений (9-64) и (9-64а) или по Рихтеру [1]:

$$k_\Phi = \gamma_2 \delta / 2t_{d1}. \qquad (9\text{-}66\text{а})$$

Функция γ_2 для открытого паза ротора определяется из уравнения (6-4) или (6-4а) или из кривой на рис. 6-2:

$$B_{p1} = B_{0z1} \frac{\gamma_2 \delta}{2t_{d1}}. \qquad (9\text{-}67)$$

При сильном насыщении зубцов следует учитывать влияние конечной магнитной проницаемости стали, которая уменьшает пульсации. Эксперименты, проведенные Брагштадтом и Френкелем [1], показали, однако, что значения индукции, вычисленные по (9-67), приблизительно соответствуют значениям, полученным с учетом насыщения зубца. Поэтому нет необходимости вводить поправку в уравнение (9-67).

Удельные добавочные потери в зубцах статора, обусловленные пульсацией потока с частотой $f_z = Z_2 f/p$, равны:

$$P_{p1} = \sigma \left(\frac{f_z B_{p1}}{100}\right)^2. \qquad (9\text{-}68)$$

Для листов стали толщиной 0,5 мм и удельными потерями $V_{10} = 3$ Вт/кг $\sigma \approx 3{,}5$ Вт·с²/(кг·Тл²). В асинхронных машинах средняя магнитная индукция B_{0z} и, следовательно, амплитуды пульсаций B_{p1} распределены синусоидально по внутренней поверхности сердечника статора. Поэтому в уравнение (9-68) следует подставить действующее значение $B_{p1}\sqrt{2}$ вместо B_{p1}:

$$P_{p1} \approx (3 n_s Z_2 B_{p1})^2 \cdot 10^{-8}. \qquad (9\text{-}68\text{а})$$

Амплитуда B_{p1} пульсирующей индукции определяется из (9-67). Удельные пульсационные потери в роторе определяются аналогично по (9-68а) с соответственно измененными коэффициентами.

Определим удельные пульсационные потери в зубцах ротора для машины, рассмотренной в § 9-2, при средней магнитной индукции в зубце ротора B_{0z2}, равной 1,63 Тл.

По уравнению (6-4а)

$$\gamma_1 = \frac{(o_1/\delta)^2}{5 + o_1/\delta} = \frac{(14/1{,}2)^2}{5 + (14/1{,}2)} = 8{,}1.$$

Амплитуда пульсирующей магнитной индукции согласно уравнению (9-67) равна:

$$B_{p2} = 1{,}63 \frac{8{,}1 \cdot 1{,}2}{2 \cdot 16{,}6} = 0{,}48 \text{ Тл}.$$

Удельные пульсационные потери определяются по (9-68а):

$$P_{p2}=(3\cdot 1500\cdot 48\cdot 0{,}48)^2\cdot 10^{-8}=103{,}5 \text{ Вт/кг.}$$

Выведенные соотношения справедливы для любых открытий пазов.

9-5. ДОБАВОЧНЫЕ ПОТЕРИ В БЕЛИЧЬЕЙ КЛЕТКЕ ПРИ ХОЛОСТОМ ХОДЕ

Если гармоники магнитной проводимости воздушного зазора, обусловленные наличием Z_1 пазов на статоре, взаимодействуют с гармоникой МДС порядка p, то выражение для распределения напряженности гармоник магнитного поля $H_p(\alpha, t)$ получим из уравнения (6-71а) при $\nu=1$. Если $B_{p\delta}$ — амплитуда индукции рабочей гармоники магнитного поля, то для распределения индукции вышеуказанных гармоник поля можно записать выражение

$$B(\alpha, t)=B_{p\delta}\sin(\omega t-p\alpha)+\frac{a_1}{2a_0}B_{p\delta}\{\sin[\omega t-(Z_1+p)\alpha]+$$

$$+\sin[\omega t+(Z_1-p)\alpha]+\ldots\}. \quad (9\text{-}69)$$

Если в режиме холостого хода ротор вращается с угловой скоростью, близкой к синхронной, т. е. $\omega_r=\omega_c=\omega/p$, то угловая скорость гармонических составляющих поля, определяемых уравнением (9-69), относительно ротора, если учитывать, что $Z_1\gg p$, равна:

$$\omega'_{\nu 1}=\frac{\omega}{p}-\frac{\omega}{Z_1+p}=\frac{Z_1\omega}{p(Z_1+p)}\approx\frac{\omega}{p};$$

$$\omega'_{\nu 2}=\frac{\omega}{p}+\frac{\omega}{Z_1-p}=\frac{Z_1\omega}{p(Z_1-p)}\approx\frac{\omega}{p}. \quad (9\text{-}70)$$

Следовательно, скорость двух полей от зубчатости статора относительно ротора практически равна синхронной скорости $\omega_c=\omega/p$. Эти поля индуктируют в обмотке ротора ЭДС, имеющие соответственно частоты

$$f'_1=f\frac{Z_1+p}{p}\approx f\frac{Z_1}{p} \quad (9\text{-}71)$$

и

$$f'_2=f\frac{Z_1-p}{p}\approx f\frac{Z_1}{p}, \quad (9\text{-}71\text{а})$$

где f — частота сети.

Полагая, как и ранее, $Z_1\gg p$, рассматриваем воздействие на беличью клетку с Z_2 стержнями поля, распределение которого определяется вторым членом уравнения (9-69):

$$B(\alpha, t)=B_{p\delta}\frac{a_1}{2a_0}\sin(\omega t-Z_1\alpha). \quad (9\text{-}72)$$

Это поле вызывает добавочные потери в обмотке ротора. Если I_2 — действующее значение тока в одном стержне ротора от поля порядка Z_1, то амплитуда основной гармоники МДС реакции ротора согласно уравнению (1-55) определяется выражением

$$F_2=\frac{\sqrt{2}}{\pi}\frac{Z_2}{Z_1}I_2. \quad (9\text{-}73)$$

Как следует из (9-71) и (9-71а), частота тока равна $f'=(Z_1/p)f$, т. е. $f'\gg f$. Поэтому можно принять с большой степенью точности, что ток I_2 чисто реактивный. В этом случае исходя из предыдущих рассуждений и уравнения (9-69) можно написать следующее выражение:

$$B_{p\delta}\frac{a_1}{2a_0}=\mu_0 a_0 I_2\frac{Z_2}{Z_1}\frac{\sqrt{2}}{\pi}(1+\tau), \quad (9\text{-}74)$$

где τ — суммарный коэффициент рассеяния обмотки ротора по отношению к полю с Z_1 парами полюсов.

Из уравнения (9-74) получим:

$$I_2=\frac{1}{\mu_0}\frac{\pi}{\sqrt{2}}B_{p\delta}\frac{a_1}{a_0}\frac{1}{a_0}\frac{Z_1}{Z_2}\frac{1}{1+\tau}.$$

Подставив $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м, преобразуем предыдущее выражение к виду

$$I_2=1{,}77B_{p\delta}\frac{a_1}{a_0}\frac{1}{a_0}\frac{Z_1}{Z_2}\frac{1}{1+\tau}\cdot 10^6. \quad (9\text{-}74\text{а})$$

Если учесть увеличение сопротивления стержня клетки R_2 под влиянием частоты $f'=(Z_1/p)f$ коэффициентом k_f, то потери в беличьей клетке, вызванные полем, индукция которого определяется уравнением (9-72), равны:

$$P'_{20}=I_2^2R_2k_fZ_2. \quad (9\text{-}74\text{б})$$

Суммарные потери, Вт. от обоих полей будут в 2 раза больше, т. е. $P_{20}=2P'_{20}$. Они могут быть определе-

ны из уравнений (9-74а) и (9-74б):

$$P_{20}=6{,}25B^2_{p\delta}\left(\frac{a_1}{a_0}\right)^2\left(\frac{1}{a_0}\right)^2\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2\frac{R_2Z_2k_f}{(1+\tau)^2}\cdot 10^{12}. \qquad (9\text{-}75)$$

Если подставить a_0 из (6-26), то выражение для потерь, кВт, примет вид:

$$P_{20}=6{,}25B^2_{p\delta}(k_{c1}\delta)^2\left(\frac{a_1}{a_0}\right)^2\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2\frac{R_2Z_2k_f}{(1+\tau)^2}\cdot 10^3, \qquad (9\text{-}75а)$$

где δ — зазор, мм.

Коэффициент рассеяния τ определяется суммой коэффициентов пазового рассеяния, рассеяния лобовых частей и дифференциального рассеяния. Для случая $Z_2/Z_1 \ll 2$, который обычно имеет место в высоковольтных машинах, коэффициент дифференциального рассеяния согласно уравнению (4-13) и рис. 4-2 $\tau_d \gg 1$, поэтому в уравнении (9-75а) можно принять $\tau \approx \tau_d$. При $\tau_d \gg 1$ добавочные потери в беличьей клетке, рассчитанные по (9-75а), будут незначительными. Известно, однако, что в высоковольтных машинах с открытыми пазами на статоре эти потери могут возрасти в режиме холостого хода.

Как было показано в § 9-3, насыщение зубцов может привести к значительному уменьшению коэффициента дифференциального рассеяния до значения τ'_d. Если $\tau'_d \ll \tau_d$ (что имеет место при учете насыщения), то добавочные потери в беличьей клетке P_{t0} в режиме холостого хода равны:

$$P_{t0}=6{,}25\left(k_c\delta B_\delta\,\frac{a_1}{a_0}\,\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2\frac{R_2Z_2k_{fz}}{(1+\tau'_d)^2}\cdot 10^3. \qquad (9\text{-}75б)$$

Уменьшение коэффициента дифференциального рассеяния обмотки ротора, вызванное насыщением зубцов, может, таким образом, привести к увеличению рассматриваемых потерь до 70%. Как следует из (9-75б), потери в беличьей клетке в значительной степени зависят от отношения числа пазов Z_1/Z_2. Для высоковольтных машин с открытыми пазами статора отношение числа пазов не превышает значения $Z_1/Z_2 \leqslant 1{,}2$ и добавочные потери в клетке незначительны (см. пример 1).

В следующих примерах мы подсчитаем потери в беличьей клетке для двигателей, коэффициенты дифференциального рассеяния которых были рассчитаны в § 9-3 с учетом насыщения.

Пример 9-4. Данные двигателя: $P=360$ кВт; $2p=6$; $\tau'_{d54}=3{,}4$; $R_2=5{,}5\cdot 10^{-6}$ Ом; $k_{fz}=12{,}7$; $B_\delta=0{,}96$ Тл; $a_0=0{,}54/\delta$; $a_1=0{,}41/\delta$; $\delta=1{,}1$ мм.

По уравнению (9-75б)

$$P_{t0}=6{,}25\,(1{,}7\cdot 1{,}1)^2\cdot 0{,}96^2\left(\frac{0{,}41}{0{,}54}\right)^2\left(\frac{54}{75}\right)^2\times$$

$$\times\frac{5{,}5\cdot 10^{-6}\cdot 75\cdot 12{,}7}{(1+3{,}4)^2}\cdot 10^8=16\ \text{кВт}.$$

Пример 9-5. Данные двигателя: $P=180$ кВт; $2p=4$; $\tau'_{d48}=13{,}5$; $R_2=0{,}63\cdot 10^{-4}$ Ом; $k_{fz}=13$; $B_\delta=0{,}75$ Тл; $a_0=0{,}67$; $a_1=0{,}43$.

В этом случае

$$P_{t0}=6{,}25\left(0{,}75\cdot 1{,}5\,\frac{0{,}45}{0{,}67}\cdot\frac{48}{40}\right)^2\times$$

$$\times\frac{0{,}63\cdot 10^{-4}\cdot 40\cdot 13\cdot 10^8}{(1+13{,}5)^2}=0{,}76\ \text{кВт}.$$

Из этих расчетов следует, что при отношении числа пазов $Z_2/Z_1<1{,}2$ добавочные потери в беличьей клетке, обусловленные полями порядка $Z_1\pm p$, в режиме холостого хода составляют меньше 1% номинальной мощности. С другой стороны, добавочные потери в короткозамкнутой обмотке при неправильно сконструированном двигателе ($P=360$ кВт; $2p=6$) возрастают почти до 5%. Это увеличение вызвано большим отношением $Z_2/Z_1=1{,}4$. Необходимо отметить, что температура стержней беличьей клетки этого двигателя при холостом ходе достигала 130°C.

9-6. ДОБАВОЧНЫЕ ПОТЕРИ В ДВИГАТЕЛЕ С ФАЗНЫМ РОТОРОМ ПРИ ХОЛОСТОМ ХОДЕ

В режиме холостого хода в двигателе с фазным ротором и с открытыми пазами статора в роторе и статоре возникают только поверхностные и пульсационные потери. Это справедливо для двигателей как без скоса, так и со скосом пазов. Реакция обмотки ротора на высшие гармоники поля пренебрежимо мала.

9-7. ДОБАВОЧНЫЕ ПОТЕРИ В ДВИГАТЕЛЕ С КОРОТКОЗАМКНУТЫМ РОТОРОМ ПРИ ХОЛОСТОМ ХОДЕ

В короткозамкнутом двигателе с открытыми пазами статора поверхностные потери в зубцах ротора от полей порядка Z_1 сильно уменьшаются под влиянием реакции ротора, обусловленной токами, наведенными этими полями, в обмотке ротора. Ток ротора I_2, наведенный по-

лем статора с Z_1 парами полюсов в стержне 1, определяется согласно (9-74а) соотношением

$$I_2 = \frac{1{,}77}{a_0} B_\delta \frac{a_1}{a_0} \frac{Z_1}{Z_2} \frac{10^6}{1 + \tau'_{dZ1}}, \qquad (9\text{-}76)$$

где τ'_{dZ1} — коэффициент дифференциального рассеяния обмотки ротора по отношению к полю с Z_1 парами полюсов с учетом насыщения зубцов.

В соседнем стержне 2 протекает равный ток, вектор которого сдвинут по отношению к вектору тока стержня 1 на угол $\alpha_\nu = (2\pi/Z_2) Z_1$ [см. рис. 1-5 и (1-57)]. Для контура, образованного двумя стержнями и соответствующими сегментами короткозамыкающих колец по закону электромагнитной индукции, пренебрегая сопротивлением сегментов колец, можем записать равенство

$$R_2 k_{fz} (I^1_2 - I^2_2) = 4{,}44 f \frac{Z_1}{p} \Phi, \qquad (9\text{-}77)$$

где Φ — поток, пронизывающий рассматриваемый контур.

Если учитывать, что

$$I^1_2 - I^2_2 = 2 I_2 \sin \frac{\pi Z_1}{Z_2},$$

из уравнения (9-77) следует

$$\Phi = \frac{R_2 k_{fz1} p}{2{,}22 f Z_1} I_2 \sin \frac{\pi Z_1}{Z_2}. \qquad (9\text{-}78)$$

Если Φ — поток, проходящий через зубец ротора, то с учетом пазового поля левая часть вышеуказанного соотношения должна быть умножена на $4/\pi$. В этом случае

$$\Phi = 0{,}58 \frac{R_2 k_{fz1} p}{f Z_1} I_2 \sin \frac{\pi Z_1}{Z_2}. \qquad (9\text{-}79)$$

Обычно левая часть уравнения (9-77) и, следовательно, поток в зубце имеют очень малое значение, поэтому пульсационные потери в зубцах ротора при отсутствии скоса пазов могут не учитываться, т. е.

$$P_{p0} = 0.$$

В этом случае реакция токов ротора составляет почти 100% (это согласуется с исследованиями, проведенными Таегеном).

Пример 9-6. Короткозамкнутый двигатель, рассмотренный ранее, имеет следующие данные:

$$P = 180 \text{ кВт};\ 2p = 4;\ B_\delta = 0{,}75 \text{ Тл};\ a_0 = 0{,}67/\delta = 670;$$

$$a_1 = 0{,}43/\delta = 430;\ \tau'_{d48} = 13{,}5;\ R_2 = 0{,}63 \cdot 10^{-4} \text{ Ом};\ k_{fz} = 13.$$

Ток в стержне I_2 равен:

$$I_2 = \frac{1{,}77}{670} \cdot 0{,}75 \frac{430}{670} \cdot \frac{48}{40} \cdot \frac{10^6}{14{,}5} \approx 100 \text{ А}.$$

По уравнению (9-79)

$$\Phi = \frac{0{,}58 \cdot 0{,}63 \cdot 10^{-4} \cdot 13 \cdot 2 \cdot 100 \cdot 0{,}52}{50 \cdot 48} = \frac{0{,}23}{10^4} \text{ Вб}.$$

Общий поток Φ в действительности очень мал и может поэтому не учитываться.

При расчете поверхностных потерь в роторе по (9-35) должна учитываться реакция ротора. Поэтому поверхностные потери, полученные по уравнению (9-35), должны быть умножены на значение $[\tau'_d/(1+\tau'_d)]^2$:

$$P'_{00} = P_{00} \left(\frac{\tau'_d}{1 + \tau'_d} \right)^2. \qquad (9\text{-}80)$$

Пример 9-7. Двигатель с короткозамкнутым ротором: $P = 360$ кВт; $2p = 6$; ротор без скоса пазов:

Потери в беличьей клетке, кВт	16,0
Поверхностные потери, кВт	$5{,}6\,(3{,}4/4{,}4)^2 = 3{,}3$
Суммарные добавочные потери при холостом ходе, кВт:	
расчетные	19,3
измеренные	18

Пример 9-8. Двигатель с короткозамкнутым ротором: $P = 180$ кВт; $2p = 4$; ротор без скоса пазов:

Потери в беличьей клетке, кВт	0,76
Поверхностные потери, кВт	1,36
Суммарные добавочные потери при холостом ходе, кВт:	
расчетные	2,11
измеренные	2,65

Пример 9-9. Двигатель с короткозамкнутым ротором: $P = 180$ кВт; $2p = 4$, пазы статора — полуоткрытые, $o_1 = 6$ мм; $o_1/t_{d1} = 0{,}27$; $o_1/\delta = 6$.

Расчет потерь в беличьей клетке: коэффициент уменьшения амплитуды индукции гармоники поля порядка $\nu = 8$ равен $\zeta_8 = 0{,}52$. Следовательно, коэффициент дифференциального рассеяния обмотки ротора τ'_{d48} с учетом насыщения зубцов согласно (9-58) равен:

$$\tau'_{d48} = 39{,}5 - (48/8)^2 (1 - 0{,}52^2) = 13{,}2.$$

Коэффициенты проводимости воздушного зазора:

$$a_0 = \frac{0,85}{\delta}; \quad a_1 = \frac{\beta \cdot 6}{\delta} F_1 \cdot 0,27 = \frac{0,27}{\delta};$$

$$a_2 = \frac{\beta}{\delta} F_2 \cdot 0,27 = \frac{0,18}{\delta}.$$

Коэффициент Картера имеет значение

$$k_c = \frac{1}{1 - 1,6 \cdot 0,34 \cdot 0,27} = 1,17.$$

Если эти значения подставить в (9-75б), то потери в стержнях будут $P_{t0}=130$ Вт.

По уравнению (9-35) поверхностные потери, обусловленные полями от зубчатости статора первого и второго порядка, равны $P_{00}=410$ Вт. Суммарные расчетные добавочные потери при холостом ходе равны $410+130=540$ Вт. Измеренные потери — 750 Вт.

9-8. ДОБАВОЧНЫЕ ПОТЕРИ ПРИ НАГРУЗКЕ

При нагрузке добавочные потери обусловлены полями от зубчатости и полями от гармоник МДС. Поля, вызванные зубчатостью статора, имеют

$$\nu_Z = cZ_1 \pm p, \quad c=1,\ 2,\ 3\ \ldots$$

пар полюсов, а поля, вызванные гармониками МДС статорной обмотки с целым числом пазов на полюс и фазу, имеют

$$\nu = (6c \pm 1)p$$

пар полюсов (p — число пар полюсов рабочей гармоники).

Амплитуда ν-й гармоники МДС статора F_ν равна:

$$F_\nu = F_p \frac{\zeta_\nu}{\zeta_p} \frac{p}{\nu},$$

где F_p — амплитуда рабочей гармоники МДС статора; ζ_ν — результирующий обмоточный коэффициент для ν-й гармоники; ζ_p — результирующий обмоточный коэффициент для рабочей гармоники МДС с p парами полюсов.

Необходимо отметить, что если число пазов статора на полюс и фазу невелико, то наибольшей высшей гармоникой в кривой МДС статора будет зубцовая гармоника первого порядка, имеющая $\nu = Z_1 \pm p$ пар полюсов, так как для этой гармоники обмоточный коэффициент ζ_ν равен обмоточному коэффициенту рабочей гармоники $\zeta_\nu = \zeta_p$.

Если обмотка статора — двухслойная, с укороченным шагом ($\lambda=0,8\tau_p$), то обмоточные коэффициенты для высших гармоник, особенно для 5-й гармоники с пятью парами полюсов и 7-й гармоники с семью парами полюсов очень малы, поэтому амплитуда этих гармоник мала по сравнению с амплитудой первых зубцовых гармоник и этими гармониками можно пренебречь; напротив, при обмотке с диаметральным шагом обмоточный коэффициент для высших гармоник с малым числом пар полюсов значительно больше, чем при обмотке с укороченным шагом. В этом случае при расчете добавочных потерь следует учитывать поля от гармоник МДС порядка $5p$ и $7p$. Обмоточные коэффициенты для гармоник порядка $5p$ и $7p$ в зависимости от числа пазов на полюс и фазу при обмотке с диаметральным шагом приведены в табл. 9-2. Так как поля, обусловленные зубчатостью статора, и поля от зубцовых гармоник МДС имеют одинаковое число пар полюсов $Z_1 \pm p$ и одинаковую скорость, то они могут быть объединены в результирующее поле с $Z_1 \pm p$ парами полюсов, вращающееся с угловой скоростью $\omega_r = \pm\omega/(Z_1 \pm p)$.

Таблица 9-2

q	ζ_p	ζ_{5p}	ζ_{7p}
2	0,97	0,26	0,26
3	0,96	0,22	0,18
4	0,96	0,20	0,18

Как показал анализ, проведенный в § 6-7 и 6-8, в режиме холостого хода амплитуды напряженности поля от зубчатости статора и поля от зубцовой гармоники МДС с $Z_1 - p$ парами полюсов складываются, в то время как амплитуды полей с $Z_1 + p$ парами полюсов вычитаются. Если a_0 и a_1 — соответственно коэффициенты, пропорциональные амплитуде 1-й гармоники магнитной проводимости воздушного зазора, то поля, обусловленные зубчатостью статора, вызывают при холостом ходе увеличение амплитуды напряженности поля, создаваемого зубцовой гармоникой МДС статора с $Z_1 - p$ парами полюсов в отношении $\xi_{(Z1-p)0} : 1$ [см. (6-78б)], где

$$\xi_{(Z1-p)\,0} = \left(1 + \frac{Z_1 - p}{p} \frac{a_1}{2a_0}\right) \frac{1}{k_c}, \qquad (9\text{-}81)$$

и уменьшение амплитуды напряженности поля, созданного зубцовой гармоникой МДС статора с Z_1+p парами полюсов в отношении $\xi_{(Z1+p)0}:1$, где

$$\xi_{(Z1+p)\,0}=\left(\frac{a_1}{2a_0}\,\frac{Z_1+p}{p}-1\right)\frac{1}{k_c}. \qquad (9\text{-}82)$$

В этих выражениях согласно уравнениям (6-24а) и (6-26)

$$a_0=1/k_c\delta;$$

$$a_1=\frac{\beta}{\delta}F_1\left(\frac{o_1}{t_{d1}}\right),$$

где δ — длина воздушного зазора; k_c — коэффициент Картера; o_1 — открытие паза статора; t_{d1} — зубцовое деление статора.

По уравнению (6-17)

$$k_c\approx\frac{1}{1-1{,}6\beta\dfrac{o_1}{t_{d1}}}.$$

При номинальной нагрузке согласно уравнениям (6-82) и (6-82а)

$$\xi_{(Z1-p)\,n}=\frac{1}{k_c}\times$$

$$\times\sqrt{1+2\sin\varphi\frac{I_0}{I_н}\,\frac{Z_1-p}{p}\,\frac{a'_1}{2a'_0}+\left(\frac{I_0}{I_н}\,\frac{Z_1-p}{p}\,\frac{a'_1}{2a'_0}\right)^2};$$

$$\xi_{(Z1+p)\,n}=\frac{1}{k_c}\times$$

$$\times\sqrt{1-2\sin\varphi\frac{I_0}{I_н}\,\frac{Z_1+p}{p}\,\frac{a'_1}{2a'_0}+\left(\frac{I_0}{I_н}\,\frac{Z_1+p}{p}\,\frac{a'_1}{2a'_0}\right)^2},$$

где I_0 — ток холостого хода; $I_н$ — номинальный ток; φ — сдвиг по фазе между векторами тока и напряжения при номинальной нагрузке.

Учитывая эти положения, рассчитаем добавочные потери при номинальной нагрузке по отношению к добавочным потерям в режиме холостого хода.

а) Поверхностные потери в роторе

Двухслойная обмотка статора с укороченным шагом $\lambda=0{,}8\tau_p$. В этом случае поверхностные потери P_{0n} определяются только результирующими полями в воздушном

зазоре с $Z_1\pm p$ парами полюсов при полной нагрузке. Для P_{0n} получим [1]:

$$P_{0n}\sim F^2_p\left[\left(\frac{p}{Z_1-p}\right)^2\xi^2_{(Z1-p)\,n}+\left(\frac{p}{Z_1+p}\right)^2\xi^2_{(Z1+p)\,n}\right], \qquad (9\text{-}83)$$

где F_p — амплитуда гармоник МДС статора с p парами полюсов при номинальной нагрузке. Соответственно поверхностные потери при холостом ходе P_{00} пропорциональны

$$P_{00}\sim F^2_{p0}\left[\left(\frac{p}{Z_1-p}\right)^2\xi^2_{(Z1-p)\,0}+\left(\frac{p}{Z_1+p}\right)^2\xi^2_{(Z1+p)\,0}\right]. \qquad (9\text{-}83а)$$

Следовательно, отношение поверхностных потерь при холостом ходе к поверхностным потерям при номинальной нагрузке равно:

$$\eta=\frac{P_{00}}{P_{0n}}=\left(\frac{I_0}{I_н}\right)^2\frac{\left(\dfrac{p}{Z_1-p}\right)^2\xi^2_{(Z1-p)\,0}+}{\left(\dfrac{p}{Z_1-p}\right)^2\xi^2_{(Z1-p)\,n}+}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{+\left(\dfrac{p}{Z_1+p}\right)^2\xi^2_{(Z1+p)\,0}}{+\left(\dfrac{p}{Z_1+p}\right)^2\xi^2_{(Z1+p)\,n}}. \qquad (9\text{-}84)$$

Если принять

$$\left(\frac{p}{Z_1-p}\right)^2\approx\left(\frac{p}{Z_1+p}\right)^2,$$

то получим

$$\eta=\left(\frac{I_0}{I_н}\right)^2\left[\frac{\xi^2_{(Z1-p)\,0}+\xi^2_{(Z1+p)\,0}}{\xi^2_{(Z1-p)\,n}+\xi^2_{(Z1+p)\,n}}\right]. \qquad (9\text{-}84а)$$

Следовательно, зная потери при холостом ходе P_{00} из (9-35) или (9-80), можно определить поверхностные потери при номинальной нагрузке P_{0n}:

$$P_{0n}=P_{00}/\eta. \qquad (9\text{-}85)$$

Обмотка статора с диаметральным шагом. В этом случае поверхностные потери в шихтованном сердечнике ротора от ν-й гармоники поля согласно (9-33б) при

скольжении $s \to 0$ пропорциональны:

$$P_{0\nu} \sim \frac{B^2_\nu}{\nu}(s_\nu f)^2, \qquad (9\text{-}86)$$

где $s_\nu \approx 1 \mp \nu/p$; f — частота сети.

В соответствии со сказанным выше одними из сильных высших гармоник поля будут поля от $\nu=5p$ и $7p$ гармоник МДС статора. Обе гармоники поля индуктируют ЭДС в роторе с частотами $s_{5f}=(1+5)f$, $s_{7f}=|(1-7)|f$, т. е.

$$s_{5f}=s_{7f}=6f.$$

Если B_5 — амплитуда индукции гармоники поля порядка $5p$, то поверхностные потери в роторе, обусловленные этим полем, пропорциональны:

$$P_{05} \sim B^2_5(6f)^2/5p.$$

Аналогично поверхностные потери, обусловленные полем от гармоники МДС статора порядка $7p$, пропорциональны:

$$P_{07} \sim B^2_7(6f)^2/7p.$$

Если B_1 — амплитуда рабочей гармоники поля в режиме холостого хода, то B_ν определяются как

$$B_\nu = \frac{pB_1}{\nu}\frac{\zeta_\nu}{\zeta_1}\frac{I_n}{I_0}.$$

Потери в номинальном режиме, вызванные полями от гармоник МДС статора порядка $5p$ и $7p$, пропорциональны:

$$P_{05}+P_{07} \sim (6f)^2\frac{B^2_1}{p}\left(\frac{I_n}{I_0}\right)^2\left[\left(\frac{\zeta_5}{5\zeta_1}\right)^2\frac{1}{5}+\left(\frac{\zeta_7}{7\zeta_1}\right)^2\frac{1}{7}\right]. \qquad (9\text{-}87)$$

Аналогично поверхностные потери в роторе при номинальной нагрузке, вызванные полями от зубцовых гармоник МДС с $Z_1 \pm p$ парами полюсов, пропорциональны:

$$P_{0\,(Z1-p)\,0}+P_{0\,(Z1+p)} \sim \left(\frac{Z_1 f}{p}\right)^2\frac{B^2_1}{p}\left(\frac{I_{н}}{I_0}\right)^2 \times$$
$$\times\left[\left(\frac{p}{Z_1-p}\right)^3+\left(\frac{p}{Z_1+p}\right)^3\right]. \qquad (9\text{-}88)$$

Следовательно, суммарные поверхностные потери в роторе, вызванные полями от наиболее сильных гармо-

11039—1₉

ник МДС статора, равны:

$$P_{05}+P_{07}+P_{0\,(Z1-p)}+P_{0\,(Z1+p)}=(P_{0\,(Z1-p)}+$$
$$+P_{0\,(Z1+p)})\left[1+\left(\frac{6p}{Z_1}\right)^2\frac{\left(\frac{\zeta_5}{5\zeta_1}\right)^2\frac{1}{5}+\left(\frac{\zeta_7}{7\zeta_1}\right)^2\frac{1}{7}}{\left(\frac{p}{Z_1-p}\right)^3+\left(\frac{p}{Z_1+p}\right)^3}\right]. \qquad (9\text{-}89)$$

При $q=2$ увеличение потерь, вызванное гармониками поля порядка $5p$ и $7p$ при $\zeta_1=0,96$, $\zeta_5=0,26$, $\zeta_7=0,26$, составляет:

$$\left(\frac{0,26}{0,96}\right)^2\cdot\frac{2}{2}\approx 15\%.$$

При $q=3$ это увеличение равно 13%, а при $q=4$ достигает 15,5%. Из этих расчетов видно, что влияние полей от 5-й и 7-й гармоник МДС статора на поверхностные потери в роторе незначительно из-за относительно низкой частоты вихревых токов.

Поэтому уравнение (9-85) также применимо для расчета поверхностных потерь в случае обмотки с диаметральным шагом.

б) Пульсационные потери в зубцах ротора

Для пульсационных потерь справедливы те же рассуждения, что и для поверхностных потерь. Пульсационные потери при номинальной нагрузке определяются соотношением

$$P_{pn}=P_{p0}/\eta, \qquad (9\text{-}90)$$

где P_{p0} — пульсационные потери в зубцах ротора при холостом ходе.

в) Добавочные потери в беличьей клетке

Двухслойная обмотка статора с относительным шагом $\lambda=0,8\tau p$. Потери в клетке равны:

$$P_{tn}=P_{t0}/\eta, \qquad (9\text{-}91)$$

где P_{t0} — добавочные потери в обмотке при холостом ходе.

Обмотка с диаметральным шагом. Если поле от гармоники МДС статора с ν парами полюсов и амплитудой F_ν воздействует на ротор, то наведенный ток ротора $I_{2\nu}$

прямо пропорционален произведению $F_\nu \nu$ и обратно пропорционален коэффициенту рассеяния обмотки ротора τ_ν, т. е.

$$I_{2\nu} \sim F_\nu \nu / (1+\tau_\nu). \tag{9-92}$$

Вместо коэффициента рассеяния τ_ν в уравнение (9-92) можно подставить коэффициент дифференциального рассеяния обмотки ротора по отношению к полю с ν парами полюсов, что приблизительно верно для полей от 5-й и 7-й гармоник МДС статора. Потери в клетке, вызванные током $I_{2\nu}$, имеют значение

$$P_{t\nu} \sim I^2_{2\nu} \zeta_{f\nu}, \tag{9-93}$$

где $\zeta_{f\nu}$ — коэффициент увеличения сопротивления стержней ротора при частоте $f(\nu/p \pm 1)$; с учетом уравнения (9-92) получим:

$$P_{t\nu} \sim \frac{F^2_\nu \nu^2}{(1+\tau_{d\nu})^2} \zeta_{f\nu} \sim \frac{\zeta^2_\nu \zeta_{f\nu}}{(1+\tau_{d\nu})^2}. \tag{9-94}$$

Коэффициент дифференциального рассеяния обмотки ротора с Z_2 стержнями, согласно уравнению (4-13) равен:

$$\tau_{d\nu} = \left(\frac{\pi\nu}{Z_2}\right)^2 \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi\nu}{Z_2}} - 1.$$

Таким образом, добавочные потери в клетке, вызванные полями от гармоник МДС статора порядка $5p$ и $7p$, пропорциональны:

$$P_{t5} \sim \frac{\zeta^2_5 \zeta_{f5}}{(1+\tau_{d5})^2}; \quad P_{t7} \sim \frac{\zeta^2_7 \zeta_{f7}}{(1+\tau_{d7})^2}.$$

Аналогично поля от зубцовых гармоник МДС статора с $Z_1 \pm p$ парами полюсов вызывают добавочные потери в клетке, пропорциональные

$$P_{t\,(Z1-p)} \sim \frac{\zeta^2_1 \zeta_{f\,(Z1-p)}}{(1+\tau_{d\,(Z1-p)})^2};$$

$$P_{t\,(Z1+p)} \sim \frac{\zeta^2_1 \zeta_{f\,(Z1+p)}}{(1+\tau_{d\,(Z1+p)})^2}.$$

Суммарные добавочные потери в клетке, вызванные полями от наиболее сильных гармоник МДС статора,

равны:

$$P_t = (P_{t\,(Z1-p)} + P_{t\,(Z1+p)}) + (P_{t5} + P_{t7}) = (P_{t\,(Z1-p)} + P_{t\,(Z1+p)}) \left[1 + \frac{\left(\frac{\zeta_5}{\zeta_1}\right)^2 \frac{\zeta_{f5}}{(1+\tau_{d5})^2} + \left(\frac{\zeta_7}{\zeta_1}\right)^2 \frac{\zeta_{f7}}{(1+\tau_{d7})^2}}{\frac{\zeta_{f\,(Z1-p)}}{(1+\tau_{d\,(Z1-p)})^2} + \frac{\zeta_{f\,(Z1+p)}}{(1+\tau_{d\,(Z1+p)})^2}}\right] \approx$$

$$\approx (P_{t\,(Z1-p)} + P_{t\,(Z1+p)}) \left[1 + \left(\frac{\zeta_5}{\zeta_1}\right)^2 \frac{\zeta_{f6}}{\zeta_{fZ1}} \left(\frac{1+\tau_{dZ1}}{1+\tau_{d6}}\right)^2\right] =$$

$$= (P_{t\,(Z1-p)} + P_{t\,(Z1+p)}) \left[1 + \left(\frac{\zeta_5}{\zeta_1}\right)^2 \times \sqrt{\frac{6p}{Z_1}} \left(\frac{1+\tau_{dZ1}}{1+\tau_{d6}}\right)^2\right], \tag{9-95}$$

где

$$1 + \tau_{d6} = \left(\frac{\pi 6p}{Z_2}\right)^2 \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi 6p}{Z_2}};$$

$$1 + \tau_{dZ1} = \left(\frac{\pi Z_1}{Z_2}\right)^2 \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi Z_1}{Z_2}}.$$

Потери при номинальной нагрузке с учетом результирующих полей воздушного зазора с $Z_1 \pm p$ парами полюсов равны:

$$P_{tn} = [P_{t\,(Z1-p)} \xi^2_{(Z1-p)\,n} + P_{t\,(Z1+p)} \xi^2_{(Z1+p)\,n}] \times \left[1 + \frac{\left(\frac{\zeta_5}{\zeta_1}\right)^2 \sqrt{\frac{6p}{Z_1}} \left(\frac{1+\tau_{dZ1}}{1+\tau_{d6}}\right)^2}{\frac{\xi^2_{(Z1-p)\,n} + \xi^2_{(Z1+p)\,n}}{2}}\right] =$$

$$= \frac{P_{t0}}{\eta} \left[1 + \frac{2\left(\frac{\zeta_5}{\zeta_1}\right)^2 \sqrt{\frac{6p}{Z_1}} \left(\frac{1+\tau_{dZ1}}{1+\tau_{d6}}\right)^2}{\xi^2_{(Z1-p)\,n} + \xi^2_{(Z1+p)\,n}}\right]. \tag{9-96}$$

Однако при выводе уравнения (9-96) не учитывалось, что гармоники поля порядка $5p$ и $7p$ должны замыкаться через спинку и зубцы ротора, которые насыщены рабочей гармоникой поля с p парами полюсов. В этом случае магнитная проницаемость стали определяется не

по относительной магнитной проницаемости μ_r, а по обратимой проницаемости $\mu_{обр}$, поскольку $\mu_{обр}/\mu_r \ll 1$. Это эквивалентно фиктивному увеличению длины воздушного зазора для этих гармоник поля по крайней мере в полтора раза; кроме того, при расчете коэффициента дифференциального рассеяния необходимо также принимать во внимание влияние насыщения зубцов (см. § 9-3), которое сказывается в уменьшении τ_{dZ1} по крайней мере на 30—50%. Если эти явления учесть в (9-96), то получим следующее выражение:

$$P_{tn} \approx \frac{P_{t0}}{\eta}\left[1 + \frac{0,4\left(\frac{\xi_5}{\xi_1}\right)^2 \sqrt{\frac{6p}{Z_1}}\left(\frac{1+\tau_{dZ1}}{1+\tau_{d6}}\right)^2}{k^2_c\,(\xi^2_{(Z1-p)\,n} + \xi^2_{(Z1+p)\,n})}\right]. \quad (9\text{-}97)$$

Пример 9-10. Определим добавочные потери при номинальной нагрузке для ранее рассмотренного двигателя с обмоткой ротора в виде беличьей клетки, $P=180$ кВт, $2p=4$. Добавочные потери измерялись методом противовращения.

Статор: однослойная обмотка с диаметральным шагом; 48 пазов; внутренний диаметр сердечника статора 335 мм; воздушный зазор $\delta=1$ мм; открытие пазов статора $o_1=11$ мм.

Ротор: $Z_2=40$ прямых, неизолированных пазов. Литая алюминиевая беличья клетка.

Вначале рассчитаем коэффициенты ξ_{Z1-p}, ξ_{Z1+p} при холостом ходе и при номинальной нагрузке по уравнениям (9-81) и (6-82а), (6-82). Коэффициенты магнитной проводимости зазора a_0 и a_1 по уравнениям (6-25) и (6-26) при $o_1/t_{d1}=0,5$; $o_1/\delta=11$; $\beta=0,41$; $k_c=1,5$ равны:

$$a_0 = \frac{1}{k_c\delta} = \frac{0,67}{\delta};$$

$$a_1 = \frac{\beta F_1(o/t)}{\delta} = \frac{0,41\cdot 1,04}{\delta} = \frac{0,43}{\delta}.$$

Коэффициенты $\xi_{(Z1-p)0}$ и $\xi_{(Z1+p)0}$ при холостом ходе согласно (9-81) и (9-82) равны:

$$\xi_{(Z1-p)\,0} = \frac{1}{k_c}\left(1 + \frac{Z_1-p}{p}\,\frac{a_1}{2a_0}\right) = \frac{1}{k_c}\left(1 + \frac{46}{2}\times\right.$$

$$\left.\times\frac{0,43}{2,067}\right) = \frac{8,4}{k_c};$$

$$\xi_{(Z1+p)\,0} = \frac{1}{k_c}\left(\frac{Z_1+p}{p}\,\frac{a_1}{2a_0} - 1\right) =$$

$$= \frac{1}{k_c}\left(\frac{50}{2}\cdot\frac{0,43}{2,067} - 1\right) = \frac{7}{k_c}.$$

При номинальной нагрузке по уравнениям (6-82) и (6-82а) при $\varphi=0,86$; $I_0=42$ А, $I_н=105$ А эти же коэффициенты равны:

$$\xi_{(Z1-p)\,n} = \sqrt{1 + 2\sin\varphi\left(\frac{I_0}{I_н}\right)\frac{Z_1-p}{p}\,\frac{a_1}{2a_0} + \left(\frac{I_0}{I_н}\,\frac{Z_1-p}{p}\,\frac{a_1}{2a_0}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{1 + 2\cdot 0,53\cdot 0,4\,\frac{46}{2}\cdot\frac{0,43}{1,34} + \left(0,4\,\frac{46}{2}\cdot\frac{0,43}{1,34}\right)^2} = 3,6;$$

$$\xi_{(Z1+p)\,n} = \sqrt{1 - 2\sin\varphi\left(\frac{I_0}{I_н}\right)\frac{Z_1+p}{p}\,\frac{a_1}{2a_0} + \left(\frac{I_0}{I_н}\,\frac{Z_1+p}{p}\,\frac{a_1}{2a_0}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{1 - 2\cdot 0,53\cdot 0,4\cdot 25\,\frac{0,43}{1,34} + \left(0,4\cdot 25\,\frac{0,43}{1,34}\right)^2} = 2,8.$$

Параметр η определяется по (9-84а):

$$\eta = \left(\frac{I_0}{I_н}\right)^2 \frac{\xi^2_{(Z1-p)\,0} + \xi^2_{(Z1+p)\,0}}{\xi^2_{(Z1-p)\,n} + \xi^2_{(Z1+p)\,n}} =$$

$$= 0,4^2\,\frac{8,4^2 + 7^2}{3,6^2 + 2,8^2} = 0,91.$$

Если использовать точную формулу (9-84а), то получим:

$$\eta = 0,4^2\,\frac{(8,4/23)^2 + (7/25)^2}{(3,6/23)^2 + (2,8/25)^2} = 0,92.$$

Теперь можем подсчитать добавочные потери при номинальной нагрузке. Потери при холостом ходе определяются по соотношениям, полученным в § 9-2 и 9-7.

Поверхностные потери при холостом ходе равны $P_{00}=1350$ Вт. При номинальной нагрузке поверхностные потери согласно уравнению (9-85) равны:

$$P_{0n} = P_{00}/\eta = 1350/0,91 \approx 1500 \text{ Вт}.$$

Добавочные потери при холостом ходе в беличьей клетке равны 760 Вт.

Потери в клетке при номинальной нагрузке по уравнению (9-97) равны:

$$P_{tn} = \frac{P_{t0}}{\eta}\left[1 + \frac{0,4\left(\frac{\xi_5}{\xi_1}\right)^2\sqrt{\frac{6p}{Z_1}}\left(\frac{1+\tau_{dZ1}}{1+\tau_{d6}}\right)^2}{\xi^2_{(Z1-p)\,n} + \xi^2_{(Z1+p)\,n}}\right].$$

При $1+\tau_{d48}=43$; $1+\tau_{d6}=1,37$ получим:

$$P_{tn}=\frac{700}{0,91}\left[1+\frac{0,4\left(\frac{0,2}{0,96}\right)^2\sqrt{\frac{12}{48}}\left(\frac{43}{1,37}\right)^2}{3,6^2+2,8^2}\right]=$$

$$=840\,(1+0,43)\approx 1200\ \text{Вт}.$$

Следовательно, суммарные добавочные потери при номинальной нагрузке равны 1500+1200=2700 Вт. Измеренное значение было 2600 Вт.

Б. МАШИНЫ СО СКОСОМ ПАЗОВ

9-9. ДОБАВОЧНЫЕ ПОТЕРИ В БЕЛИЧЬЕЙ КЛЕТКЕ С ИЗОЛИРОВАННЫМИ СТЕРЖНЯМИ ПРИ ХОЛОСТОМ ХОДЕ

Если пазы ротора имеют скос, то различают два случая: изолированные и неизолированные от сердечника ротора стержни клетки. В случае изолированных стержней добавочные потери в беличьей клетке при холостом ходе определяются выражением

$$P_{20s}=\frac{P_{20}}{2}\left\{\left[\frac{\sin\frac{b\pi}{t_{d1}Z_1}(Z_1+p)}{\frac{b\pi}{t_{d1}Z_1}(Z_1+p)}\right]^2+\right.$$

$$\left.+\left[\frac{\sin\frac{b\pi}{t_{d1}Z_1}(Z_1-p)}{\frac{b\pi}{t_{d1}Z_1}(Z_1-p)}\right]^2\right\}, \qquad (9\text{-}98)$$

где P_{20} — добавочные потери в беличьей клетке при отсутствии скоса пазов ротора по (9-75); Z_1 — число пазов статора; t_{d1} — зубцовое деление статора; b — скос, измеренный по окружности (рис. 9-9). Если пазы ротора скошены на одно зубцовое деление статора, то b равно t_{d1} и уравнение (9-98) примет вид:

$$P_{20s}=\frac{P_{20}}{2}\left\{\left[\frac{\sin\pi\frac{Z_1+p}{Z_1}}{\pi\frac{Z_1+p}{Z_1}}\right]^2+\left[\frac{\sin\pi\frac{Z_1-p}{Z_1}}{\pi\frac{Z_1-p}{Z_1}}\right]^2\right\}. \qquad (9\text{-}98а)$$

При $Z_1\gg p$ это выражение может быть упрощено:

$$P_{20s}\approx P_{20}(p/Z_1)^2. \qquad (9\text{-}98б)$$

Из (9-98б) следует, что при изолированных стержнях и скосе пазов ротора на одно зубцовое деление статора добавочные потери в беличьей клетке уменьшаются до пренебрежимо малого значения.

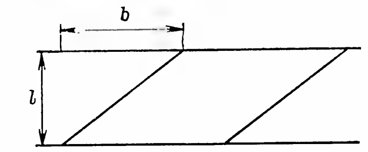


Рис. 9-9. К вопросу о влиянии скоса пазов ротора.

Например, в машине мощностью $P=360$ кВт, рассчитанной ранее (см. § 9-7, пример 9-7), при изолированных стержнях и скосе пазов ротора на одно зубцовое деление статора потери уменьшились до $1/(54/3)^2=$ $=1/324$ первоначальной величины, поэтому ими можно пренебречь.

9-10. ДОБАВОЧНЫЕ ПОТЕРИ В БЕЛИЧЬЕЙ КЛЕТКЕ С НЕИЗОЛИРОВАННЫМИ СТЕРЖНЯМИ ПРИ ХОЛОСТОМ ХОДЕ

а) Электромагнитные процессы в беличьей клетке с неизолированными стержнями

Расчет добавочных потерь в беличьей клетке с неизолированными от сердечника ротора стержнями при скосе пазов значительно сложнее, особенно в литой алюминиевой клетке, так как в этом случае появляются так называемые поперечные токи (т. е. токи, протекающие по стали сердечника ротора от одного стержня к другому).

Теория этих поперечных токов разрабатывалась Россмайером [162] и позднее Одоком [171]. К сожалению, выражения для расчета токов, базирующиеся на этой теории, очень сложны, лишены наглядности, и поэтому строгое рассмотрение влияния различных параметров на величину поперечных токов и добавочных потерь от них практически невозможно. По этой причине Алжер [173] рекомендует определять добавочные потери, возникающие в беличьей клетке с неизолированными стержнями при наличии скоса пазов, умножением потерь, рассчитанных при отсутствии скоса пазов, на эмпирический коэффициент.

Приближенный способ расчета добавочных потерь при скосе пазов был разработан Талышинским и Давы-

довым [192]. Авторы представляли реальный ротор в виде двух отдельных роторов без скоса пазов. Пазы одного ротора сдвинуты относительно другого на половину зубцового деления. Электрическая связь между роторами осуществлялась через общее короткозамыкающее кольцо, расположенное в середине реального ротора. Распределенные по длине переходные сопротивления между сердечником ротора и стержнями клетки заменялись сосредоточенными сопротивлениями, включенными в общее короткозамыкающее кольцо. Однако эти упрощения имеют далеко идущие последствия и не всегда соответствуют действительным условиям.

Ниже рассмотрим приближенный метод расчета поперечных токов и добавочных потерь в обмотке в виде беличьей клетки при наличии скоса пазов, который учитывает распределенный характер параметров ротора и приводит к относительно простым и наглядным результатам.

При этом предполагается:

1) полным сопротивлением торцевых короткозамыкающих колец можно пренебречь;

2) сопротивление поперечным токам, протекающим по стали между отдельными стержнями, чисто активное и равно переходному сопротивлению между стержнем и сталью.

Первое упрощающее предположение справедливо практически во всех случаях, так как полное сопротивление короткозамыкающих колец намного меньше сопротивления стержней и может не учитываться.

Что касается второго допущения, то необходимо отметить, что согласно исследованиям Одока [171] полное сопротивление для токов, протекающих по стали между двумя соседними стержнями, чисто активное и практически равно удвоенному переходному сопротивлению между стержнем и сталью. Этот вывод справедлив почти до частоты $f=1200$ Гц.

Если ρ означает удельное переходное сопротивление, т. е. сопротивление, отнесенное к единице длины ротора и половине периметра поперечного сечения стержня, то для полного переходного сопротивления между двумя соседними стержнями Z_q, приходящегося на единицу длины, справедливо следующее выражение:

$$Z_q=2\rho. \qquad (9\text{-}99)$$

Для литой алюминиевой клетки ротора среднее удельное переходное сопротивление ρ_0 между двумя стержнями, отнесенное к 1 см² стенки паза, приблизительно равно 0,01 Ом·см². Необходимо заметить, что значение переходного сопротивления зависит от частоты. На рис. 9-10 показана эта зависимость для двух разных роторов. На рис. 9-11 представлена развертка обмотки ротора длиной l с N_2 неизолированными стержнями и скосом пазов.

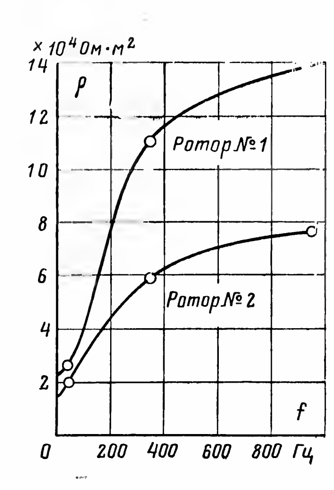


Рис. 9-10. Зависимость переходного сопротивления от частоты.

Если скос пазов равен t_v, то угол скоса определяется выражением

$$\operatorname{tg}\gamma=t_v/l\approx\gamma. \qquad (9\text{-}100)$$

Если стержни ротора недостаточно изолированы от сердечника ротора, то поперечные токи, как уже отмечалось, протекают по стали сердечника от стержня к стержню.

Для расчета распределения токов в роторе целесообразно разделить двигатель $(n-1)$ плоскостями: (1—1) (2—2) .. $[(n-1)-(n-1)]$, перпендикулярными к оси ротора, на n элементарных двигателей с осевой

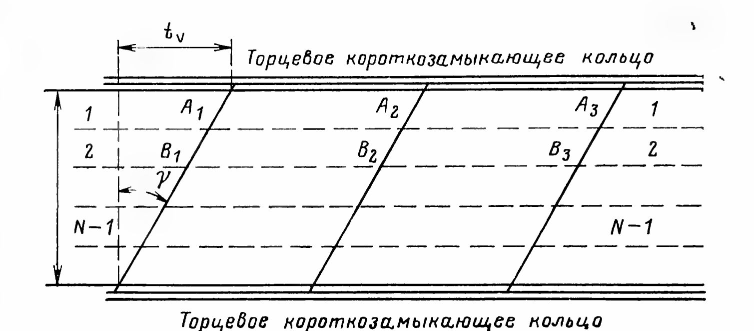


Рис. 9-11. К вопросу о влиянии скоса пазов ротора на добавочные потери.

длиной

$$\Delta = l/n, \tag{9-101}$$

причем $n \gg 1$ и $\Delta \ll 1$. Беличья клетка каждого из этих элементарных двигателей имеет Z_2 стержней; короткозамыкающие кольца образованы фиктивными поперечными электрическими связями (A_1, A_2, ..., A_{Z2}), (B_1, B_2, ..., B_{Z2}), (...), учитывающими поперечную проводимость ротора. В этом случае соседние элементарные двигатели имеют одно общее короткозамыкающее кольцо.

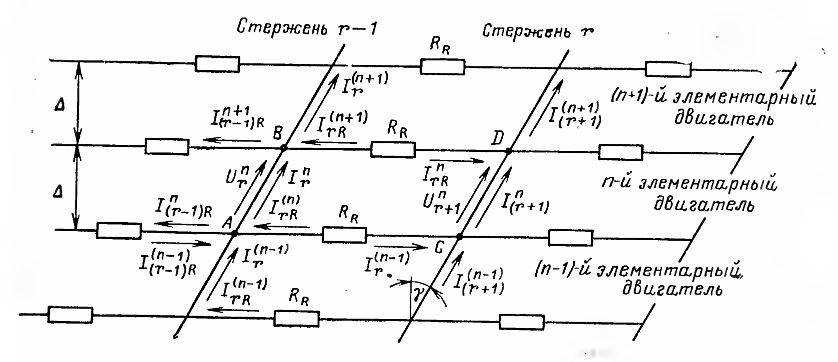


Рис. 9-12. К расчету распределения токов в роторе при скосе пазов.

Сопротивление сегмента короткозамыкающего кольца между двумя соседними стержнями согласно (9-99) определяется выражением

$$Z_R = R_R = 2\rho/\Delta. \tag{9-102}$$

Распределение токов в $(r-1)$-м и r-м стержнях обмоток $(n-1)$, n и $(n+1)$ на рис. 9-12, где $I_r^{(n)}$—ток в r-м стержне и $I^n{}_{rR}$ — ток в r-м сегменте короткозамыкающего кольца n-го элементарного двигателя.

Если поле с ν парами полюсов вращается относительно ротора со скоростью, отличной от 0, это поле наводит токи в роторе. Для токов $I^n{}_r$, $I^n{}_{r+1}$, наведенных в двух соседних стержнях n-го элементарного двигателя, можно записать следующее соотношение:

$$\dot I^n_{r+1} = \dot I^n_r e^{-j\alpha\nu}, \tag{9-103}$$

где $\alpha = 2\pi/N_2$.

Токи в соответствующих стержнях и сегментах колец соседних элементарных двигателей связаны следующими соотношениями:

$$\dot I^{n+1} = \dot I^n e^{-j\gamma\Delta\nu/R}; \tag{9-104}$$

$$\dot I^{n-1} = \dot I^n e^{j\gamma\Delta\nu/R}, \tag{9-104а}$$

где R — наружный радиус сердечника ротора.

Соотношения, аналогичные (9-104) и (9-104а), справедливы также и для ЭДС, индуктируемых в стержнях. Если U_ν — ЭДС, индуктируемая в единице длины стержня; X_ν — сопротивление единицы длины стержня, то согласно второму закону Кирхгофа для элементарного контура АВСД, образованного двумя стержнями и двумя сегментами короткозамыкающих колец, справедливо следующее выражение:

$$\dot U^n_r \Delta - 2\dot I^n_R R_R - \dot U^n{}_{r+1}\Delta - \dot I^n_r jX_\nu\Delta + \dot I^n{}_{r+1} jX_\nu\Delta + (\dot I^{n+1}_{rR} + \dot I^{n-1}_{rR}) R_R = 0. \tag{9-105}$$

Если число стержней ротора, отнесенное к числу пар полюсов возбуждающего поля, $m_\nu = N_2/\nu < 3$, то сопротивление стержня X_ν можно определить по приближенному выражению

$$X_\nu \approx X_{0\nu}(1 + \tau_{d\nu}), \tag{9-106}$$

где $X_{0\nu}$ — отнесенное к единице длины сопротивление взаимной индукции по отношению к полю с ν парами полюсов; $\tau_{d\nu}$ — коэффициент дифференциального рассеяния:

$$\tau_{d\nu} = \left(\frac{\pi}{N_2}\nu\right)^2 \frac{1}{\sin^2\frac{\pi\nu}{N_2}} - 1. \tag{9-107}$$

Используя соотношения (9-103) и (9-104), преобразуем уравнение (9-105) к виду

$$(\dot U^n_r \Delta - \dot I^n_r jX_\nu\Delta)(1 - e^{-j\alpha\nu}) - 2\dot I^n_{rR} R_R + (\dot I^{n+1}_{rR} + \dot I^{n-1}_{rR}) R_R = 0. \tag{9-108}$$

Если токи в сегментах колец I^{n+1}_{rR} и I^{n-1}_{rR} выразить через $I^n{}_{rR}$, то согласно (9-104) получим:

$$\dot I^{n-1}_{rR} + \dot I^{n+1}_{rR} = \dot I^n_{rR}\left[e^{-j\gamma\Delta\nu/R} + e^{j\gamma\Delta\nu/R}\right] = 2\dot I^n{}_{rR}\cos\frac{\gamma\Delta\nu}{R} \tag{9-109}$$

или

$$-2\dot I^n_{rR} + \dot I^{n+1}_{rR} + \dot I^{n-1}_{rR} = 2\dot I^n_{rR}\left(\cos\frac{\gamma\Delta\nu}{R} - 1\right).$$

Так как $\Delta \ll 1$, то

$$\cos\frac{\gamma\Delta\nu}{R} - 1 \approx -\frac{1}{2}\left(\frac{\gamma\Delta\nu}{R}\right)^2,$$

и, следовательно,

$$(-2\dot I^n_{rR} + \dot I^{n+1}_{rR} + \dot I^{n-1}_{rR})\,R_R = -\dot I^n_{rR}\left(\frac{\gamma\Delta\nu}{R}\right)^2\frac{2\rho}{\Delta} = -\dot I^n_{rR}\left(\frac{\gamma\nu}{R}\right)^2\cdot 2\rho\Delta. \qquad (9\text{-}110)$$

Если это выражение подставить в (9-108), то оно может быть преобразовано к виду

$$(\dot U^n_r - \dot I^n_r jX_\nu)(1 - e^{-j\alpha\nu}) - \dot I^n_{rR}(\gamma\nu/R)^2\cdot 2\rho = 0. \qquad (9\text{-}110а)$$

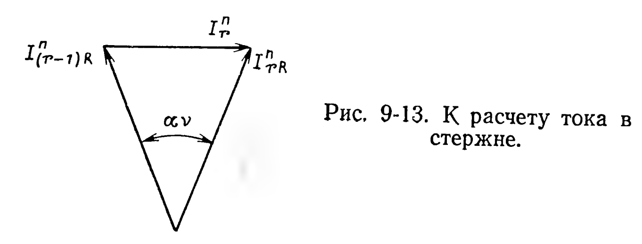


Рис. 9-13. К расчету тока в стержне.

Как следует из рис. 9-13, между током в стержне I^n_r и током в сегменте кольца I^n_{rR} для n-го элементарного двигателя существует следующее соотношение:

$$\dot I^n_r = 2\dot I^n_{rR}\sin\frac{\alpha\nu}{2}\,e^{-j(\pi/2-\alpha\nu/2)} = -2j\dot I^n_{rR}\sin\frac{\alpha\nu}{2}\,e^{j\alpha\nu/2}. \qquad (9\text{-}110б)$$

Таким образом, получаем:

$$\left[\dot U^n_r - 2\dot I^n_{rR}\sin\frac{\alpha\nu}{2}\,e^{j\alpha\nu/2}X_\nu\right](1 - e^{-j\alpha\nu}) - \dot I^n_{rR}\left(\frac{\gamma\nu}{R}\right)^2\cdot 2\rho = 0.$$

Из этого выражения определим ток I^n_{rR}:

$$\dot I^n_{rR} = \frac{\dot U^n_r(1 - e^{-j\alpha\nu})}{(\gamma\nu/R)^2\cdot 2\rho + 2\sin\frac{\alpha\nu}{2}\,e^{j\alpha\nu/2}X_\nu(1 - e^{-j\alpha\nu})}. \qquad (9\text{-}111)$$

Ток в стержне I^n_r равен:

$$\dot I^n_r = -j\,\frac{2\dot U^n_r(1 - e^{-j\alpha\nu})\sin\frac{\alpha\nu}{2}\,e^{j\alpha\nu/2}}{\left(\frac{\gamma\nu}{R}\right)^2\cdot 2\rho + 2\sin\frac{\alpha\nu}{2}\,e^{j\alpha\nu/2}X_\nu(1 - e^{-j\alpha\nu})}. \qquad (9\text{-}112)$$

Добавочные потери определяются результирующим поперечным током, протекающим по стали:

$$\dot I^n_{\mathrm{Fe}} = \dot I^n_{rR} - \dot I^{n-1}_{rR} = \dot I^n_{rR}(1 - e^{j\gamma\Delta\nu/R}) = \dot I^n_{rR}\left(1 - \cos\frac{\gamma\Delta\nu}{R} - j\sin\frac{\gamma\Delta\nu}{R}\right) \approx -\dot I^n_{rR}j\,\frac{\gamma\Delta\nu}{R}, \qquad (9\text{-}113)$$

т. е. $\dot I^n_{\mathrm{Fe}} \approx -\dot I^n_{rR}j\,\frac{\gamma\Delta\nu}{R}$.

Как видно из (9-111)—(9-113), токи I^n_r, I^n_{rR}, I^n_{Fe} являются линейными функциями ЭДС, индуктируемой в обмотке ротора n-элементарного двигателя. Так как фаза ЭДС, индуктированной в каждой обмотке элементарного двигателя, изменяется в зависимости от n: $\dot U^n_r = \dot U^0_r e^{-j\gamma\Delta\nu n/R}$, то можно записать аналогичное выражение для токов:

$$\dot I^n_r = \dot I^0_r e^{-j\gamma n\Delta\nu/R}. \qquad (9\text{-}114)$$

Распределения токов, определяемые уравнениями (9-111)—(9-113), справедливы только для очень длинного сердечника ротора ($l \gg 1$), так как при выводе этих уравнений не принимались во внимание граничные условия в начале ($y=0$) и в конце сердечника ($y=l$). Эти граничные условия определяются требованием равенства нулю разности потенциалов между соседними стержнями, соединенными сегментом короткозамыкающего коль-

ца, имеющего нулевое сопротивление (рис. 9-14). Падение напряжения $U_{A'B'}$ в начале сердечника определяется с учетом уравнения (9-113) соотношением

$$\dot U(0)=\dot U_{A'B'}=\dot I^0_{\text{Fe}}\frac{2\rho}{\Delta}=-j\dot I^0_{rR}\frac{\gamma\Delta\nu}{R}\frac{2\rho}{\Delta}=$$

$$=j\dot I^0_{rR}\frac{\gamma\nu}{R}\cdot 2\rho,$$

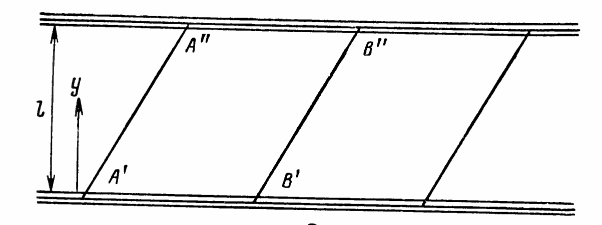


Рис. 9-14. К расчету влияния скоса пазов на добавочные потери.

и соответственно напряжение $U_{A''B''}$ в конце сердечника равно:

$$\dot U(l)=\dot U_{A''B''}=\dot I^N_{\text{Fe}}\frac{2\rho}{\Delta}=-j\dot I^N_{rR}\frac{\gamma\nu}{R}\cdot 2\rho.$$

Если подставить выражения для $\dot I^0_R$ и $\dot I^N_{rR}$ из (9-111), то получим при $N=N_2$

$$\dot U(0)=-j\frac{\dot U^0_\nu\,(1-e^{-j\alpha\nu})}{\left(\frac{\gamma\nu}{R}\right)^2\cdot 2\rho+2\sin\frac{\alpha\nu}{2}e^{j\alpha\nu/2}X_\nu\,(1-e^{-j\alpha\nu})}\times$$

$$\times\frac{\gamma\nu}{R}\cdot 2\rho; \qquad (9\text{-}115)$$

$$\dot U(l)=-j\frac{\dot U^N_\nu\,(1-e^{-j\alpha\nu})}{\left(\frac{\gamma\nu}{R}\right)^2\cdot 2\rho+2\sin\frac{\alpha\nu}{2}e^{j\alpha\nu/2}X_\nu\,(1-e^{-j\alpha\nu})}\frac{\gamma\nu}{R}\cdot 2\rho.$$

$$(9\text{-}116)$$

Как следует из предыдущих рассуждений,

$$\dot U^N_\nu=\dot U^0_\nu e^{-jl\gamma\nu/R}. \qquad (9\text{-}117)$$

Из (9-115) и (9-116) видно, что отклонение этих уравнений от граничных условий тем больше, чем больше переходное сопротивление между стержнем и сталью. При низких переходных сопротивлениях система уравнений для токов (9-111)—(9-113) удовлетворяет граничным условиям с достаточной степенью точности. Для соблюдения граничных условий в начале и в конце ротора необходимо «включить» в сегменты торцевых короткозамыкающих колец эквивалентные источники ЭДС

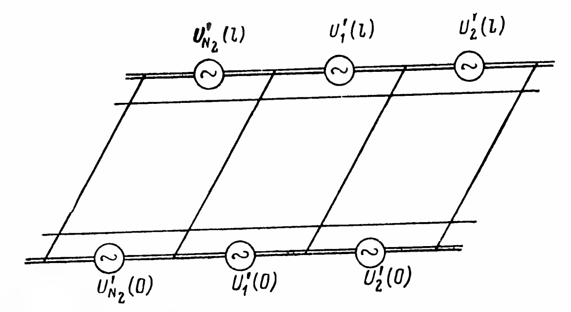


Рис. 9-15. Схема «включения» эквивалентных источников ЭДС в торцевые короткозамыкающие кольца.

(рис. 9-15), напряжения на выводах которых равны соответственно:

$$\dot U'_r(0)=-\dot U_r(0),\ r=1,\ 2,\ \ldots,\ N_2;$$

$$\dot U'_r(l)=-\dot U_r(l),\ r=1,\ 2,\ \ldots,\ N_2.$$

Эти добавочные напряжения U'_r создают добавочную систему токов I', накладываемую на систему токов $\dot I$, определяемую уравнениями (9-111) и (9-113).

Для результирующей системы токов $\dot I''$:

$$\dot I''=\dot I+\dot I'.$$

Как уже отмечалось, учет добавочной системы токов I' целесообразен только при больших значениях ρ, при малых ρ системой токов I' можно пренебречь, так как оба напряжения $U'_r(0)$ и $U_r'(l)$ пропорциональны переходному сопротивлению ρ, т. е.

$$U'_r(0)\sim\rho;\ U'(l)\sim\rho.$$

В приложении 2 приведен строгий расчет добавочной системы токов. Однако результаты этого расчета трудно проанализировать, поэтому рассмотрим приближенный расчет добавочной системы токов I'.

Если переходное сопротивление настолько мало, что справедливо неравенство

$$\left(\frac{\gamma\nu}{R}\right)^2 \cdot 2\rho \ll 4\sin^2\frac{\alpha\nu}{2} X_\nu,$$

то согласно предыдущим рассуждениям и детальному анализу, приведенному в приложении 2, добавочная система токов I' может не учитываться.

В этом случае согласно уравнению (9-113) поперечные токи в роторе n-го элементарного двигателя равны:

$$\dot I^n_{\mathrm{Fe}} = -\dot I^n_{rR} j\,\frac{\gamma\Delta\nu}{R},$$

где

$$\dot I^n_{rR} = \frac{\dot U^n_r\,(1-e^{-j\alpha\nu})}{2\sin\frac{\alpha\nu}{2}\,e^{j\alpha\nu/2}X_\nu\,(1-e^{-j\alpha\nu})} =$$

$$= \frac{\dot U^n_r}{2\sin\frac{\alpha\nu}{2}\,e^{j\alpha\nu/2}X_\nu}. \qquad (9\text{-}118)$$

Ток в стержне ротора $\dot I^n_r$ n-го элементарного двигателя согласно уравнению (9-110б) равен:

$$\dot I^n_r = -j2\dot I^n_{rR}\sin\frac{\alpha\nu}{2}\,e^{j\alpha\nu/2} = \frac{-2j\sin\frac{\alpha\nu}{2}\,e^{j\alpha\nu/2}}{X_\nu}\times$$

$$\times\frac{\dot U^n_r}{2\sin\frac{\alpha\nu}{2}\,e^{j\alpha\nu/2}}, \qquad (9\text{-}119)$$

т. е. $\dot I^n_r = -j\,\dfrac{\dot U^n_r}{X_\nu}$.

Потери от поперечных токов ΔP_q в роторе n-го элементарного двигателя составляют:

$$\Delta P^n_q = Z_2\,|I_{\mathrm{Fe}}|^2\,\frac{2\rho}{\Delta}.$$

Абсолютное значение $|I_{\mathrm{Fe}}|$ согласно (9-113) и (9-118) равно:

$$|I^n_{\mathrm{Fe}}| = |I^n_{rR}|\,\frac{\gamma\Delta\nu}{R},$$

где

$$|I^n_{rR}| = \frac{U^n_r}{2\sin\frac{\alpha\nu}{2}\,X_\nu}.$$

Следовательно,

$$|I^n_{\mathrm{Fe}}| = \frac{U^n_r}{2\sin\frac{\alpha\nu}{2}\,X_\nu}\,\frac{\gamma\Delta\nu}{R}$$

и

$$\Delta P^n_q = Z_2\left(\frac{U^n_r}{2\sin\frac{\alpha\nu}{2}\,X_\nu}\right)^2\left(\frac{\gamma\nu}{R}\right)^2\Delta^2\,\frac{2\rho}{\Delta} =$$

$$= Z_2\left(\frac{U^n_r}{2\sin\frac{\alpha\nu}{2}\,X_\nu}\right)^2\left(\frac{\gamma\nu}{R}\right)^2\cdot 2\rho\Delta.$$

Суммарные потери в роторе от поперечных токов равны:

$$P_q = \sum_{n=1}^{n}\Delta P^n_q = Z_2\left(\frac{U_\nu}{2\sin\frac{\alpha\nu}{2}\,X_\nu}\right)\left(\frac{\gamma\nu}{R}\right)^2\cdot 2\rho l.$$

Подставляя $\gamma = t_v/l$, получаем:

$$P_q = Z_2\left(\frac{U_\nu}{2\sin\frac{\alpha\nu}{2}\,X_\nu}\right)^2\left(\frac{\nu t_v}{R}\right)^2\frac{2\rho}{l}. \qquad (9\text{-}120)$$

Так как $1+\tau_{d\nu} = (\pi\nu/Z_2)^2[1/\sin^2(\nu\pi/Z_2)]$, $\alpha = 2\pi/Z_2$, то предыдущее выражение может быть преобразовано к виду

$$P_q = \frac{2\rho}{l}\,\frac{Z_2}{\pi^2}\,\frac{U^2_\nu\,(t_v/R)^2\,(\pi\nu/Z_2)^2\,Z^2_2}{4\sin^2\pi\nu/Z_2\,[X_{0\nu}\,(1+\tau_{d\nu})]^2} =$$

$$= \frac{2\rho}{l}\,\frac{Z^3_2}{4\pi^2}\left(\frac{U_\nu}{X_{0\nu}}\right)^2\frac{1}{(1+\tau_{d\nu})}\left(\frac{t_v}{R}\right)^2. \qquad (9\text{-}121)$$

Таким образом, при малых значениях ρ потери P_q прямо пропорциональны отношению ρ/l и квадрату скоса пазов t_v. Интересно, что потери от поперечных токов P_q обратно пропорциональны только первой степени $1+\tau_{d\nu}$, а не квадрату.

Добавочные потери в стержнях беличьей клетки $P^n{}_t$ n-го элементарного двигателя при токе из уравнения (9-119)

$$|I^n{}_r| = U^n{}_r/X_\nu$$

равны:

$$\Delta P^n{}_t = Z_2 r (U^n{}_r/X_\nu)^2 \Delta.$$

Суммарные добавочные потери P_t определяются как

$$P_t = \sum_{n=1}^{n} \Delta P^n{}_t = Z_2 r \left(\frac{U_\nu}{X_\nu}\right)^2 l, \qquad (9\text{-}122)$$

где r—активное сопротивление единицы длины стержня.

Из (9-122) видно, что при малом переходном сопротивлении ρ добавочные потери в беличьей клетке ротора со скосом пазов равны потерям при отсутствии скоса. Следовательно, в этом случае скос пазов не эффективен.

Если $(\gamma\nu/R)^2 \cdot 2\rho \gg 4\sin^2(\alpha\nu/2) X_\nu$ (область высоких переходных сопротивлений), то согласно предыдущим рассуждениям добавочная система токов I' должна приниматься во внимание.

Результирующий поперечный ток I''_{Fe} в этом случае равен векторной сумме поперечных токов I_{Fe} и I'_{Fe}, т. е.

$$\dot I''_{\mathrm{Fe}} = \dot I'_{\mathrm{Fe}} + \dot I_{\mathrm{Fe}}.$$

Соответственно результирующий ток в стержне

$$\dot I''_t = \dot I'_t + \dot I_t.$$

Рассчитаем добавочную систему токов в предположении, что при больших переходных удельных сопротивлениях ρ поперечные токи $\dot I'_{\mathrm{Fe}}$ весьма незначительны, и поэтому влияние их на результирующие токи в стержнях очень мало. Следовательно, можно записать для добавочных токов в стержнях I'_t следующее приближенное соотношение:

$$lj X_\nu \dot I_t (1 - e^{-j\alpha\nu}) = \dot U'(0) - \dot U'(l) =$$

$$= -\dot U'(0)\,[1 - e^{-j\gamma l\nu/R}].$$

Тогда ток в стержне

$$\dot I'_t = \frac{-\dot U(0)\,[1 - e^{-j\gamma l\nu/R}]}{jlX_\nu(1 - e^{-j\alpha\nu})}. \qquad (9\text{-}123)$$

Если

$$\dot U(0) = -j\dot U_\nu(0)\frac{(1 - e^{-j\alpha\nu})}{\gamma\nu/R},$$

то

$$\dot I_t = \frac{\dot U_\nu(0)}{\frac{\gamma\nu}{R} X_\nu l}[1 - e^{-j\gamma l\nu/R}].$$

Напряжение $\dot U_{AB}$, определяемое током I'_t, между двумя соседними стержнями n-го элементарного двигателя в точках A и B, удаленных на расстояние y от начала сердечника ротора (рис. 9-26), равно:

Рис. 9-16. К расчету влияния скоса пазов на добавочные потери.

$$\dot U_{AB} = \dot U'(0) - jX_\nu \dot I_t (1 - e^{-j\alpha\nu})\,y =$$

$$= -\dot U(0) - jX_\nu \dot I_t (1 - e^{-j\alpha\nu})\,y = j\dot U_\nu(0)\frac{(1 - e^{-j\alpha\nu})}{\gamma\nu/R} -$$

$$- \frac{j\dot U_\nu(0)}{\gamma\nu/R}[1 - e^{-j\gamma l\nu/R}](1 - e^{-j\alpha\nu})\frac{y}{l}; \qquad (9\text{-}124)$$

$$\dot U_{AB} = \frac{j\dot U_\nu(0)}{\gamma\nu/R}(1 - e^{-j\alpha\nu})\left[1 - (1 - e^{-j\gamma l\nu/R})\frac{y}{l}\right].$$

Как можно заметить, уравнение (9-124) аналогично уравнению (П2-18) (см. приложение 2). Добавочный поперечный ток $\dot I'_{\mathrm{Fe}}$, обусловленный напряжением $\dot U_{AB}$, равен:

$$\dot I'_{\mathrm{Fe}} = \frac{\dot U_{AB}}{2\rho}\Delta = \frac{j\dot U_\nu(0)}{\gamma\nu/R}(1 - e^{-j\alpha\nu}) \times$$

$$\times \frac{\left[1 - \frac{y}{l} + \frac{y}{l} e^{-j\gamma l\nu/R}\right]}{2\rho}\Delta,$$

а поперечный ток $\dot I_{Fe}$ согласно (9-113) равен:

$$\dot I_{Fe}=-\dot I^n rRj\left(\frac{\gamma\Delta\nu}{R}\right)=-j\dot U_\nu(0)\frac{e^{-j\gamma y\nu/R}(1-e^{-j\alpha\nu})}{(\gamma\nu/R)^2\,2\rho}\frac{\gamma\nu}{R}\Delta=$$

$$=-j\dot U_\nu(0)\,e^{-j\gamma y\nu/R}\frac{(1-e^{-j\alpha\nu})}{\frac{\gamma\nu}{R}\cdot 2\rho}\Delta.$$

Результирующий поперечный ток I''_{Fe} выразится как

$$\dot I''_{Fe}=\dot I_{Fe}+\dot I'_{Fe}=\frac{R}{\gamma\nu}\frac{\Delta}{2\rho}\Big\{j\dot U_\nu(0)(1-$$

$$-e^{-j\alpha\nu})\left[1-\frac{y}{l}+\frac{y}{l}e^{-j(\gamma l\nu)/R}\right]-$$

$$-j\dot U_\nu(0)(1-e^{-j\alpha\nu})\,e^{-j(\gamma y\nu/R)}\Big\}=$$

$$=j\dot U_\nu(0)\frac{(1-e^{-j\alpha\nu})}{\frac{\gamma\nu}{R}2\rho}\left[1-(1-e^{-j(\gamma l\nu)/R})\frac{y}{l}-\right.$$

$$\left.-e^{-j(\gamma y\nu/R)}\right]\Delta=j\dot U_\nu(0)\frac{(1-e^{-j\alpha\nu})}{(\gamma\nu/R)\,2\rho}f(y,\gamma)\Delta, \qquad (9\text{-}125)$$

где

$$f(y,\gamma)=1-(1-e^{-j(\gamma l\nu/R)})\frac{y}{l}-e^{-j(\gamma y\nu/R)}.$$

Таким образом, потери от поперечных токов при высоких удельных переходных сопротивлениях равны:

$$P_q=\frac{U^2_\nu 4\sin^2\frac{\alpha\nu}{2}Z_2}{(\gamma\nu/R)^2\cdot 2\rho}\int\limits_0^l|f(y,\gamma)|^2\,dy,$$

или

$$P_q=Z_2U^2_\nu\frac{4\sin^2\frac{\alpha\nu}{2}}{(\gamma\nu/R)^2\cdot 2\rho}\Psi(l,\gamma), \qquad (9\text{-}126)$$

где

$$\Psi(l,\gamma)=\int\limits_0^l f\,|(y,\gamma)|^2\,dy.$$

Интеграл $\Psi(l,\gamma)$ есть функция осевой длины сердечника ротора l и показательных функций с аргументом $(\gamma l\nu/R)$. В результате вычисления $\Psi(l,\gamma)$, проведенного в приложении 2, получим:

$$\Psi(l,\gamma)\approx 2l\left(1-\frac{1}{3}\sin^2\frac{\gamma l\nu}{2R}\right)=2l\Psi_0(\gamma).$$

Следовательно,

$$P_q=Z_2U^2_\nu\frac{4\sin^2\frac{\alpha\nu}{2}}{(\gamma\nu/R)^2\,\rho}l\Psi_0(\gamma). \qquad (9\text{-}127)$$

Если подставить

$$\gamma=t_v/l;\quad 1+\tau_{d\nu}=\frac{\left(\frac{\pi}{Z_2}\nu\right)^2}{\sin^2\frac{\pi}{Z_2}\nu}$$

и $\alpha=2\pi/Z_2$ в уравнение (9-127), то получим следующее выражение для расчета добавочных потерь от поперечных токов:

$$P_q=\frac{4\pi^2}{Z_2}\frac{U^2_\nu l^3}{(t_v/R)^2}\frac{1}{1+\tau_{d\nu}}\frac{\Psi_0(\gamma)}{\rho}. \qquad (9\text{-}128)$$

Из (9-128) вытекает, что при высоких переходных сопротивлениях ρ потери от поперечных токов P_q прямо пропорциональны первой степени длины сердечника ротора l и обратно пропорциональны квадрату скоса t_v, переходному удельному сопротивлению ρ и выражению $1+\tau_{d\nu}$.

Если удельное переходное сопротивление по длине стержня не постоянно, то в уравнение (9-120) следует подставлять среднее значение $\overline{\rho}$ вместо ρ, а в уравнение (9-128) — среднее значение $\overline{1/\rho}$ вместо $1/\rho$. Необходимо иметь в виду, что $\overline{1/\rho}\neq 1/\overline{\rho}$.

Результирующий ток в стержне I''_t, который определяет добавочные потери в беличьей клетке, при высоких удельных переходных сопротивлениях ρ равен:

$$\dot I''_t=-2j\frac{\dot U_\nu(0)}{2\rho(\gamma\nu/R)^2}e^{-j\gamma y\nu/R}(1-e^{-j\alpha\nu})\sin\frac{\alpha\nu}{2}e^{j\alpha\nu/2}+$$

$$+\frac{\dot U_\nu(0)}{\frac{\gamma\nu}{R}X_\nu l}\left[1-e^{-j\gamma l\nu/R}\right]\approx\frac{\dot U_\nu(0)}{lX_\nu\frac{\gamma\nu}{R}}\left[1-e^{-j\gamma l\nu/R}\right]. \qquad (9\text{-}129)$$

Тогда добавочные потери в клетке

$$P_t = Z_2 r l \frac{U^2_\nu}{X^2_\nu l^2 \left(\frac{\gamma\nu}{R}\right)^2} 4 \sin^2 \frac{\gamma l \nu}{2R} =$$

$$= Z_2 r l \left(\frac{U_\nu}{X_\nu}\right)^2 \left(\frac{\sin \frac{\gamma l \nu}{2R}}{\frac{\gamma l \nu}{2R}}\right)^2 = Z_2 r \left(\frac{U_\nu}{X_\nu}\right)^2 l f_Z, \qquad (9\text{-}130)$$

где f_Z — коэффициент скоса $[\sin(\gamma l\nu/2R) : (\gamma l \nu/2R)]$. В этом случае скос пазов становится весьма эффективным.

Добавочные потери P_t подчиняются одному и тому же закону как при низких, так и при высоких удельных переходных сопротивлениях ρ (обратно пропорциональны квадрату реактивного сопротивления обмотки ротора X_ν и не зависят от переходного сопротивления ρ). Напротив, закон изменения потерь P_q определяется удельным переходным сопротивлением.

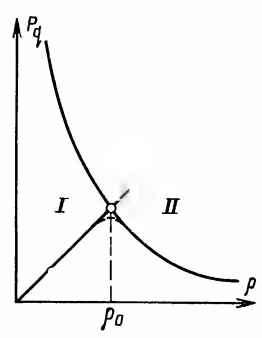


Рис. 9-17. Влияние переходного сопротивления ρ на добавочные потери от поперечных токов P_q.

При малых значениях ρ добавочные потери от поперечных токов P_q линейно зависят от ρ, в то время как при больших значениях ρ эти потери обратно пропорциональны ρ, т. е. имеют гиперболическую зависимость. Из сравнения уравнений (9-120) и (9-128) видно также, что при малых ρ потери от поперечных токов прямо пропорциональны квадрату скоса t_v, а при больших ρ — обратно пропорциональны квадрату скоса t_v.

Анализируя зависимость добавочных потерь P_q от длины сердечника ротора l, можно заметить, что при малых ρ эти потери обратно пропорциональны длине l, а при больших ρ — пропорциональны третьей степени длины сердечника.

Кроме того, при всех значениях переходного удельного сопротивления потери от поперечных токов P_q обратно пропорциональны $1+\tau_{d\nu}$. Зависимость потерь от поперечных токов P_q от удельного переходного со-

противления представлена на рис. 9-17. Прямая линия I соответствует зависимости при малых ρ, гипербола II — при больших ρ. Действительное изменение P_q показано пунктиром.

Из рис. 9-17 видно, что при удельном переходном сопротивлении ρ_0, соответствующем точке пересечения прямой I и гиперболы II, потери P_q максимальны (существование этого критического сопротивления впервые отметил Одок [171]). Для нахождения величины ρ_0 приравняем потери от поперечных токов по (9-120) и (9-127):

$$\frac{Z_2 U^2_\nu 4 \sin^2 \frac{\alpha\nu}{2}}{(t_v \nu/R)^2 \rho} l^3 \Psi_0(\gamma) = \frac{Z_2 U^2_\nu}{4 \sin^2 \frac{\alpha\nu}{2} X^2_\nu} \left(\frac{t_v \nu}{R}\right)^2 \frac{2\rho}{l},$$

откуда $$\rho_0 = \frac{2\sqrt{2} X_\nu l^2 \sin^2 \frac{\alpha\nu}{2} \sqrt{\Psi_0}}{(t_v \nu/R)^2};$$

после преобразований

$$\rho_0 = \frac{2\sqrt{2}\pi^2}{Z^2_2 \left(\frac{t_v}{R}\right)^2} X_{0\nu} l^2 \sqrt{\Psi_0}. \qquad (9\text{-}131)$$

Из (9-131) следует, что с увеличением длины сердечника ротора l критическое удельное переходное сопротивление перемещается в область высоких величин ρ, что было экспериментально подтверждено [171]. Необходимо также отметить, что критическое удельное сопротивление ρ_0 не зависит от коэффициента дифференциального рассеяния обмотки ротора и обратно пропорционально квадрату скоса t_v.

Из кривой зависимости потерь P_q от удельного переходного сопротивления ρ (рис. 9-17) следует, что улучшение изоляции между стержнем и сталью не всегда может вести к уменьшению потерь от поперечных токов

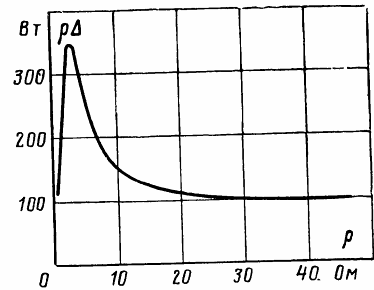


Рис. 9-18. Зависимость добавочных потерь при номинальной нагрузке от удельного переходного сопротивления.

(область I). Кривизна кривой потерь в точке ρ_0 может быть самой различной.

На рис. 9-18 [171] и 9-19 [189] показаны кривые зависимости добавочных потерь при номинальной нагрузке от удельного переходного сопротивления. Кривые построены для двух разных четырехполюсных короткозамкнутых двигателей. Как видно, форма кривых в окрестности максимума для этих двигателей не идентична.

Используя выражение (9-131) для критического

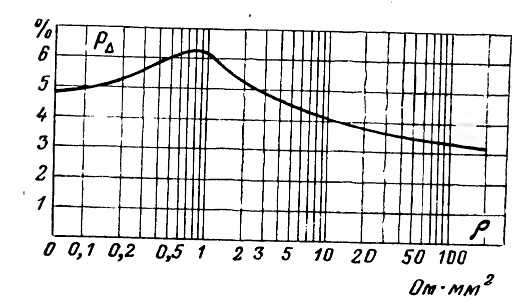


Рис. 9-19. Зависимость добавочных потерь при номинальной нагрузке от удельного переходного сопротивления.

удельного сопротивления, мы получаем следующую зависимость для оценки максимальных потерь от поперечных токов $P_{q\,max}$:

$$P_{q\,max} < \frac{Z_2 U^2{}_\nu \left(\frac{t_v \nu}{R}\right)^2 \cdot 4 X_{0\nu} \pi^2 l^2 \sqrt{\Psi_0}}{4 \sin^2 \frac{\pi\nu}{Z_2} X^2{}_{0\nu} (1+\tau_{d\nu})^2 l \left(Z_2 \frac{t_v}{R}\right)^2} =$$

$$= \frac{\sqrt{2} U^2{}_\nu l \sqrt{\Psi_0} Z_2}{X_{0\nu}(1+\tau_{d\nu})}. \qquad (9\text{-}132)$$

Максимальные потери от поперечных токов $P_{q\,max}$ приблизительно прямо пропорциональны осевой длине сердечника ротора l и обратно пропорциональны индуктивному сопротивлению обмотки ротора $X_\nu = X_{0\nu}(1+\tau_{d\nu})$ по отношению к ν-й гармонике поля. Поэтому максимум потерь от поперечных токов будет более ярко выраженным при обмотке ротора с малым дифференциальным рассеянием. Из уравнения (9-132) следует, что величина $P_{q\,max}$ не зависит от скоса пазов ротора.

Применим изложенные выше теоретические положения для случая прямых пазов ротора. В этом случае при подстановке $\gamma=0$ в уравнение (9-113) получим $I_{Fe}=0$. Таким образом, при отсутствии скоса пазов поперечные

токи, протекающие по стали из стержня в стержень, отсутствуют. Противоположные утверждения, встречающиеся иногда в литературе, неверны при условии, если сопротивление короткозамыкающих колец мало.

Кроме того, при $\gamma=0$ добавочные напряжения $U'(0)$ и $U'(l)$, значения которых определяются уравнениями (9-115) и (9-116), также равны 0. Из уравнения (9-117) следует, что при $\gamma=0$ $U^0{}_\nu = U^1{}_\nu = U^2{}_\nu = \ldots = U^N{}_\nu = U_\nu$. Таким образом, при $\gamma=0$ ток в стержне I_t согласно уравнению (9-112) равен:

$$\dot{I}_t = -j\frac{\dot{U}_\nu}{X_\nu} = \frac{\dot{U}_\nu}{jX_\nu}, \qquad (9\text{-}133)$$

что полностью совпадает с током, рассчитанным обычным способом при отсутствии скоса пазов.

Из этого анализа следует, что приближенные выражения, приведенные выше, качественно правильно отражают соотношения, полученные при более строгих выводах. Вдобавок описанный метод достаточно прост для понимания и позволяет получить некоторые новые результаты.

Рассмотрим более подробно соотношения для ротора, пазы которого скошены на одно зубцовое деление статора, что наиболее часто встречается в практике.

В этом случае

$$t_v = 2\pi R / Z_1. \qquad (9\text{-}134)$$

Потери от поперечных токов P_q при низких удельных переходных сопротивлениях ρ согласно уравнению (9-120) для $\alpha = 2\pi/Z_2$ равны:

$$P_q = Z_2 \frac{U^2{}_\nu}{4\sin^2 \frac{\pi\nu}{Z_2} X^2{}_\nu} \left(\frac{2\pi\nu}{Z_1}\right)^2 \frac{2\rho}{l} =$$

$$= \frac{U^2{}_\nu}{X^2{}_{0\nu}} \frac{Z_2}{1+\tau_{d\nu}} \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^2 \frac{2\rho}{l}. \qquad (9\text{-}135)$$

При расчете добавочных потерь, обусловленных полем от гармоники МДС статора порядка ν, необходимо ввести в (9-135) выражение для ЭДС U_ν, индуктируемой этим полем в единице длины стержня:

$$U_\nu = B_\nu v_{\nu r} / \sqrt{2}, \qquad (9\text{-}136)$$

где $\dot{B}_\nu$ — амплитуда индукции ν-й гармоники поля в воздушном зазоре; $v_{\nu r}$ — скорость этой гармоники поля относительно вращающегося ротора.

Если n_s — синхронная частота вращения двигателя, а p — число пар полюсов рабочей гармоники поля, то скорость поля относительно ротора определяется из выражения

$$v_{\nu r}=R\frac{\pi n_s}{30}\left(1\mp\frac{p}{\nu}\right). \qquad (9\text{-}137)$$

б) Добавочные потери от поперечных токов при холостом ходе

Если на ротор воздействует поле, обусловленное зубчатостью статора, с амплитудой, пропорциональной $a_1/2a_0$, то получим для ЭДС, индуктируемой в единице длины стержня при $\nu\approx Z_1$, следующее выражение:

$$U_{Z1}=B_{Z1}v_{rZ1}\frac{1}{\sqrt{2}}, \qquad (9\text{-}138)$$

где

$$B_{Z1}=B_\delta\frac{a_1}{2a_0}.$$

Скорость поля, обусловленного зубчатостью статора, с Z_1 парами полюсов по отношению к ротору при холостом ходе приближенно равна:

$$v_{rZ1}\approx R\pi n_s/30. \qquad (9\text{-}138а)$$

Если подставить в (9-135) индуктивное сопротивление беличьей клетки X_{0p} для рабочего поля с p парами полюсов

$$X_{0Z1}=X_{0p}\frac{p}{Z_1}$$

и выражение для коэффициента дифференциального рассеяния клетки при $\nu\approx Z_1$

$$1+\tau_{dZ1}=\left(\frac{\pi Z_1}{Z_2}\right)^2\frac{1}{\sin^2\frac{\pi Z_1}{Z_2}}, \qquad (9\text{-}138б)$$

то получим следующее уравнение для потерь от поперечных токов при малых переходных удельных сопротив-

лениях:

$$P_{q0}=\frac{\rho}{l}\,\frac{Z_2^2}{4\pi^2}\,\frac{\left(B_\delta\frac{a_1}{2a_0}\right)^2\left(\frac{R\pi}{30}n_s\right)^2\left(\frac{Z_1}{p}\right)^2\left(\frac{1}{X_{0p}}\right)^2\left(\frac{2\pi}{Z_1}\right)^2}{\left(\frac{\pi Z_1}{Z_2}\right)^2\frac{1}{\sin^2\frac{\pi Z_1}{Z_2}}}\sim$$

$$\sim Z_1^4\,\frac{\rho}{l}\,\frac{\left(B_\delta\frac{a_1}{2a_0}\right)^2}{X_{0p}^2}\,\frac{R^2}{p^2}\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^2\frac{1}{\left(\frac{\pi Z_1}{Z_2}\right)^2\frac{1}{\sin^2\frac{\pi Z_1}{Z_2}}}. \qquad (9\text{-}139)$$

Потери от поперечных токов P_q при $X_{0p}=Z_2X_{0Z1}/p$ пропорциональны:

$$P_q\sim Z_1\frac{\rho}{l}\left(\frac{B_\delta\frac{a_1}{2a_0}}{X_{0Z1}}\right)^2\frac{1}{p^2}\,\frac{Z_2}{Z_1}\,\frac{1}{\left(\frac{\pi Z_1}{Z_2}\right)^2\frac{1}{\sin^2\frac{\pi Z_1}{Z_2}}}. \qquad (9\text{-}140)$$

Следовательно, зависимость потерь P_q от отношения чисел пазов Z_2/Z_1 определяется функцией

$$f\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)=\frac{Z_2}{Z_1}\,\frac{1}{\left(\frac{\pi Z_1}{Z_2}\right)^2\frac{1}{\sin^2\frac{\pi Z_1}{Z_2}}}. \qquad (9\text{-}141)$$

Функция $f(Z_2/Z_1)$, рассчитанная по уравнению (9-141) при различных Z_2/Z_1, представлена на рис. 9-20, из которого видно, что P_q имеет крутой рост при $Z_2/Z_1>1{,}2$.

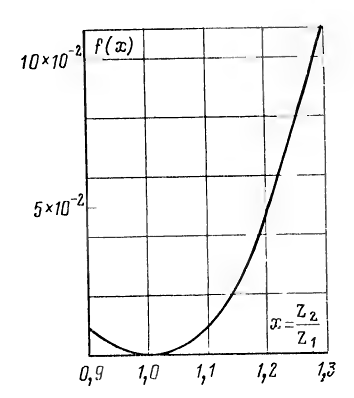


Рис. 9-20. Функция $f(Z_2/Z_1)$

Критическое переходное удельное сопротивление равно:

$$\rho_0=2l^2\cdot 0{,}83X_{0p}\frac{p}{Z_1}=$$

$$=1{,}66\frac{Z_2}{Z_1}X_{0Z1}l^2. \qquad (9\text{-}142)$$

При скосе пазов ротора на одно зубцовое деление статора критическое удельное сопротивление ρ_0 линейно зависит от отношения числа пазов Z_2/Z_1 и увеличивается с ростом этого отношения.

9-11. ДОБАВОЧНЫЕ ПОТЕРИ В ДВИГАТЕЛЕ С НЕИЗОЛИРОВАННЫМИ СТЕРЖНЯМИ БЕЛИЧЬЕЙ КЛЕТКИ ПРИ ХОЛОСТОМ ХОДЕ

В этом случае следует рассчитывать полные поверхностные и пульсационные потери в роторе, так как они определяются магнитным потоком в отдельных листах, не зависящим от скоса. Влияние реакции якоря на полные поверхностные потери при скосе пазов незначительно. При расчете должны быть учтены потери от поперечных токов P_q.

Пример 9-11. Короткозамкнутый двигатель: $P=180$ кВт; $2p=4$; стержни беличьей клетки не изолированы, пазы ротора скошены:

Поверхностные потери, кВт	1,3
Пульсационные потери, кВт	0,9
Потери от поперечных токов, кВт	0,5
Суммарные добавочные потери, кВт	2,8
Измеренные потери, кВт	2,1

Пример 9-12. Короткозамкнутый двигатель: $P=180$ кВт; $2p=4$; стержни беличьей клетки изолированы, пазы ротора скошены:

Поверхностные и пульсационные потери, кВт	2,3
Измеренные потери, кВт	1,7

В примерах 9-11 и 9-12 двигатели имели один и тот же статор.

9-12. ДОБАВОЧНЫЕ ПОТЕРИ В БЕЛИЧЬЕЙ КЛЕТКЕ ПРИ НАГРУЗКЕ

Амплитуда индукции B_ν поля в воздушном зазоре от ν-й гармоники МДС определяется выражением

$$B_\nu \sim \frac{p}{\nu}\frac{\zeta_\nu}{\zeta_p}F_p, \qquad (9\text{-}143)$$

где ζ_p — обмоточный коэффициент для рабочей гармоники с p парами полюсов; ζ_ν — обмоточный коэффициент для ν-й гармоники; F_p — амплитуда рабочей гармоники МДС статора при нагрузке.

При

$$X_{0\nu}=X_{0p}\frac{p}{\nu} \text{ и } 1+\tau_{d\nu}=\left(\frac{\pi\nu}{Z_2}\right)^2\frac{1}{\sin^2\frac{\pi\nu}{Z_2}}$$

выражение (9-135) можно представить в виде

$$P_{q\nu}\sim Z_2\left(\frac{\zeta_\nu}{\zeta_p}\frac{p}{\nu}F_p\right)^2\left(1\mp\frac{p}{\nu}\right)^2\left(\frac{\nu}{p}\right)^2\frac{1}{X^2_{0p}}\times$$

$$\times\frac{\sin^2\frac{\pi\nu}{Z_2}}{\left(\frac{\pi\nu}{Z_2}\right)^2}\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^2\frac{2\rho}{l}=Z_2\left(\frac{\zeta_\nu}{\zeta_p}\right)^2\frac{F^2_p}{X^2_{0p}}\left(1\mp\frac{p}{\nu}\right)^2\times$$

$$\times\frac{1}{1+\tau_{d\nu}}\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^2\frac{2\rho}{l}. \qquad (9\text{-}144)$$

При больших удельных переходных сопротивлениях ρ добавочные потери P_q, обусловленные полем от ν-й гармоники МДС статора при скосе пазов ротора на одно зубцовое деление статора ($t_v=2\pi R/Z_1$), согласно уравнению (9-128) пропорциональны:

$$P_{q\nu}\sim\left(\frac{\zeta_\nu}{\zeta_p}\frac{p}{\nu}F_p\right)^2\left(1\mp\frac{p}{\nu}\right)^2\frac{l^3}{2\rho}\frac{1}{1+\tau_{d\nu}}\Psi_0(\gamma)\frac{Z^2_1}{Z_2}. \qquad (9\text{-}145)$$

При больших удельных переходных сопротивлениях потери от поперечных токов P_q вновь обратно пропорциональны первой степени выражения $1+\tau_{d\nu}$ и прямо пропорциональны третьей степени длины сердечника ротора l. Таким образом, при прочих равных условиях увеличение длины сердечника ротора в k раз ($l_1=kl$) приведет к увеличению рассматриваемых потерь в k^3 раз. Для снижения потерь от поперечных токов в длинных машинах рекомендуется либо очень тщательно изолировать роторные стержни, либо, наоборот, стремиться к максимально возможному контакту стержня со сталью, чтобы получить низкое переходное удельное сопротивление. Кроме того, как видно из последующих рассуждений, машины с большой длиной сердечника должны иметь обмотку статора с укороченным шагом ($\lambda=0,8$).

Рассматривая роль отдельных полей от гармоник МДС статора в создании суммарных потерь P_q, необходимо подчеркнуть, что при небольшом числе пазов статора на полюс и фазу q наиболее значительными будут потери, обусловленные полями от зубцовых гармоник МДС статора с $\nu=Z_1\pm p$ парами полюсов, так как обмо-

точный коэффициент ζ_ν для этих гармоник равен обмоточному коэффициенту для рабочей гармоники[1].

Отношение потерь, вызванных этими полями при малых удельных переходных сопротивлениях ρ, согласно (9-144) равно:

$$\frac{P_{q(Z1+p)}}{P_{q(Z1-p)}}=\frac{1+\tau_{d(Z1-p)}}{1+\tau_{d(Z1+p)}}\left(\frac{Z_1-p}{Z_1+p}\right)^2. \qquad (9\text{-}146)$$

При высоких удельных переходных сопротивлениях согласно уравнению (9-145)

$$\frac{P_{q(Z1+p)}}{P_{q(Z1-p)}}=\left(\frac{Z_1-p}{Z_1+p}\right)^4\frac{1+\tau_{d(Z1-p)}}{1+\tau_{d(Z1+p)}}. \qquad (9\text{-}146а)$$

Следовательно, потери, обусловленные полями от зубцовых гармоник МДС статора, обратно пропорциональны соответствующим коэффициентам дифференциального рассеяния τ_d. Из зависимости коэффициента дифференциального рассеяния беличьей клетки от $m=Z_2/\nu$ (см. рис. 4-2) видно, что $1+\tau_{d(Z1-p)}/(1+\tau_{d(Z1+p)})\ll 1$. Отсюда вытекает, что потери $P_{q(Z1-p)}$ от гармоники поля с Z_1-p парами полюсов превосходят потери $P_{q(Z1+p)}$ от гармоники поля с Z_1+p парами полюсов, т. е.

$$\frac{P_{q(Z1+p)}}{P_{q(Z1-p)}}<1. \qquad (9\text{-}146б)$$

Следовательно, потери от поперечных токов определяются в первую очередь гармоникой поля с Z_1-p парами полюсов.

Пример 9-13. $Z_1=36$; $Z_2=44$; $2p=4$; $Z_1+p=38$; $Z_1-p=34$; $1+\tau_{d38}=42{,}0$; $1+\tau_{d34}=13{,}8$.

Для этих параметров получим:

$$\frac{P_{q38}}{P_{q34}}=\frac{13{,}8}{42}\left(\frac{34}{38}\right)^2=0{,}26;$$

$$\frac{P_{q38}}{P_{q34}}=\frac{13{,}8}{42}\left(\frac{34}{38}\right)^4=0{,}21.$$

Если обмотка статора имеет укороченный шаг ($\lambda\approx 0{,}8$), то для всех гармоник, исключая зубцовые,

$$(\zeta_\nu/\zeta_p)^2\ll 1.$$

[1] В этих исследованиях не было учтено влияние зубчатости воздушного зазора на поля от зубцовых гармоник МДС (см. [43]).

Суммарные потери от поперечных токов в этом случае могут быть рассчитаны по приближенной формуле

$$P_q=P_{q(Z1-p)}+P_{q(Z1+p)}=$$

$$=P_{q(Z1-p)}\left[1+\frac{1+\tau_{d(Z1-p)}}{1+\tau_{d(Z1+p)}}\left(\frac{Z_1-p}{Z_1+p}\right)^n\right]. \qquad (9\text{-}147)$$

При малых ρ $n=2$, и согласно уравнению (9-144) имеем:

$$P_{q(Z1-p)}\sim Z_2F^2_p\left(\frac{Z_1}{Z_1-p}\right)^2\frac{1}{X^2_{0p}}\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^2\frac{1}{1+\tau_{d(Z1-p)}}\frac{2\rho}{l}; \qquad (9\text{-}147а)$$

при больших ρ $n=4$, и согласно уравнению (9-145)

$$P_{q(Z1-p)}\sim\left(\frac{p}{Z_1-p}\right)^2\left(\frac{F_p}{Z_1-p}\right)^2 Z^2_1\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2\times$$

$$\times\frac{l^3}{2\rho}\frac{1}{1+\tau_{d(Z1-p)}}\Psi_0(\gamma). \qquad (9\text{-}147б)$$

Если обмотка статора имеет диаметральный шаг, то при расчете суммарных потерь от поперечных токов необходимо учитывать потери от полей, вызванных гармониками МДС статора порядка $5p$ и $7p$.

При малых значениях удельного переходного сопротивления потери от гармоники поля порядка $5p$ пропорциональны:

$$P_{q(5p)}\sim Z_2\left(\frac{\zeta_{5p}}{\zeta_p}\right)^2F^2_p\left(1+\frac{1}{5}\right)^2\frac{1}{X^2_{0p}}\frac{1}{1+\tau_{d(5p)}}\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^2\frac{2\rho}{l}, \qquad (9\text{-}148)$$

а отношение этих потерь к потерям $P_{q(Z1-p)}$, вызванным гармоникой поля порядка Z_1-p, равно:

$$\frac{P_{q(5p)}}{P_{q(Z1-p)}}=\left(\frac{\zeta_{5p}}{\zeta_p}\right)^2\frac{(1+1/5)^2}{[Z_1/(Z_1-p)]^2}\frac{[1+\tau_{d(Z1-p)}]}{[1+\tau_{d(5p)}]}. \qquad (9\text{-}149)$$

Соответственно для потерь от гармоники поля порядка $7p$

$$\frac{P_{q(7p)}}{P_{q(Z1-p)}}=\left(\frac{\zeta_{7p}}{\zeta_p}\right)^2\frac{(1-1/7)^2}{[Z_1/(Z_1-p)]^2}\frac{1+\tau_{d(Z1-p)}}{1+\tau_{d(7p)}}. \qquad (9\text{-}149а)$$

Пример 9-14. Для четырехполюсного двигателя с $Z_1=36$, $Z_2=46$ отношение $P_{q(10)}/P_{q(34)}$ при $1+\tau_{d10}=1{,}15$, $1+\tau_{d34}=13{,}4$, $\zeta_{10}=0{,}22$ согласно уравнению (9-149) равно:

$$\frac{P_{q10}}{P_{q34}}=\left(\frac{0{,}22}{0{,}96}\right)^2\frac{1{,}44}{1{,}12}\,\frac{13{,}4}{1{,}15}=0{,}77.$$

Соответственно для потерь, вызванных полем от 7-й гармоники МДС статора, при

$$1+\tau_{d14}=1{,}4;\ \zeta_{14}=0{,}18$$

получим:

$$\frac{P_{q14}}{P_{q34}}=\left(\frac{0{,}18}{0{,}96}\right)^2\frac{0{,}74}{1{,}12}\,\frac{13{,}4}{1{,}4}=0{,}22.$$

Из примера 9-14 видно, что при малых значениях удельного переходного сопротивления ρ и обмотке статора с диаметральным шагом суммарные потери от поперечных токов определяются потерями, вызванными полями от 5-й и зубцовых гармоник МДС статора. Следовательно, суммарные потери от поперечных токов при малых ρ равны:

$$P_q\approx P_{q(Z1-p)}\left[1+\frac{1+\tau_{d(Z1-p)}}{1+\tau_{d(Z1+p)}}\left(\frac{Z_1-p}{Z_1+p}\right)^2+\right.$$
$$\left.+\left(\frac{\zeta_{5p}}{\zeta_p}\right)^2\cdot 1{,}44\left(\frac{Z_1-p}{Z_1}\right)^2\frac{1+\tau_{d(Z1-p)}}{1+\tau_{d(5p)}}\right]. \qquad (9\text{-}150)$$

При высоких значениях удельных переходных сопротивлений скос пазов ротора на одно зубцовое деление статора весьма эффективен. В результате этого воздействие полей от зубцовых гармоник МДС статора на ротор сильно подавляется. Поэтому при обмотке статора с диаметральным шагом потери в роторе от поперечных токов P_q обусловлены в первую очередь полями от гармоник МДС статора порядка $5p$ и $7p$; значение потерь, вызванных полем от зубцовой гармоники МДС с Z_1-p парами полюсов, будет сравнительно мало.

В качестве примера рассмотрим отношения потерь для четырехполюсного двигателя с $Z_1=36$, $Z_2=44$.

В этом случае отношение потерь от гармоники поля порядка $5p$ к потерям от гармоники поля с Z_1-p парами полюсов при

$$1+\tau_{d10}=1{,}15;\ 1+\tau_{d34}=13{,}4;\ \zeta_{10}=0{,}22;\ \zeta_2=0{,}96$$

равно:

$$\frac{P_{q10}}{P_{q34}}=\left(\frac{0{,}22}{0{,}96}\right)^2\left(\frac{1{,}2}{5}\right)^2\frac{13{,}4}{1{,}15}\,17^2\left(\frac{34}{36}\right)^2=9{,}1,$$

а для потерь от гармоники поля порядка $7p$

$$\frac{P_{q14}}{P_{q34}}=\left(\frac{0{,}18}{0{,}96}\right)^2\frac{1}{7}\left(\frac{6}{7}\right)^2\frac{13{,}4}{1{,}4}\,17^2\left(\frac{34}{36}\right)^2=1{,}3.$$

Следовательно, суммарные потери от поперечных токов определяются в основном потерями от гармоники поля порядка $5p$. При обмотке статора с диаметральным шагом, следовательно, можно записать:

$$P_q\approx P_{q\,(5p)}\left[1+\left(\frac{\zeta_{7p}}{\zeta_{5p}}\right)^2\frac{25}{49}\,\frac{0{,}72}{1{,}44}\,\frac{1+\tau_{d14}}{1+\tau_{d10}}\right]. \qquad (9\text{-}151)$$

При обмотке с укороченным шагом для рассмотренного выше двигателя $\zeta_{10}=0{,}040$; $\zeta_{14}=0{,}136$ и отношения потерь равны:

$$P_{q10}/P_{q34}=0{,}30;\ P_{q14}/P_{q34}=0{,}77.$$

В этом случае потери от поперечных токов определяются в основном потерями от гармоники поля порядка $\nu=Z_1-p$.

Выражение (9-151) справедливо, если неравенства

$$\left(\frac{\gamma\nu}{R}\right)^2\cdot 2\rho\gg 4\sin^2\frac{\alpha\nu}{2}\,X_\nu$$

или

$$\left(\frac{2\pi}{Z_1}\,\nu\right)^2\cdot 2\rho\gg 4\sin^2\frac{\pi\nu}{Z_2}$$

удовлетворяются для $\nu=5p$ и $\nu=Z_1-p$, т. е. гиперболическая зависимость потерь от переходного сопротивления имеет место для обеих гармоник поля (в примере, рассчитанном Одоком, для гармоники поля порядка $5p$ это не соблюдается).

Из предыдущих рассуждений видно, что дифференциальное рассеяние клетки определяет добавочные потери в роторе. Это справедливо в первую очередь для потерь от поперечных токов, так как они прямо пропорциональны отношению $1/(1+\tau_{d\nu})$. Поэтому при неизолированных стержнях беличьей клетки и скосе пазов ротора эти потери будут значительны, если трудно выдержать соотношение $Z_2<Z_1$, при котором значение $\tau_{d\nu}$ достаточно высокое.

При скосе пазов и неизолированной клетке соотношение $Z_2>1{,}15Z_1$ должно выбираться по общим соображениям. Если $Z_2/Z_1<1$, то лучше отказаться от скоса пазов с целью уменьшения потерь от поперечных токов в роторе.

В короткозамкнутом двигателе со скосом пазов ротора может быть еще один вид добавочных потерь: потери в стали основной частоты, возникающие, если на концах сердечника МДС статора не будут компенсироваться МДС ротора. В этом случае остаточная МДС может обусловить увеличение добавочных магнитных потоков и, следовательно, добавочных потерь в стали (анализ этих процессов приводится в приложении 3).

9-13. ПОТЕРИ ОТ ПОПЕРЕЧНЫХ ТОКОВ ПРИ НАГРУЗКЕ С УЧЕТОМ ЗУБЧАТОСТИ СТАТОРА

а) Двухслойная обмотка статора с укороченным шагом $\lambda=0{,}8\tau_p$

В этом случае потери от поперечных токов при номинальной нагрузке P_{qn} обусловлены в основном результирующими гармониками поля с $Z_1\pm p$ парами полюсов.

Если P_{q0} — потери от поперечных токов в режиме холостого хода, то потери от поперечных токов в номинальном режиме равны:

$$P_{qn}=P_{q0}/\eta, \tag{9-152}$$

где η определяется по уравнению (9-84).

б) Обмотка статора с диаметральным шагом

Как было показано в предыдущем параграфе, при определении суммарных потерь от поперечных токов P_{qn} для случая низкого удельного переходного сопротивления необходимо учитывать, кроме потерь от полей с $Z_1 \pm p$ парами полюсов, также потери, обусловленные полями гармоник МДС статора порядка $5p$ и $7p$. Потери от поперечных токов, вызванные полями от высших гармоник МДС статора, определяются выражением

$$P_q \approx P_{q(Z1-p)}\left[1+\frac{1+\tau_{d(Z1-p)}}{1+\tau_{d(Z1+p)}}\left(\frac{Z_1-p}{Z_1+p}\right)^2+\right.$$

$$+\left(\frac{\zeta_{5p}}{\zeta_p}\right)^2\left(\frac{Z_1-p}{Z_1}\right)^2\cdot 1{,}44\,\frac{1+\tau_{d(Z1-p)}}{1+\tau_{d(5p)}}+$$

$$\left.+\left(\frac{\zeta_{7p}}{\zeta_p}\right)^2\cdot 0{,}74\left(\frac{Z_1-p}{Z_1}\right)^2\frac{1+\tau_{d(Z1-p)}}{1+\tau_{d(7p)}}\right]\approx$$

$$\approx\left[P_{q(Z1-p)}+P_{q(Z1+p)}\right]\left[1+\left(\frac{\zeta_{5p}}{\zeta_p}\right)^2\frac{1+\tau_{dZ1}}{1+\tau_{d(6p)}}\right]. \tag{9-153}$$

Поэтому для суммарных потерь P_{qn} при номинальной нагрузке с учетом результирующих гармоник поля в воздушном зазоре с $Z_1 \pm p$ парами полюсов получим:

$$P_{qn}=\left[P_{q(Z1-p)}\xi^2_{(Z1-p)n}+P_{q(Z1+p)}\xi^2_{(Z1+p)n}\right]\times$$

$$\times\left[1+\frac{\left(\frac{\zeta_{5p}}{\zeta_p}\right)^2\frac{1+\tau_{dZ1}}{1+\tau_{d6p}}}{\frac{\xi^2_{(Z1-p)n}+\xi^2_{(Z1+p)n}}{2}}\right]=$$

$$=\frac{P_{q0}}{\eta}\left[1+\frac{2\left(\frac{\zeta_{5p}}{\zeta_p}\right)^2\frac{1+\tau_{dZ1}}{1+\tau_{d6}}}{\xi^2_{(Z1-p)}+\xi^2_{(Z1+p)n}}\right], \tag{9-154}$$

где P_{q0} — потери от поперечных токов в режиме холостого хода, обусловленные полями от зубцовых гармоник МДС с $Z_1 \pm p$ парами полюсов.

Пример 9-15. Рассчитаем добавочные потери для короткозамкнутого двигателя, рассмотренного ранее, $P=180$ кВт, $2p=4$ при двух разных роторах;

19—1016

ротор А: $Z_2=40$ пазов, скошенных на одно зубцовое деление статора, стержни клетки изолированы;

ротор В: $Z_2=40$ пазов, скошенных на одно зубцовое деление статора, стержни клетки не изолированы.

Оба ротора имеют литые алюминиевые клетки.

Ротор А

Поверхностные потери при холостом ходе $P_{00}=1350$ Вт.

Поверхностные потери при номинальной нагрузке $P_{0n}=1350/0{,}91=1500$ Вт; $\eta=0{,}91$.

Пульсационные потери при холостом ходе $P_{p0}=950$ Вт.

Суммарные добавочные потери при номинальной нагрузке $1050+1500=2550$ Вт.

Измеренные потери — 2650 Вт

Ротор В

Поверхностные потери при холостом ходе $P_{00}=1350$ Вт.

Поверхностные потери при номинальной нагрузке $P_{0n}=1350/0{,}91=1500$ Вт.

Пульсационные потери при холостом ходе $P_{p0}=950$ Вт.

Пульсационные потери при номинальной нагрузке $P_{pn}=950/0{,}91=1050$ Вт.

Потери в роторе от поперечных токов при холостом ходе $P_{q0}=500$ Вт.

Потери от поперечных токов при номинальной нагрузке по (9-154)

$$P_{qn}=\frac{P_{q0}}{\eta}\left[1+\frac{2\left(\frac{\zeta_{5p}}{\zeta_p}\right)^2\frac{1+\tau_{dZ1}}{1+\tau_{d6}}}{\xi^2_{(Z1-p)n}+\xi^2_{(Z1+p)n}}\right]=$$

$$=\frac{500}{0{,}91}\left[1+\frac{2\cdot 2{,}25\left(\frac{0{,}2}{0{,}96}\right)^2\frac{43}{1{,}37}}{13+7{,}8}\right]=$$

$$=\frac{500}{0{,}91}(1+0{,}29)\approx 710\ \text{Вт}$$

$$\left(\xi^2_{(Z1-p)n}=\frac{13}{2{,}25};\ \xi^2_{(Z1+p)n}=\frac{7{,}8}{2{,}25}\right).$$

Суммарные добавочные потери при номинальной нагрузке $1500+1050+710=3260$ Вт.

Измеренные потери 3600 Вт.

Из сравнения результатов эксперимента и расчета видно, что отклонение значения потерь составляет 5—6%. Это вызвано неточностью расчета отдельных составляющих потерь, особенно при учете влияния насыщения стали, а также погрешностью измерений (метод противовращения).

С другой стороны, необходимо отметить, что изложенная выше теория дает простые выражения, позволяющие определить влияние всех параметров на доба-

вочные потери, и что она правильно отражает общую закономерность добавочных потерь, согласующуюся с экспериментом.

В заключение нам бы хотелось привлечь внимание к исследованию Оберретля [274], который дает правила, позволяющие уменьшить добавочные потери при номинальной нагрузке до 1% потребляемой мощности (см. приложение 4).

9-14. УМЕНЬШЕНИЕ ДОБАВОЧНЫХ ПОТЕРЬ ПРИМЕНЕНИЕМ МАГНИТНЫХ КЛИНЬЕВ

Как следует из предыдущего анализа, добавочные потери зависят от амплитуды полей, обусловленных зубчатостью воздушного зазора, которая согласно рис. 6-10 является функцией открытий пазов. Поэтому наибольшие добавочные потери можно ожидать в двигателе с открытыми пазами. Это предположение было много раз подтверждено на практике. Неудачно сконструированный асинхронный двигатель с открытыми пазами вследствие относительно малого воздушного зазора обладает значительными добавочными потерями, ведущими к большому снижению коэффициента полезного действия двигателя и, следовательно, к недопустимому нагреву.

Амплитуда высших гармоник магнитного поля в воздушном зазоре существенно зависит от открытия паза; с этой целью после укладки обмотки статора пазы закрываются магнитными клиньями из частично магнитопроводящего материала вместо обычных деревянных, фибровых или пластиковых клиньев. Однако магнитное шунтирование открытия паза значительно увеличивает потоки пазового рассеяния, ухудшая, таким образом, коэффициент мощности машины. С этой точки зрения необходимо стремиться к низкой проницаемости клина или применять материалы, имеющие низкую тангенциальную и высокую радиальную магнитные проницаемости.

Хотя в последние десятилетия проблеме магнитных клиньев было уделено большое внимание и было получено много патентов, результаты оказались недостаточно удовлетворительными либо из-за высокой цены магнитных клиньев, либо из-за их быстрого старения, ведущего к ухудшению их магнитных и особенно механических свойств.

Тем не менее использование магнитных клиньев приводит к значительному уменьшению добавочных высокочастотных потерь. Согласно измерениям, проведенным на двигателях с различными типами магнитоориентированных клиньев, Чалмерс [211] достиг уменьшения добавочных потерь приблизительно на 50% при сохранении неизменными других параметров двигателя. Применением магнитооднородных клиньев, изготовленных смешиванием железного порошка с эпоксидной смолой, добавочные потери могут быть уменьшены на 85%. При этом нагрев уменьшается от 15 до 25% [212].

9-15. ИЗМЕРЕНИЕ ДОБАВОЧНЫХ ПОТЕРЬ

Экспериментальные исследования добавочных потерь в изготовленной машине — одна из сложных проблем, возникающая при проверке электродвигателей. Трудности измерений этих потерь заключаются не только в сложности измерительных методов, но скорее в требовании точности измерения. По этой причине большинство стран в последние десятилетия изъяло измерение этих потерь из своих стандартов и приняло новое положение, по которому потери оцениваются как 0,5% потребляемой мощности двигателя. Во многих странах эта норма в стандарте все еще имеет место, хотя, как показали испытания, проведенные в последние 20 лет, это значение не соответствует действительному для большинства машин. Поэтому в последние годы большое внимание было уделено известным методам измерения добавочных потерь и разработке новых методов. С хронологической и методологической точек зрения наиболее важные и распространенные методы измерения добавочных потерь могут быть систематизированы по следующим группам:

А. Измерение добавочных потерь при холостом ходе.

Б. Измерение добавочных потерь при нагрузке:

1. Косвенное измерение добавочных потерь.
2. Возбуждение постоянным током.
3. Метод противовращения.
4. Метод несимметричного питания статора.
5. Дифференциальные методы:
   а) метод электрического динамометра;
   б) метод взаимной нагрузки с электромеханической связью;
   в) метод взаимной нагрузки с механической связью.

А. Измерение добавочных потерь при холостом ходе

Добавочные потери при холостом ходе измеряются методом тарированного двигателя, многократно описанным в литературе по электрическим машинам.

Измеряемая асинхронная машина приводится во вращение тарированным двигателем постоянного тока.

При этом определяют мощность, поступающую с вала двигателя постоянного тока P_i, т. е. мощность, подводимую к вращаемой асинхронной машине.

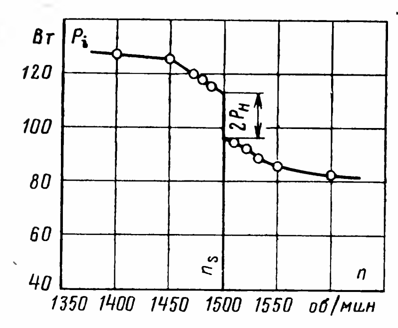


Рис. 9-21. Экспериментальная зависимость добавочных потерь при холостом ходе от частоты вращения.

Сначала измерение проводится при частоте вращения, близкой к синхронной, и при статорной обмотке машины, подключенной к сети. Из зависимости $P_i=f(n)$, полученной в результате измерений (рис. 9-21), определяют скачок на синхронной скорости n_s, равный удвоенным гистерезисным потерям $P_н$, и среднее значение подводимой мощности P_{is} на синхронной частоте вращения. Вычитанием потерь в статоре получаем требуемую электромагнитную мощность при синхронной частоте вращения $P_{\delta 0}$. Затем статор измеряемого асинхронного двигателя отключается от сети и на синхронной частоте вращения определяется подводимая мощность, требуемая для покрытия механических потерь P_m. Добавочные потери определяются из равенства

$$P_{s0}=P_{\delta 0}-P_m. \qquad (9\text{-}155)$$

Б. Измерение добавочных потерь при нагрузке

Как можно видеть из приведенной выше классификации, существует несколько различных методов измерения добавочных потерь при нагрузке. Рассмотрим отдельно каждый из этих методов.

1. **Косвенный метод измерения добавочных потерь.** Этот метод состоит в определении суммарных добавочных потерь P_s как разности между суммарными потерями и другими легко измеряемыми потерями:

$$P_s=(P_i-P_0)-(P_m+P_{Fe}+P_{Cu1}+P_{Cu2}), \qquad (9\text{-}156)$$

где P_i — подводимая из сети мощность; P_0 — механическая мощность на валу, измеренная электрическим динамометром; P_m — механические потери; P_{Fe} — потери в стали от основного потока; P_{Cu1} — потери в обмотке статора, определенные по сопротивлению обмотки; P_{Cu2} — потери в обмотке ротора при номинальной частоте вращения.

Добавочные потери P_s, рассчитанные таким способом, включают в себя добавочные потери P_f от магнитного поля основной частоты f и добавочные потери P_{nf} от высших гармоник магнитного поля, т. е.

$$P_s=P_f+P_{nf}. \qquad (9\text{-}157)$$

Добавочные потери основной частоты P_f могут быть определены по измерениям при удаленном роторе согласно уравнению

$$P_f=P_{ir}-P_{Cu1}. \qquad (9\text{-}158)$$

При удаленном роторе подводимая от сети мощность P_{ir} должна быть измерена при рабочей температуре обмотки; затем рассчитываются потери P_{Cu1}. Измерения производятся при пониженном напряжении, определенном по току $I_t=\sqrt{I^2_{1н}-I^2_{10}}$, где $I_{1н}$ — номинальный ток статора; I_{10} — ток холостого хода при номинальном напряжении $U_{1н}$ и номинальной частоте f. Так как измерения проводятся при низком напряжении, потери P_{Fe1} могут не учитываться. При определении общих добавочных потерь P_s по методу косвенного измерения не требуется специального оборудования, так как определение механических потерь и потерь в стали входит в программу текущей работы испытательной лаборатории. Однако этот простейший метод имеет некоторые недостатки.

Составляющие потерь измеряются раздельно различными методами, т. е. при различных условиях, а результирующие добавочные потери определяются как разность двух относительно больших, не очень отличающихся значений. Полученный результат весьма ненадежен и трудно воспроизводим из-за разных используемых методов. По этим причинам метод косвенного измерения практически не может применяться в испытательных лабораториях предприятий.

2. **Возбуждение постоянным током.** Статор асинхронной машины питается постоянным током, а ротор приводится во вращение электрическим динамометром с синхронной частотой. Постоянный ток постепенно увеличивается от 0 до максимального тока двигателя $I_{1нmax}$. При этом измеряется прирост ΔP_D мощности на валу динамометра. Этот прирост ΔP_D включает потери в стали и основные потери в обмотке ротора P_2 и добавочные высокочастотные потери P_{hf}, обусловленные вращением ротора:

$$\Delta P_D = P_2 + P_{hf}. \qquad (9\text{-}159)$$

Потери ротора определяются из опыта короткого замыкания при напряжении, определяемом по току, равному номинальному току статора I_{1n} и номинальной частоте f. После вычитания потерь в статоре (практически только P_{Cu1}) получаем электромагнитную мощность $P_{\delta k}$, равную потерям в роторе P_2. Таким образом, высокочастотные потери могут быть определены из выражения

$$P_{hf} = \Delta P_D - P_{\delta k}. \qquad (9\text{-}160)$$

Для определения суммарных добавочных потерь P_s необходимо согласно (9-157) сложить потери P_{hf} и добавочные потери P_f основной частоты, определенные при удаленном роторе, как описано выше.

Этот метод относительно сложен, но дает, как показано в [182], достоверные результаты независимо от гармонического состава МДС статора. Для многоскоростных двигателей с обмоткой статора, имеющей высокие обмоточные коэффициенты для гармоник низкого порядка, этот метод один из самых приемлемых.

3. **Метод противовращения.** Короткозамкнутый ротор приводится во вращение, например, электрическим динамометром с синхронной частотой (частотой вращения магнитного поля статора), но в направлении, противоположном направлению вращения поля ($s=2$). Чтобы сохранить неизменными потери на вентиляцию, ротор должен вращаться в том же направлении, что и при измерении механических потерь. Обмотка статора питается пониженным напряжением, определяемым током I_t (см. измерения при удаленном роторе). Этот ток вызывает магнитное поле, вращающееся в направлении, противоположном направлению вращения ротора. При скольжении $s=2$ частота в обмотке ротора равна $f_2 = sf = 2f$.

Электромагнитная мощность m-фазной машины, передаваемая в ротор, определяется (при $s=2$) выражением

$$P_{er} = m\frac{I_2'^2 R_2'}{s} = \frac{m}{2} I_2'^2 R_2' = \frac{1}{2} P_{2f}, \qquad (9\text{-}161)$$

где P_{2f} — основные потери в обмотке ротора при удвоенной частоте.

Механическая мощность, подводимая к валу, при том же скольжении равна:

$$P_{mr} = -m\frac{I_2'^2 R_2'}{s}(1-s) = \frac{1}{2} m I_2'^2 R_2' = \frac{1}{2} P_{2f}. \qquad (9\text{-}161а)$$

Следовательно, основные потери в обмотке ротора при удвоенной частоте покрываются наполовину за счет мощности, поступающей из обмотки статора, и наполовину за счет механической мощности, поступающей с вала.

Так как измерения производятся на пониженном напряжении, то потери в стали статора могут не учитываться, поэтому подводимая к статору мощность равна:

$$P_i = P_{Cu1} + P_f + \frac{1}{2} P_{2f}, \qquad (9\text{-}162)$$

где P_f — добавочные потери на основной частоте, которые могут быть измерены при удаленном роторе.

Механическая мощность, подводимая к валу ротора, при условии, что добавочные потери P_{hf} покрываются в этом опыте со стороны ротора, равна:

$$P_D = P_m + P_{hf} + \frac{1}{2} P_{2f}. \qquad (9\text{-}162а)$$

Из этого выражения при известных механической мощности P_D, мощности P_i, потерях в обмотке статора P_{Cu1}, P_f и механических потерях P_m можно определить высокочастотные потери

$$P_{hf} = P_D - P_m - (P_i - P_{Cu1} - P_f) \qquad (9\text{-}163)$$

и суммарные добавочные потери

$$P_s = P_f + P_{hf}.$$

Метод противовращения основывается на трех основных допущениях:

1) главный источник высокочастотных потерь P_{hf} — это магнитное поле от зубцовых гармоник;

2) добавочные потери покрываются только механической мощностью, поступающей с вала электрического динамометра;

3) при роторе и поле, вращающихся в противоположных направлениях, добавочные потери P_f такие же, как и при вращении ротора и поля в одном и том же направлении.

В [95] и [182] было теоретически и экспериментально доказано, что эти предположения не всегда выполняются. Это особенно касается двигателей, имеющих об-

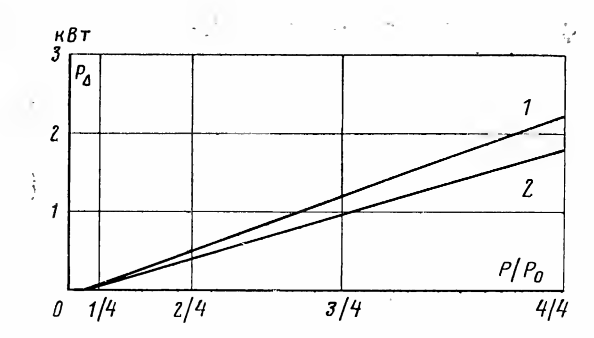


Рис. 9-22. Добавочные потери в короткозамкнутом двигателе, $P=44$ кВт; $2p=8$; функция отношения мощностей P/P_n.
1 — косвенные измерения; *2* — измерения методом противовращения.

мотку статора с дробным числом пазов на полюс и фазу или обмотку, создающую большой спектр гармоник МДС. В этом случае метод не обеспечивает достаточно достоверные результаты. Однако для машины стандартного исполнения метод удобен, не требует специального оборудования в испытательных лабораториях.

Результаты, полученные этим методом, надежно воспроизводимы и взаимно хорошо сравнимы, даже если они намного лучше, чем те, которые получены другими методами. Благодаря своей простоте метод был введен, по рекомендации МЭК, в стандарты по испытаниям машин во многих странах (США, Великобритании и т. д.).

При использовании метода противовращения необходимо помнить, что магнитное состояние машины при $s=0$ иное, чем в тормозном режиме при $s=2$.

Многочисленные измерения показывают, однако, что это незначительно влияет на величину добавочных потерь. На рис. 9-22 добавочные потери в короткозамкнутом двигателе с $P=44$ кВт, $n_s=750$ об/мин, полученные

методом косвенного измерения и методом противовращения, представлены как функция отношения мощностей P/P_n. Очевидно, что различие в значениях потерь, полученных этими двумя методами, невелико.

4. **Метод несимметричного питания статора.** Этот метод идентичен с методом противовращения, описанным выше, но не требует электрического динамометра для вращения ротора.

Для симметрично питаемой асинхронной машины в режиме холостого хода при скольжении s мощность на валу P_0, включающая механические потери, может выражаться как

$$P_0=P_{\delta 0}-\frac{1}{1-s}P_{hf}+\frac{s}{1-s}\frac{\omega}{p}\sum_{\nu\neq p}\frac{p}{\nu}M_\nu, \qquad (9\text{-}164)$$

где $P_{\delta 0}$ — мощность, передаваемая магнитным полем с p парами полюсов через воздушный зазор; M_ν — вращающий момент для произвольной ν-й статорной и роторной гармоник поля.

Если напряжение, подведенное к машине, несимметрично, то она может рассматриваться по методу симметричных составляющих как две эквивалентные асинхронные машины, из которых одна питается напряжением прямой последовательности и работает при скольжении $s_s=s$, а другая — напряжением обратной последовательности и работает при скольжении $s_i=2-s$.

В этом случае мощность P_{0s} системы прямой последовательности покрывает при холостом ходе механические потери P_m и мощность P_{0i} системы обратной последовательности, т. е.

$$P_m=P_{0s}-P_{0i}. \qquad (9\text{-}165)$$

Если подставить в (9-165) выражения для P_{0s} и P_{0i} согласно (9-164) с соответствующими скольжениями s_s и s_i, то получим:

$$P_m=(P_{\delta 0s}-P_{\delta 0i})-\frac{1}{1-s}(P_{hfs}+P_{hfi})+E. \qquad (9\text{-}166)$$

Третья составляющая в (9-166) представляет собой функцию ошибки E, которая определяется разностью моментов от высших гармонических полей. Как и в методе противовращения, этой функцией можно пренеб-

речь, если двигатель имеет на статоре симметричную трехфазную обмотку, в МДС которой низшие гармоники сильно подавляются. Для этих машин ($E \approx 0$) и высокочастотные потери могут быть представлены как

$$P_{hf} = (P_{hfs} + P_{hfi}) = (1 - s)\,[(P_{\delta 0s} - P_{\delta 0i}) - P_m]. \qquad (9\text{-}167)$$

Механические потери измеряются обычным методом при холостом ходе. Составляющие электромагнитной мощности $P_{\delta 0s}$ и $P_{\delta 0i}$ определяются вычитанием из соответствующих мощностей систем прямой и обратной

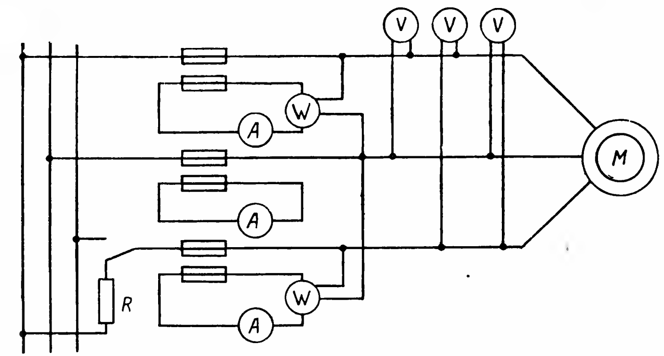


Рис. 9-23. Схема для измерения добавочных потерь по методу несимметричного питания.

последовательностей потерь в стали и обмотке статора, рассчитанных по соответствующей составляющей тока с учетом добавочных потерь P_f от основной гармоники.

Для измерения по этому методу в [213] предлагается схема, при которой одна обмотка фазы после пуска переключается на резистор R, как показано на рис. 9-23.

5. Дифференциальные методы. Эти методы основаны на измерении потерь машины, работающей в двигательном и генераторном режимах.

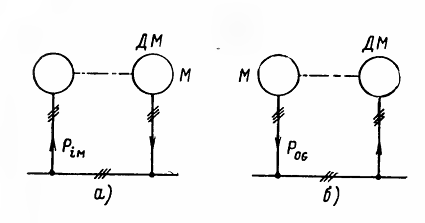


Рис. 9-24. Схема для измерения добавочных потерь по методу электрического динамометра

М — испытуемый двигатель; *ДМ* — динамометр.

а) Метод электрического динамометра. Машина соединяется с электрическим динамометром и сначала работает в двигательном режиме согласно рис. 9-24,*а*. Электрическая мощность, потребляемая из сети, равна P_{iM}. Далее машина работает в генераторном режиме (рис. 9-24,*б*), и мощность электрического динамометра устанавливается так, чтобы отдаваемая генератором мощность P_{0G} была равна мощности P_{iM}. Если отдаваемая машиной мощность считается положительной, то согласно (9-164) можно записать для двигателя

$$P_{0M} + P_m + P_{Cu2} = [P_{iM} - (P_{Cu1} + P_{Fe1} + P_f)] - \frac{1}{1 - s_M} P_{hfM} + \frac{s_M}{1 - s_M}\frac{\omega}{p}\sum_{\nu \neq p}\frac{p}{\nu} M_\nu \qquad (9\text{-}168)$$

и для генератора

$$-(P_{iG} + P_M + P_{Cu2}) = [P_{iG} - (P_{Cu1} + P_{Fe1} + P_f)] - \frac{1}{1 - s_G} P_{hfG} + \frac{s_G}{1 - s_G}\frac{\omega}{p}\sum_{\nu \neq p}\frac{p}{\nu} M_\nu. \qquad (9\text{-}168а)$$

Если

$$P_{iM} = P_{0G}, \qquad (9\text{-}169)$$

то основные потери в обмотках P_{Cu1} и P_{Cu2}, потери в стали P_{Fe1} и добавочные потери основной частоты P_f в двигательном и генераторном режимах могут считаться одинаковыми. Механические потери P_m также одинаковы в обоих случаях.

Тогда можно написать:

$$P_{iG} - P_{0M} = \frac{1}{1 - s_M} P_{hfM} + \frac{1}{1 - s_G} P \quad - E, \qquad (9\text{-}170)$$

где E — функция ошибки, определяемая суммой вращающих моментов от высших гармоник поля, которая может не учитываться в машинах нормального исполнения ($E = 0$).

Если измерить мощность, подводимую к динамометру, когда машина работает в двигательном режиме (P_{0M}), и его потребляемую мощность, когда машина работает в генераторном режиме (P_{iG}), то

$$P_{iG} - P_{0M} = P'_{hf}, \qquad (9\text{-}170а)$$

где P'_{hf} означает сумму высокочастотных потерь в двигательном и генераторном режимах.

Эта сумма соответствует двум первым составляющим правой части уравнения (9-170), содержащим скольжения s_M и s_G.

б) Метод взаимной нагрузки с электромеханической связью. Этот метод требует использования двух идентичных механически связанных асинхронных двигателей, соединенных по схеме на рис. 9-25. При этом одна машина работает как двигатель M, а другая — как асинхронный генератор G, на статор которого подается напряжение пониженной частоты от преобразователя, состоящего, например, из четырех машин, соединенных по схеме Леонарда.

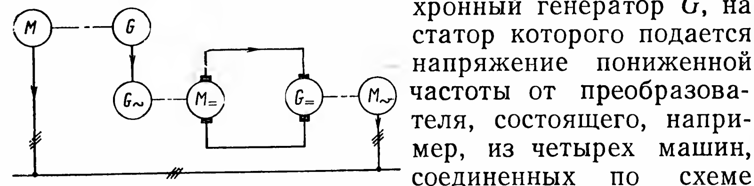


Рис. 9-25. Схема для измерения добавочных потерь по методу взаимной нагрузки с электромеханической связью.

M — двигатель; G — генератор.

Таким же образом, как и в ранее описанном динамометрическом методе, возможно определить сумму добавочных потерь испытуемых двигателя и генератора. Если обе машины идентичны, соответствующее отношение добавочных потерь может быть определено с помощью измерений в двигательном и генераторном режимах. Недостатки этого метода — необходимость в двух идентичных машинах и относительно сложная схема испытаний.

в) Метод взаимной нагрузки с механической связью. Этот метод [268] аналогичен предыдущему, но вместо электрического преобразователя частоты используется механический преобразователь (дифференциал DG). Механический преобразователь уменьшает частоту вращения двигателя M, при этом вторая машина имеет частоту вращения выше синхронной и работает в генераторном режиме G.

Обе машины соединены, как показано на рис. 9-26, при этом направления их вращения противоположны. Если клетка дифференциала неподвижна, оба ротора вращаются с одинаковой скоростью и машины работают вхолостую. Вращение клетки заставляет одну из машин (двигатель M) замедляться, а другую ускоряться (генератор G). Если обе машины идентичны, сумма их полных потерь при номинальной нагрузке покрывается мощностью, потребляемой из сети P_{iT}, за исключением суммы потерь в роторе, компенсируемой механическим дифференциалом. Вычитая полные потери в стали и меди и мощность, потребляемую механическим дифференциалом, из полной мощности, потребляемой из сети P_{iT}, мы получим общие добавочные потери для обеих машин, которые могут быть определены по приведенным выше методам, для каждой машины в отдельности. Этот метод проще, чем предыдущий, но точное определение потерь дифференциала довольно затруднительно.

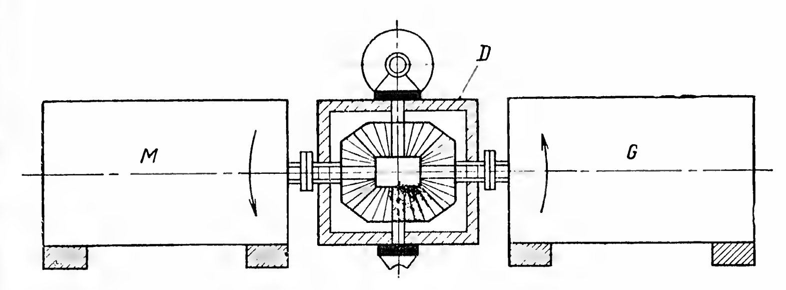


Рис. 9-26. Измерение добавочных потерь по методу взаимной нагрузки с механической связью.

M — двигатель; G — генератор; D — дифференциальная коробка.

Как следует из подробного анализа, в большинстве описанных методов измерения добавочных потерь проводятся при условиях, отличных от существующих в действительности. Поэтому эти методы должны использоваться с большими оговорками.

г) Метод противовращения. При этом методе измерения проводятся при скольжении $s=2$ и сильно пониженном напряжении. Следовательно, насыщение стали магнитопровода вызвано главным образом потоками рассеяния, а не основным потоком. В реальных условиях, при номинальном режиме, сталь насыщается значительно больше основным потоком. Так как пульсационные потери зависят от насыщения, то при испытании противовращением для этой составляющей потерь получаются совершенно неверные величины. Кроме того, потери, вызываемые в роторе полями от гармоник МДС статора при $s=2$, не передаются без искажения через воздушный зазор и вал ротора. Эта ошибка, если сравнивать с условиями номинальной нагрузки, тем больше, чем больше искажение кривой МДС статора. Тот факт, что испытание противовращением дает для большой части составляющих добавочных потерь совершенно неверные результаты, ставит под сомнение законность этого метода [195].

д) Метод возбуждения постоянным током. При этом методе также насыщение стали отличается от условий номинального режима, так что к этому методу относятся те же замечания, что и к методу противовращения. Кроме того, следует отметить, что статор, питаемый постоянным током, вызывает не вращающиеся, а неподвижные гармоники поля.

Приравнивание потерь, создаваемых обратным полем, является также спорным. Все эти методы являются, однако, удовлетворительными для сравнения измерений. Из всего этого следует, что в настоящее время не существует бесспорно правильных методов для измерения добавочных потерь при нагрузке.

Глава десятая

ВЫБОР ЧИСЛА ПАЗОВ КОРОТКОЗАМКНУТОГО РОТОРА

Как следует из приведенных выше рассуждений, соотношение чисел пазов статора и ротора короткозамкнутого двигателя оказывает решающее влияние на его эксплуатационные свойства. Это касается главным образом добавочных асинхронных и синхронных моментов, радиальных сил и добавочных потерь.

В последующих рассуждениях примем, что статор имеет трехфазную симметричную обмотку с целым числом пазов на полюс и фазу.

Асинхронные моменты. Для уменьшения добавочных асинхронных моментов, вызванных результирующими полями статора, с $Z_1 \pm p$ парами полюсов рекомендуется принимать число пазов ротора Z_2, не превышающее

$$Z_2 \leqslant 1{,}25 Z_1. \qquad (10\text{-}1)$$

Целесообразно иметь число пазов ротора меньше, чем число пазов статора:

$$Z_2 < Z_1. \qquad (10\text{-}2)$$

Для ограничения влияния разностных полей с числом пар полюсов $|Z_2 - Z_1 \pm p|$ на пусковые характеристики машины рекомендуется принимать

$$|Z_2 - Z_1 \pm p| \geqslant 4. \qquad (10\text{-}3)$$

В общем случае можно считать, что влияние добавочных асинхронных моментов будет тем больше, чем

меньше число пазов статора Z_1. Следовательно, очень трудно получить кривую момента без провалов от высших гармоник у четырехполюсной машины, имеющей на статоре 24 паза.

Высшие гармоники МДС (за исключением зубцовых гармоник) могут быть значительно уменьшены, если использовать двухслойную обмотку с укороченным шагом $\beta = 0{,}8$.

Синхронные моменты. Чтобы избежать синхронного момента в начале пуска («прилипания» ротора к статору), число пазов ротора не должно быть равным:

$$Z_2 = 6pc, \qquad (10\text{-}4)$$

где c — произвольное целое число.

Как было указано в гл. 7, синхронные моменты появляются в двигательном режиме ($s<1$), если число пазов ротора

$$Z_2 = 6pc + 2p, \qquad (10\text{-}5)$$

и в режиме тормоза ($s>1$), если

$$Z_2 = 6pc - 2p. \qquad (10\text{-}6)$$

При однослойной обмотке и двухслойной обмотке с диаметральным шагом также будут появляться большие моменты в начале пуска («прилипание»), если число пазов ротора

$$Z_2 = Z_1 - 6p, \qquad (10\text{-}7)$$

и в режиме двигателя, если

$$Z_2 = Z_1 - 4p. \qquad (10\text{-}8)$$

Влияние параллельных ветвей обмотки статора на механическую характеристику двигателя

Возможны значительные провалы в механической характеристике, обусловленные вторичной реакцией якоря, если числа пазов статора и ротора удовлетворяют равенствам:

при двухслойной обмотке

$$Z_1 - Z_2 = p\left(\frac{2k}{s+1} \pm 1\right), \quad k = 0, 1, 2 \ldots; \qquad (10\text{-}9)$$

при однослойной обмотке

$$Z_1 - Z_2 = p\left[\frac{k}{(s+1)\,2} \pm 1\right], \quad k = 1, 3, 5, \ldots, \qquad (10\text{-}10)$$

где s — число катушечных групп, принадлежащих другим параллельным ветвям данной обмотки фазы, лежа-

щих между $(r-1)$-й и r-й катушечными группами, принадлежащими одной и той же параллельной ветви.

Радиальные силы и шум

Согласно рассуждениям, приведенным в гл. 8, уровень шума зависит от связи сердечника статора со станиной и от размеров машины. Наибольший шум возникает при совпадении частоты радиальной магнитной силы с одной из собственных частот системы сердечник статора с обмоткой — станина.

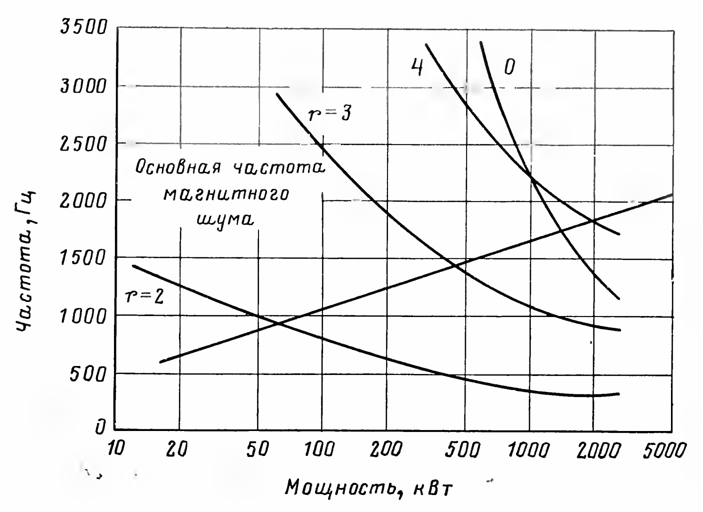


Рис. 10-1. Зависимость резонансных частот от мощности для четырехполюсных машин.

На рис. 10-1 показаны для иллюстрации зависимости основной частоты радиальной возбуждающей силы и собственных частот статорного кольца для порядков колебаний $r=0$, 2, 3, 4 от номинальной мощности для четырехполюсных машин по данным Иордана. Из рисунка видно, что для машин малой мощности (до 30 кВт) собственные частоты статорного кольца много выше, чем основная частота радиальной силы. В этом случае прежде всего являются опасными радиальные силы, имеющие малый порядок ($r=0,2$).

Напротив, для машин средней и большой мощности резонанс часто является главным фактором, определяющим шумовые характеристики машин. Например, эллиптическая деформация ($r=2$) очень опасна для машин мощностью около 50 кВт, тогда как для машины мощностью 500 кВт она весьма незначительна. С другой стороны, деформация, соответствующая случаю $r=4$, очень опасна для машин мощностью свыше 1500 кВт, но совершенно не имеет значения для машин меньшей мощности. Из этого следует, как было указано ранее, что для машин большой и средней мощности радиальная волна с большим числом пар полюсов ($r=3$, 4) является более опасной из-за возможного резонанса.

Кроме того, для больших машин важную роль играет число параллельных ветвей статорной обмотки.

Из всех этих рассуждений следует, что не существует универсальных правил выбора числа пазов, которые были бы пригодны для машин как малых, так и больших мощностей.

Поэтому в дальнейшем отдельно рассмотрим двигатели с короткозамкнутым ротором малой, большой и средней мощности.

Малые двигатели с короткозамкнутым ротором (наружный диаметр до 250 мм)

В этих машинах наиболее неблагоприятны числа пазов, удовлетворяющие равенствам:

$$|Z_1 - Z_2| = \begin{cases} 0,\ 1,\ 2; \\ p,\ p \pm 1; \\ 2p,\ 2p \pm 1,\ 2p \pm 2; \\ 3p,\ 3p \pm 1. \end{cases} \quad (10\text{-}11)$$

Средние и большие двигатели с короткозамкнутым ротором (наружный диаметр более 250 мм)

Для этих машин не рекомендуется применять числа пазов, удовлетворяющие равенствам:

$$|Z_1 - Z_2| = \begin{cases} 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4; \\ p,\ p \pm 1; \\ 2p,\ 2p \pm 1,\ 2p \pm 2,\ 2p \pm 3,\ 2p \pm 4; \\ 3p,\ 3p \pm 1. \end{cases} \quad (10\text{-}12)$$

Для обеспечения малошумной работы машины в номинальном режиме необходимо отсутствие совпадения частот магнитных сил по (8-7а) при скольжении $s=0$ и

собственных частот статорного кольца по (8-48) и (8-48а). В больших многополюсных машинах, имеющих малую высоту спинки статора, возникает особенно сильный шум, если $|Z_1-Z_2|=3p$.

Если обмотка статора имеет a параллельных ветвей, рекомендуется выбирать число пазов статора Z_1, число пазов ротора Z_2 и число параллельных ветвей a так, чтобы не удовлетворялись следующие равенства:

при нечетном a

$$|Z_1-Z_2|=|p/a\pm p\pm 1|; \qquad (10\text{-}13)$$

при четном a

$$|Z_1-Z_2|=|2p/a\pm p\pm 1|. \qquad (10\text{-}14)$$

При двухслойной обмотке статора с укороченным шагом и двумя параллельными ветвями ($a=2$) для уменьшения уровня звука машины не рекомендуется применять числа пазов статора и ротора, удовлетворяющие равенствам:

$$|Z_1-Z_2|=3p\pm 1; \qquad (10\text{-}15)$$

$$|Z_1-Z_2|=p\pm 1. \qquad (10\text{-}16)$$

В высокоскоростных двигателях ($2p=4$; 6) с полузакрытыми пазами, большим числом пазов на полюс и фазу q при наличии a параллельных ветвей добавляются следующие критерии выбора числа роторных пазов Z_2:

a — нечетное

$$|(Z_2\pm p/a)-p(6c\pm 1)|=1; \qquad (10\text{-}17)$$

a — четное

$$|Z_2\pm 2p/a)-p(6c\pm 1)|=1, \qquad (10\text{-}18)$$

где $c=2$, 3, 4.

Добавочные потери

В § 9-6 и 9-8 даны правила применения скоса пазов на роторе. Для ограничения добавочных потерь в высоковольтных двигателях с открытыми пазами статора рекомендуется принимать число пазов на роторе меньше, чем на статоре:

$$Z_2<Z_1. \qquad (10\text{-}19)$$

В этом случае машины можно выполнять без скоса пазов ротора.

При скосе пазов ротора и литой алюминиевой клетке рекомендуется для уменьшения потерь от поперечных

токов выбирать число пазов ротора, не превышающее

$$Z_2\leqslant 1{,}15Z_1.$$

На основании всех правил, приведенных выше, наилучшие числа пазов короткозамкнутых двигателей малых и средних мощностей с внешним диаметром до $D_v=250\div300$ мм и числом пар полюсов от $p=1$ до $p=4$ представлены в табл. 10-1. Числа пазов в круглых скобках из-за больших синхронных добавочных моментов в режиме тормоза не рекомендуются для реверсивных приводов, числа пазов в квадратных скобках могут применяться только при скосе пазов ротора на одно зубцовое деление статора.

Таблица 10-1

Z_1	Z_2	$2p$
24 30	(16), [20], ([22]), (28), [30] (16), [20], (22), [26], [34], [36]	2
36 48	[24], 26, [28], 30, ([32]), 42, (44), [46] (32), 34, [36], 38, [40] ([44]), (56), 58 [60]	4
36 54	24, [26], [46] 38, 40 [44], [64], 66, [68]	6
48 72	34, [62] 50, 52, 54, [56], 58, 86, 88, [90]	8

Нечетные числа пазов ротора умышленно опущены в таблице вследствие возможного появления сил одностороннего магнитного притяжения, хотя авторам известны случаи, когда машины с нечетным числом пазов ротора вполне удовлетворительно работали. Мёллер [59] считает приемлемым для четырехполюсных машин следующие соотношения пазов: $Z_1=36$; $Z_2=43$; $Z_1=48$; $Z_2=19$; 33.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Реакция короткозамкнутого ротора

Для вывода выражения распределения напряженности магнитного поля беличьей клетки рассмотрим n проводников, смещенных в пространстве друг относительно друга на угол $\alpha_d=2\pi/Z_2$ [см. уравнение (1-46)], по которым протекают синусоидальные токи с амплитудой $I\sqrt{2}$, взаимно сдвинутые на фазовый угол φ. Напряженность магнитного поля n-го проводника согласно уравнению (1-10) равна:

$$H_n(\alpha,\ t)=\frac{1}{\pi\delta}\sqrt{2}I\sin(\omega t-n\varphi)\sum_{\nu'=1}^{\infty}\frac{1}{\nu'}\sin\nu'(\alpha-n\alpha_d)=$$

$$=\frac{\sqrt{2}I}{2\pi\delta}\sum_{\nu'=1}^{\infty}\frac{1}{\nu'}\{\cos[\nu'(\alpha-n\alpha_d)-(\omega t-n\varphi)]-$$

$$-\cos[\nu'(\alpha-n\alpha_d)+(\omega t-n\varphi)]\}. \quad \text{(П1-1)}$$

Напряженность результирующего поля от n проводников определяется суммой напряженностей отдельных полей:

$$H(\alpha,\ t)=\sum_{n=1}^{n}H_n(\alpha,\ t)=\frac{\sqrt{2}I}{2\pi\delta}\sum_{n=1}^{m}\sum_{\nu'=1}^{\infty}\frac{1}{\nu'}\{\cos[\nu'(\alpha-n\alpha_d)-$$

$$-(\omega t-n\varphi)]-\cos[\nu'(\alpha-n\alpha_d)+(\omega t-n\varphi)]\}. \quad \text{(П1-2)}$$

Беличья клетка, имеющая Z_2 стержней в машине с p парами полюсов, согласно уравнению (1-50) представляет собой m-фазную обмотку, имеющую $m=Z_2/p$ фаз. Следовательно, сдвиг по фазе токов в соседних стержнях равен:

$$\varphi=2\pi p/Z_2, \quad \text{(П1-3)}$$

а пространственный угол между соседними стержнями

$$\alpha_d=\frac{2\pi}{Z_2}p. \quad \text{(П1-3а)}$$

Подставляя эти выражения в (П1-2), после преобразований получаем:

$$H(\alpha,\ t)=\frac{\sqrt{2}I}{2\pi\delta}\sum_{n=1}^{n=m}\sum_{\nu=p}^{\nu=\infty}\frac{p}{\nu}\cos\left\{\left[\nu\alpha-\omega t-2\pi n\frac{\nu-p}{Z_2}\right]-\right.$$

$$\left.-\cos\left[\nu\alpha+\omega t-2\pi n\frac{\nu+p}{Z_2}\right]\right\}. \quad \text{(П1-4)}$$

При суммировании $\sum_n$ выражение (П1-4) будет равно 0 для всех случаев, кроме

$$\nu\mp p/Z_2=c,$$

т. е.

$$\nu=cZ_2\pm p. \quad \text{(П1-5)}$$

Для гармоник, удовлетворяющих условию (П1-5), т. е. зубцовых гармоник МДС, распределение напряженности магнитного поля определяется выражением

$$H(\alpha,\ t)=\frac{Z_2}{2p}\frac{\sqrt{2}}{\pi}\frac{I}{\delta}\left\{\sum_{\nu=cZ_2+p}\left[\frac{p}{\nu}\cos(\nu\alpha-\omega t)\right]-\right.$$

$$\left.-\sum_{\nu=cZ_2-p}\left[\frac{p}{\nu}\cos(\nu\alpha+\omega t)\right]\right\}. \quad \text{(П1-6)}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Расчет распределения добавочной системы токов $\dot{I}'$ в клетке с неизолированными стержнями при скосе пазов ротора

Если $\dot{I}'_t$ — ток в стержне; $\dot{I}'_{\text{Fe}}$ — поперечный ток и $\dot{U}'$ — разность потенциалов между r-м и $(r+1)$-м стержнем в n-м элементарном двигателе (с осевой длиной Δ), то для точки y, если $y=n\Delta$, справедливы следующие уравнения:

$$\dot{I}'_t jX_\nu(1-e^{-j\alpha\nu})+\frac{\partial\dot{U}'}{\partial y}=0; \quad \text{(П2-1)}$$

$$\dot{I}'_{\text{Fe}}(e^{j\alpha\nu}-1)=\frac{\partial\dot{I}'_t}{\partial y}\Delta; \quad \text{(П2-2)}$$

$$\dot{U}'=\dot{I}'_{\text{Fe}}\frac{2\rho}{\Delta}. \quad \text{(П2-3)}$$

Следовательно, дифференциальное уравнение для разности потенциалов между стержнями клетки

$$-\dot{U}'\frac{jX_\nu}{2\rho}(1-e^{j\alpha\nu})(1-e^{-j\alpha\nu})+\frac{\partial^2\dot{U}'}{\partial y^2}=0 \quad \text{(П2-4)}$$

имеет решение

$$\dot U' = Ae^{\beta y} + Be^{-\beta y}, \tag{П2-5}$$

где

$$\beta^2 = \frac{jX_\nu}{2\rho}(1 - e^{j\alpha\nu})(1 - e^{-j\alpha\nu}) = j\,\frac{X_\nu}{2\rho}\,4\sin^2\frac{\alpha\nu}{2};$$

$$\beta = \sqrt{\frac{X_\nu}{2\rho}}\,2\sin\frac{\alpha\nu}{2}\,e^{j\pi/4} = \sqrt{\frac{X_\nu}{\rho}}\sin\frac{\alpha\nu}{2}(1 + j) = \beta_0(1 + j). \tag{П2-6}$$

Граничные условия для определения постоянных интегрирования:

$$y = 0,\ \dot U'(0) = -\dot U(0); \tag{П2-7}$$

$$y = l,\ \dot U'(l) = -\dot U(l), \tag{П2-7а}$$

где $\dot U(0)$ и $\dot U(l)$ — напряжения для системы токов I, определяемые по (9-115) и (9-116).

Следовательно,

$$A = -\frac{\dot U'(0)\,e^{-\beta l} - \dot U'(l)}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}}; \tag{П2-8}$$

$$B = \frac{\dot U'(0)\,e^{\beta l} - \dot U'(l)}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}}. \tag{П2-9}$$

Поэтому разность потенциалов $\dot U'(y)$ между стержнями в точке y в n-м элементарном двигателе равна:

$$\dot U'(y) = -\frac{\dot U'(0)\,e^{-\beta l} - \dot U'(l)}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}}\,e^{\beta y} + \frac{\dot U'(0)\,e^{\beta l} - \dot U'(l)}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}}\,e^{-\beta y}. \tag{П2-10}$$

Если подставим $\dot U'(l) = \dot U(0)\,e^{-jl\gamma\nu/R}$ согласно уравнению (9-117) в (П2-10), то получим;

$$\dot U'(y) = \dot U(0)\left[\frac{e^{\beta l} - e^{-jl\gamma\nu/R}}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}}\,e^{-\beta y} - \frac{e^{-\beta l} - e^{-jl\gamma\nu/R}}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}}\,e^{\beta y}\right] = -\dot U'(0)\,f(y), \tag{П2-11}$$

где $\dot U'(0)$ согласно уравнениям (9-115) и (П2-7) равно:

$$\dot U'(0) = j\,\frac{\dot U^0{}_\nu(1 - e^{-j\alpha\nu})}{(\gamma\nu/R)^2\cdot 2\rho + 2\sin\frac{\alpha\nu}{2}\,e^{j\alpha\nu/2}X_\nu(1 - e^{-j\alpha\nu})}\,\frac{\gamma\nu}{R}\,2\rho.$$

Поперечный ток $\dot I'_{Fe}$ в n-м элементарном двигателе согласно (П2-3) равен:

$$\dot I'_{Fe}(y) = \dot U'(0)\,f(y)\,\frac{\Delta}{2\rho}. \tag{П2-12}$$

Соответственно ток в стержне I'_t согласно (П2-1) определяется выражением

$$I'_t(y) = \frac{\dot U'(0)\,\beta}{jX_\nu(1 - e^{-j\alpha\nu})}\left[\frac{e^{\beta l} - e^{-jl\gamma\nu/R}}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}}\,e^{-\beta y} + \frac{e^{-\beta l} - e^{-jl\gamma\nu/R}}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}}\,e^{\beta y}\right] = \frac{\dot U'(0)\,\beta f_1(y)}{jX_\nu(1 - e^{-j\alpha\nu})}. \tag{П2-13}$$

Из этих соотношений можно видеть, что напряжение $\dot U'$ и ток в стержне I'_t приблизительно пропорциональны удельному переходному сопротивлению ρ при условии отсутствия поперечного тока. Рассмотрим предельные случаи, когда $\rho \to 0$ и $\rho \to \infty$. При очень малом удельном сопротивлении ($\rho \ll 1$) из (П2-11) для функции $f(y)$ в точке y, если $\beta = \beta_0(1 + j)$ и $\beta_0 \gg 1$, следует:

$$e^{\beta y} = e^{\beta_0 y}e^{j\beta_0 y};\ |e^{\beta y}| = e^{\beta_0 y} \gg 1; \tag{П2-14}$$

$$e^{\beta l} = e^{\beta_0 l}e^{j\beta_0 l};\ |e^{\beta l}| = e^{\beta_0 l} \gg e^{\beta_0 y} \gg 1; \tag{П2-14а}$$

$$e^{-\beta y} = e^{-\beta_0 y}e^{-j\beta_0 y};\ |e^{-\beta y}| = e^{-\beta_0 y} \ll 1; \tag{П2-15}$$

$$e^{-\beta l} = e^{-\beta_0 l}e^{-j\beta_0 l};\ |e^{-\beta l}| = e^{-\beta_0 l} \ll 1; \tag{П2-15а}$$

$$f(y)_{\beta_0 \gg 1} \approx e^{-\beta y} + e^{-j(l\gamma\nu)/R}e^{-\beta(l - y)}. \tag{П2-16}$$

Следовательно, абсолютное значение $|f(y)|$ мало для всех значений y, кроме $y = 0$ и $y = l$. То же можно сказать об абсолютном значении напряжения $|\dot U'(y)|$ и поперечного тока $|I'_{Fe}|$. При малом удельном переходном сопротивлении добавочная система токов I' для всего ротора, за исключением области начала ($y = 0$) и конца сердечника ($y = l$), будет пренебрежимо мала. В этом случае поперечный ток между стержнями отсутствует.

Если удельное переходное сопротивление очень большое ($\rho \to \infty$), то $\beta_0 \approx 0$, $|\beta| \approx 0$, $|e^{\beta}| \approx 1$. В этом случае

$$\dot U'(0) = j\,\frac{\dot U^0{}_\nu}{\gamma\nu/R}(1 - e^{-j\alpha\nu}); \tag{П2-17}$$

$$\dot U'(y) = \dot U'(0)\left[\frac{e^{\beta(l-y)} - e^{-\beta(l-y)}}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}} + e^{-jl\gamma\nu/R}\,\frac{e^{\beta y} - e^{-\beta y}}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}}\right]_{\beta \to 0} = \dot U'(0)\left[\frac{l - y}{l} + e^{-jl\gamma\nu/R}\,\frac{y}{l}\right]. \tag{П2-18}$$

Согласно (П2-12) поперечный ток $\dot I'_{Fe}$ в точке y равен:

$$\dot I'_{Fe}(y) = \frac{\dot U'(0)\Delta}{2\rho}\left[\frac{l-y}{l} + e^{-jl\gamma\nu/R}\frac{y}{l}\right] =$$

$$= j\frac{\dot U^0_\nu}{\gamma\nu/R}(1-e^{-j\alpha\nu})\left[\frac{l-y}{l}+e^{-jl\gamma\nu/R}\frac{y}{l}\right]\frac{\Delta}{2\rho}. \qquad (П2\text{-}19)$$

Таким образом, разность потенциалов распределяется по линейному закону вдоль стержня, и поперечный ток исчезает.

Добавочный ток в стержне $\dot I'_t$ равен:

$$\dot I'_t = \frac{j\dot U^0_\nu(1-e^{-j\alpha\nu})}{\frac{\gamma\nu}{R}\, jX_\nu(1-e^{-j\alpha\nu})}\lim_{\beta\to0}\frac{2(1-e^{-jl\gamma\nu/R})}{e^{\beta l}-e^{-\beta l}} =$$

$$=\frac{\dot U^0_\nu}{\frac{\gamma\nu}{R}X_\nu l}(1-e^{-jl\gamma\nu/R}). \qquad (П2\text{-}20)$$

Его абсолютное значение

$$|\dot I_t| = \frac{U_\nu}{X_\nu}\,\frac{\sin\frac{l\gamma\nu}{2R}}{\frac{l\gamma\nu}{2R}} = \frac{U_\nu}{X_\nu}f_Z. \qquad (П2\text{-}21)$$

В этом случае ток в стержне постоянен и меньше тока при отсутствии скоса пазов в отношении $(f_Z:1)$, где f_Z — коэффициент скоса.

Если пазы ротора не скошены, то $\gamma=0$:

$$\dot U'(0)=0;\quad \dot I'_{Fe}=0;\quad \dot I_t=0. \qquad (П2\text{-}22)$$

Очевидно, что при отсутствии скоса пазов отсутствует и добавочная система токов $\dot I'$.

Вычислим интеграл $\int_0^l |f(y,\gamma)|^2dy$. Если представим функцию $f(y,\gamma)$ согласно (9-125), то получим:

$$|f(y,\gamma)|^2 = \left|1-(1-e^{-j\gamma l\nu/R})\frac{y}{l} - e^{-j\gamma y\nu/R}\right|^2$$

или

$$|f(y,\gamma)|^2 = \left[1-\left(1-\cos\frac{\gamma l\nu}{R}\right)\frac{y}{l}-\cos\frac{\gamma y\nu}{R}\right]^2 +$$

$$+\left[\frac{y}{l}\sin\frac{\gamma l\nu}{R}-\sin\frac{\gamma y\nu}{R}\right]^2 = 1+\left(\frac{y}{l}\right)^2\left(1-\cos\frac{\gamma l\nu}{R}\right)^2 +$$

$$+\cos^2\frac{\gamma y\nu}{R} - \frac{2y}{l}\left(1-\cos\frac{\gamma l\nu}{R}\right) - 2\cos\frac{\gamma y\nu}{R} +$$

$$+2\left(\frac{y}{l}\right)\left(1-\cos\frac{\gamma l\nu}{R}\right)\cos\frac{\gamma y\nu}{R} + \left(\frac{y}{l}\right)^2\sin^2\frac{\gamma l\nu}{R} +$$

$$+\sin^2\frac{\gamma y\nu}{R} - \frac{2y}{l}\sin\frac{\gamma l\nu}{R}\sin\frac{\gamma y\nu}{R} = 2+\left(\frac{y}{l}\right)^2\left[\left(1-\cos\frac{\gamma l\nu}{R}\right)^2 +\right.$$

$$\left.+\sin^2\frac{\gamma l\nu}{R}\right] - \frac{2y}{l}\left(1-\cos\frac{\gamma l\nu}{R}\right)+\ldots = 2+\left(\frac{y}{l}\right)^2\left[2\left(1-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\cos\frac{\gamma l\nu}{R}\right)\right]-\frac{2y}{l}\left(1-\cos\frac{\gamma l\nu}{R}\right)+\ldots \qquad (П2\text{-}23)$$

Интегрируя, получаем:

$$\int_0^l|f(y,\gamma)|^2dy = \underbrace{2l\left(1-\frac{1}{3}\sin^2\frac{\gamma l\nu}{R}\right)}_{I} +$$

$$\underbrace{+4\sin^2\frac{\gamma l\nu}{R}\int_0^l\frac{y}{l}\cos\frac{\gamma y\nu}{R}dy + \frac{2R}{\gamma\nu}\sin\frac{\gamma l\nu}{R}-}_{II}$$

$$\underline{-2\sin\frac{\gamma l\nu}{R}\int_0^l\frac{y}{l}\sin\frac{\gamma y\nu}{R}dy.} \qquad (П2\text{-}24)$$

Как следует из (П2-24), интегрирование члена II приводит к тригонометрическим функциям аргумента $\gamma l\nu/R$, которые не зависят от осевой длины сердечника l и здесь не рассматриваются.

Рис. П2-1. Зависимость Ψ_0 от $\gamma l_\nu/R$.

Приближенно можно записать:

$$\int_0^l|f(y,\nu)|^2dy\approx 2l\left(1-\frac{1}{3}\sin^2\frac{\gamma l\nu}{R}\right)=2l\Psi_0(\gamma). \qquad (П2\text{-}25)$$

Кривая зависимости функции $\Psi_0(\gamma)$ от $\gamma l\nu/R$ представлена на рис. П2-1.

В среднем можно приближенно принять:

$$\bar\Psi_0 = 0{,}83.$$

Добавочные потери в стали основной частоты при скосе пазов ротора

Если пазы ротора короткозамкнутого двигателя скошены в аксиальном направлении на одно зубцовое деление статора, то МДС статора при номинальной нагрузке компенсирует МДС ротора F'_2 только в середине сердечника ротора. На относительном расстоянии x от середины сердечника ротора его МДС, соответствующая току I'_2, сдвинута относительно МДС в точке $x=0$ на электрический угол (рис. П3-1):

$$\Psi(x)=\frac{2\pi}{2Z_1}px=\frac{\pi}{Z_1}px.$$

Здесь переменная x отнесена к половине длины сердечника ротора $l/2=1$. Функция $\Psi(x)$ максимальна при $x=\pm1$, т. е. на концах ротора:

$$\Psi_{max}=\pm\frac{\pi}{Z_1}p.$$

В результате сдвига МДС возникает неполная компенсация F'_2. Остаточная МДС, равная

$$\Delta F'_2=F'_2\frac{\pi}{Z_1}x,$$

создает добавочный магнитный поток.

Следует заметить, что остаточные МДС $\Delta F'_2$ на концах ротора имеют противоположные знаки. При бесконечной относительной

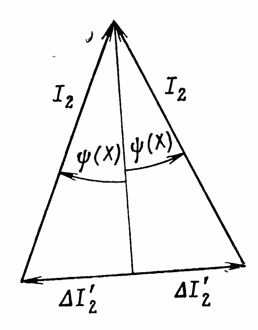


Рис. П3-1. К расчету влияния скоса пазов на добавочные потери.

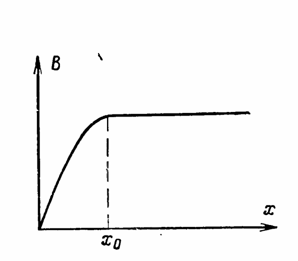


Рис. П3-2. Упрощенная кривая намагничивания.

магнитной проницаемости стали ($\mu_r=\infty$) добавочные магнитные потоки будут пропорциональны $\Delta F'_2$, а потери — $\Delta F'^2_2$. При одинаковом числе эффективных витков в обеих обмотках МДС F могут быть заменены соответствующими токами I. Добавочные потери

в стали при номинальной нагрузке равны:

$$\Delta P_{Fe}=P_{Fe\,0}\left(\frac{I'_2}{I_0}\right)^2\left(\frac{p\pi}{Z_1}\right)^2\int_0^1 x^2\,dx\approx P_{Fe\,0}\left(\frac{I_1}{I_0}\right)^2\left(\frac{p\pi}{Z_1}\right)^2\frac{1}{3}.$$

Оценим количественно добавочные потери в стали при номинальной нагрузке. Это выражение, часто встречаемое в литературе, приводит к совершенно неожиданным результатам. Действительно, при $Z_1/p=6$ и $I_1/I_0=4$

$$\Delta P_{Fe}\approx P_{Fe\,0}\left(\frac{\pi}{6}\right)^2\frac{4^2}{3}\approx 1{,}52P_{Fe\,0},$$

что, конечно, неверно.

Следовательно, расчет этих добавочных потерь должен быть выполнен с учетом насыщения стали.

Результирующая МДС $F(x)$ в точке x пропорциональна выражению

$$F(x)\sim I_0+I_1\frac{\pi}{Z_1}px\cos\varphi.$$

Если мы введем упрощенную кривую намагничивания, показанную на рис. П3-2, где по оси абсцисс отложено относительное расстояние x от середины ротора в аксиальном направлении, то очевидно, что условие отсутствия насыщения стали справедливо только до $x=x_0$. С учетом насыщения добавочные потери в стали для одной половины машины пропорциональны:

$$\Delta P'_{Fe}\sim\int_0^{x_0}\left(I_0+I_1\frac{\pi}{Z_1}px\cos\varphi\right)^2dx+(1-x_0)\left(I_0+\right.$$
$$\left.+I_1\frac{\pi}{Z_1}px_0\cos\varphi\right)^2-I^2_0=2I_0I_1\frac{\pi}{Z_1}p\frac{x^2_0}{2}\cos\varphi+$$
$$+I^2_1\left(\frac{\pi}{Z_1}p\right)^2\cos^2\varphi\frac{x^3_0}{3}+$$
$$+(1-x_0)\left[2I_0I_1\frac{\pi}{Z_1}px_0\cos\varphi+I^2_1\left(\frac{\pi}{Z_1}px_0\cos\varphi\right)^2\right].$$

Для другой половины машины при $F(x)\sim I_0-I_1\frac{\pi}{Z_1}px\cos\varphi$

$$\Delta P''_{Fe}\sim-2I_0I_1\frac{\pi}{Z_1}p\frac{x^2_0}{2}\cos\varphi+I^2_1\left(\frac{\pi}{Z_1}p\right)^2\cos^2\varphi\frac{x^3_0}{3}+$$
$$+(1-x_0)\left[I^2_1\left(\frac{\pi}{Z_1}px_0\cos\varphi\right)^2-2I_0I_1\frac{\pi}{Z_1}px_0\cos\varphi\right].$$

Суммарные добавочные потери в стали основной частоты ΔP_{Fe} равны:

$$\frac{\Delta P_{Fe}}{P_{Fe\,0}}=\left(\frac{I_1}{I_0}\right)^2\left(\frac{\pi}{Z_1}p\right)^2\cos^2\varphi\frac{x^3_0}{3}+(1-x_0)\left(\frac{I_1}{I_0}\right)^2\times$$

$$\times\left(\frac{\pi}{Z_1} p x_0 \cos\varphi\right)^2.$$

Предельные случаи: $x_0=0$ (машина насыщена):

$$\Delta P_{Fe}/P_{Fe}=0,$$

т. е. в этом случае добавочные потери отсутствуют. При $x_0=1$ (машина не насыщена):

$$\frac{\Delta P_{Fe}}{P_{Fe\,0}}=\left(\frac{I_1}{I_0}\right)^2\left(\frac{\pi}{Z_1} p\right)^2 \frac{1}{3}\cos^2\varphi,$$

т. е. полученное выражение согласуется с приведенным ранее. Для двигателей с сильно насыщенным магнитопроводом ($x_0 \ll 1$) добавочные потери в стали основной частоты в целом незначительны.

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Правила сведения к минимуму добавочных потерь в двигателях с короткозамкнутым ротором

Оберретль предложил 13 правил [274], соблюдение которых позволяет уменьшить добавочные потери при номинальной нагрузке двигателя до 1% потребляемой мощности.

Правила касаются чисел пазов статора и ротора, скоса пазов, шага обмотки, параллельных ветвей обмотки статора, открытия пазов, переходного сопротивления в роторе, влияния работы и старения.

Правила были экспериментально проверены Оберретлем. Они сводятся к следующему.

1. $Z_1 > Z_2$.
2. Число пазов статора должно быть как можно больше.
3. Двигатели выполняются без скоса пазов, особенно если $Z_1 < Z_2$.
4. Двухслойная обмотка статора должна иметь относительный шаг, равный $^5/_6$.
5. Если обмотка статора соединена в треугольник, то

$$|Z_1 - Z_2| \neq 2p,\ 4p,\ 8p.$$

6. Схема соединения катушечных групп в параллельных ветвях должна препятствовать возникновению вторичной реакции якоря.
7. Отношение открытия паза o к высоте усика h должно быть для ротора $o/h \leqslant 1$; для статора $o/h \leqslant 3$.
8. Повторная обточка поверхности ротора, предотвращающая замыкание листов; внутреннюю поверхность сердечника статора можно не обрабатывать повторно.
9. Использование штампов с острыми режущими кромками, если листы сердечников после штамповки не подвергаются термообработке.
10. Применение термообработки, особенно для листов сердечников малых двигателей.
11. Минимально возможное открытие пазов статора и ротора.
12. В машинах со скосом пазов переходное сопротивление между стержнем клетки и сталью должно быть или очень малым или очень большим.

13. Хранение двигателей; например, благодаря старению добавочные потери после 6 мес могут уменьшаться до 0,6 первоначального значения.

Замечание к правилу 3: малые двигатели при числе пазов на полюс и фазу $q=2$ из-за добавочных моментов должны иметь скос пазов.

Замечание к правилу 7: отношение $o/h \leqslant 3$ для паза статора должно соблюдаться только при открытых пазах и одном проводнике по ширине паза. При двух проводниках, расположенных рядом по ширине паза, данное правило неприменимо.

Замечание к правилу 11: при использовании магнитных клиньев добавочные потери в стали при холостом ходе уменьшаются приблизительно на 50—65%. Однако следует иметь в виду, что магнитные клинья дорого стоят. Кроме того, клинья подвергаются действию переменных магнитных сил, поэтому большое внимание должно быть уделено механическому креплению клиньев.

Замечание к правилу 13: влияние старения проверялось на партии двигателей мощностью 5,5 кВт, $2p=4$ и на партии двигателей мощностью 12 кВт, $2p=2$. Добавочные потери в двигателях мощностью 5,5 кВт уменьшились за 4 мес до 60% и в двигателях мощностью 12 кВт — спустя 1 год также до 60%.

В заключение следует отметить, что почти все правила вытекают из результатов исследования добавочных потерь, приведенных в гл. 9. Следует заметить, что вопрос о влиянии старения до Оберретля никем не рассматривался.

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

Синхронные реактивные моменты

Синхронные вращающие моменты, обусловленные взаимодействием двух полей от гармоник МДС статора и ротора, имеющих равное число пар полюсов и вращающихся синхронно при определенной скорости ротора, детально исследованы как теоретически, так и экспериментально. Напротив, синхронные реактивные моменты, по сведениям авторов, до сих пор не изучены; исключение составляет публикация Сейлера [304].

Статоры чаще всего имеют открытые или полузакрытые пазы, а роторы — полузакрытые или закрытые пазы. При больших скольжениях ($s \geqslant 1$) токи статора и ротора практически равны току короткого замыкания и в несколько раз превосходят номинальный ток. Из-за сильных полей пазового рассеяния и полей от высших гармоник МДС статора и ротора, которые пропорциональны полным токам в отдельных пазах, коронки зубцов, особенно ротора, сильно насыщаются. Это приводит к тому, что действительное открытие паза o как бы увеличивается до фиктивного значения $o' > o$. Как указывалось в § 6-3, для основной гармоники фиктивного открытия пазов o' можно записать:

$$o' = o_0 - o_2 \cos 2(p\alpha - \omega t), \qquad (\text{П5-1})$$

где o_0 — среднее открытие паза на полюсном делении.

Так как удельная магнитная проводимость воздушного зазора λ_2 при гладком статоре и зубчатом роторе зависит от открытия

пазов ротора, то можно записать:

$$\lambda_2 = \mu_0 \left[\overline{b_0} - b_0 \sin 2(px - \omega t) - \sum_{K_2} \overline{b}_{K2} \cos K_2 Z_2 x + \right.$$

$$\left. + \sum_{K_2} b'_{K2} \sin 2(px - \omega t) \cos K_2 Z_2 x \right] = \mu_0 \left\{ \overline{b_0} - b'_0 \sin 2(px - \omega t) - \right.$$

$$\left. - \sum_{K_2} \overline{b}_{K2} \cos K_2 Z_2 x + \sum_{K_2} \frac{b'_{K2}}{2} \sin [(2p \pm K_2 Z_2)x - 2\omega t] \right\}. \quad (\text{П5-2})$$

Таким образом, если открытие паза изменяется вдоль воздушного зазора по зависимости (П5-1), то в проводимости воздушного зазора будут появляться дополнительные гармоники, имеющие $K_2Z_2 \pm 2p$ пар полюсов.

При двусторонней зубчатости выражение результирующей проводимости воздушного зазора будет содержать синусоидальные и косинусоидальные члены с аргументами:

$$K_1Z_1x;\; K_2Z_2x;\; (K_1Z_1 \pm K_2Z_2)x;\; 2(px - \omega t);$$
$$(K_2Z_2 - 2p)x + 2\omega t;\; (K_2Z_2 + 2p)x - 2\omega t;$$
$$(K_1Z_1 + K_2Z_2 \mp 2p)x \pm 2\omega t;$$
$$(K_1Z_1 - K_2Z_2 \pm 2p)x \mp 2\omega t.$$

Наиболее сильные гармоники соответствуют значениям $K_1 = 1$ и $K_2 = 1$. Это члены с аргументами

$$Z_1x;\; Z_2x;\; (Z_1 \pm Z_2)x;\; (Z_2 \mp 2p)x \pm 2\omega t; \quad (\text{П5-3})$$

$$(Z_1 + Z_2 \mp 2p)x \pm 2\omega t;\; (Z_1 - Z_2 \pm 2p)x \mp 2\omega t. \quad (\text{П5-4})$$

Приведенные выше выражения справедливы для неподвижного ротора. Для ротора, вращающегося с угловой скоростью ω_r, наиболее сильные гармоники проводимости соответствуют синусоидальным и косинусоидальным членам с аргументами:

$$Z_1x;\; Z_2(x - \omega_r t);\; (Z_1 \pm Z_2)x \mp Z_2\omega_r t;$$
$$(Z_2 \mp 2p)x \pm (2\omega \mp Z_2\omega_r)t;\; (Z_1 + Z_2 - 2p)x + (2\omega - Z_2\omega_r)t;$$
$$(Z_1 + Z_2 + 2p)x - (2\omega + Z_2\omega_r)t;\; (Z_1 - Z_2 + 2p)x - (2\omega - Z_2\omega_r)t;$$
$$(Z_1 - Z_2 - 2p)x + (2\omega + Z_2\omega_r)t. \quad (\text{П5-5})$$

Реактивный момент в основном возникает как результат взаимодействия между гармоникой МДС, имеющей ν пар полюсов, и гармоникой магнитной проводимости, имеющей 2ν пар полюсов.

Исследуем возможность появления реактивных моментов в асинхронной машине, обусловленных взаимодействием рабочей гармоники МДС с p парами полюсов и зубцовых гармоник МДС статора с $Z_1 \pm p$ парами полюсов с гармониками магнитной проводимости.

Как было выведено, спектр гармоник магнитной проводимости зазора содержит гармоники следующих порядков и частот:

$$[Z_1 - (Z_2 + 2p)]x + (Z_2\omega_r + 2\omega)t; \quad (\text{П5-6})$$
$$[Z_1 - (Z_2 - 2p)]x - (Z_2\omega_r - 2\omega)t. \quad (\text{П5-7})$$

Реактивный момент, обусловленный гармоникой с p парами полюсов, возникает, если

$$Z_1 - (Z_2 + 2p) = 2p; \quad (\text{П5-8})$$
$$Z_1 - (Z_2 + 2p) = -2p \quad (\text{П5-9})$$

или

$$Z_1 - (Z_2 - 2p) = 2p; \quad (\text{П5-10})$$
$$Z_1 - (Z_2 - 2p) = -2p. \quad (\text{П5-11})$$

Из этих выражений вытекают следующие условия, при которых реактивные моменты создаются рабочей гармоникой:

$$Z_1 - Z_2 = 4p; \quad (\text{П5-12})$$
$$Z_2 - Z_1 = 0; \quad (\text{П5-13})$$
$$Z_2 - Z_1 = 4p. \quad (\text{П5-14})$$

При других соотношениях чисел пазов рабочая гармоника не будет создавать реактивный момент.

Реактивный момент, постоянный во времени, возникает только в том случае, если гармоника магнитной проводимости, взаимодействующая с рабочей гармоникой порядка p, имеет одинаковую с ней частоту.

Из (П5-7) и (П5-8) следует, что

$$-(Z_2\omega_r + 2\omega)/2p = \omega/p$$

или

$$\omega_r = -4\omega/Z_2. \quad (\text{П5-15})$$

Переходя к частоте вращения, получаем:

$$n_r = -\frac{4pn_s}{Z_2} = -\frac{(Z_1 - Z_2)\,n_s}{Z_2}. \quad (\text{П5-16})$$

Аналогично для случая (П5-9) имеем:

$$n_r = (Z_1 - Z_2)n_s/Z_2. \quad (\text{П5-17})$$

Из (П5-7) и (П5-11) следует, что

$$(Z_2\omega_r - 2\omega)/-2p = \omega/p$$

или

$$\omega_r = 4\omega/Z_2.$$

Для случая (П5-14)

$$n_r = -\frac{4pn_s}{Z_2} = -\frac{Z_1 - Z_2}{Z_2} n_s. \quad (\text{П5-18})$$

Анализ реактивных моментов, вызванных зубцовыми гармониками МДС порядка $Z_1 \pm p$ пар полюсов, приводит к тем же условиям.

Реактивные моменты могут образовываться при взаимодействии зубцовых гармоник МДС и составляющей магнитной проводимости воздушного зазора порядка $(Z_1 + Z_2)x - Z_2\omega_r t$, если

$$Z_1 - Z_2 = \pm 2p.$$

Их синхронная скорость также определяется отношением (П5-16):

$$n_r = -\frac{Z_1 - Z_2}{Z_2} n_s.$$

Другой тип реактивного момента возникает, если гармоника магнитной проводимости, изменяющаяся во времени, может быть представлена в виде $\cos(\Omega t+\varphi)$, т. е. не зависит от координаты x.

Если распределение гармоники МДС пропорционально $\sin(\nu x-\omega t)$, то магнитное поле в воздушном зазоре, создаваемое этой гармоникой МДС и рассмотренной выше гармоникой проводимости, пропорционально выражению

$$\sin(\nu x-\omega t)\cos(\Omega t+\varphi)=\sin[\nu x-(\omega\pm\Omega t\pm\varphi)].$$

Это поле вращается синхронно с создавшей его гармоникой МДС, если $\omega\pm\Omega=\omega$, из чего следует тривиальный результат

$$\Omega=0.$$

Существуют другие условия, если Ω не только функция угловой частоты ω, но также и угловой скорости ротора ω_r:

$$\Omega=f(\omega,\ \omega_r).$$

Из условия $\Omega=0$ вытекает соотношение между ω и ω_r, т. е. $f(\omega,\ \omega_r)=0$.

Это определяет механическую угловую скорость ω_r как функцию ω, при которой возникает постоянный реактивный момент.

Так, выражение для проводимости воздушного зазора содержит гармонические составляющие порядка и частоты

$$[Z_1-(Z_2+2p)]x+(Z_2\omega_r+2\omega)t.$$

Если удовлетворяется условие

$$Z_1-(Z_2+2p)=0,$$

то гармонические члены представляют проводимость, изменяющуюся только во времени. Условие $\Omega=0$ приводит к выражению

$$Z_2\omega_r+2\omega=0,$$

из которого

$$\omega_r=2\omega/Z_2.$$

Синхронная скорость реактивного момента

$$n_r=-\frac{2n_0}{Z_2}=-\frac{2pn_s}{Z_2}=-\frac{Z_1-Z_2}{Z_2}n_s.$$

Если проанализируем члены проводимости воздушного зазора порядка и частоты $[Z_1-(Z_2-2p)]x+(Z_2\omega_r-2\omega)t$, мы получим число пазов

$$Z_1-Z_2=-2p$$

и скорость реактивного момента

$$n_r=-\frac{Z_1-Z_2}{Z_2}n_s.$$

Эти выражения индентичны выведенным ранее.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Richter R.** Elektrische Maschinen I. — Berlin: Verlag Springer, 1951.
2. **Richter R.** Elektrische Maschinen III. — Berlin, Verlag Springer, 1951.
3. **Костенко М. П.** Электрические машины. Специальная часть.— М.; Госэнергоиздат, 1949. — 712 с.
4. **Heller B., Hamata V.** Přidavná pole, ztráty v asynchronnich strojích. — Praha: NČSAV, 1961.
5. **Schuiski W.** Induktionsmaschinen. — Vienna, Springer Verlag, 1957.
6. **Alger P. L.** The Nature of Polyphase Induction Machines. — New York, John Wiley and Sons, Inc., 1951.
7. **Carter F. W.** Air-Gap Induction. — El. World and Engineering, 1901, p. 884.
8. **Niethammer F., Siegel E.** Doppelt verkettete Streuung von Asynchronmotoren. — E. u. M., 1911, S. 635—640.
9. **Niethammer F.** Doppelt verkettete Streuung von Drehstrominduktionsmotoren. — E. u. M., 1918, S. 145.
10. **Sumec J. K.** Zur Geschichte der «doppelt verketteten» Streuung. — E. u. M., 1918, S. 445—446.
11. **Dreyfus L.** Über die doppelt verkettete Streuung von Drehstrommotoren mit dreiphasigem Läufer. — E. u. M., 1919, S. 149—151.
12. **Brüderlin M.** Über die graphische Zerlegung der Felderregerkurve. — ETZ, 1921, S. 1093.
13. **Gans.** Der magnetische Widerstand des gezahnten Ankers. — A. f. E., 1921, S. 231.
14. **Weber-Lee.** Harmonics Due to Slot Openings. — Journal of the AIEE, 1924, p. 112.
15. **Krondl M.** Diferenčni rozptyl. — ESČ, 1926 (dizertačni práce).
16. **Fritze.** Über die Wicklungsfaktoren von Maschinenwicklungen. — A. f. E., 1927, S. 199.
17. **Lammeraner J.** Rozptyl mezi hlavami zubů. Elektrotechniký Obzor, 1927, p. 651—654.
18. **Krondl M.** La dispersion différentielle dans les machines d'induction. — RGE, 1928, p. 433—450.
19. **Weber W.** Der Nutungsfaktor in elektrischen Maschinen. — ETZ, 1928, S. 858—861.
20. **Trickey P. H.** Field Harmonics in Induction Motors (part of the article: Irregularities in Speed — Torque curves of Induction Motors.) — Electrical Engineering, 1931, p. 939—941.
21. **Dreyfus L.** Der Einfluss der Schrägstellung der Ankernuten auf die Streuung von Asynchronmaschinen. — A. f. E., 1932. S. 875—876.

22. **Kauders V.** Systematika trojfásového vinutí. — Elektrotechniký Obzor, 1932, p. 513—516, 529—532, 593—595, 615—616, 646—650, 658—664.
23. **Heller B.** Das Luftspaltfeld in Asynchronmaschinen. — A. f. E., 1934, S. 455—468.
24. **Heller B.** Les champs des encoches dans les machines électriques. — Elektrotechniký Obzor, 1935, p. 550—552.
25. **Heller B., Kauders V.** Das Görgessche Durchflutungspolygon. — A. f. E., 1935, S. 599, 616.
26. **Kauders V.** Poznatky o vinutí elektrických strojů, I, II. — Elektrotechniký Obzor, 1937, N 34; 1938, N 14.
27. **Jordan H., Lax F.** Untersuchung des Einflusses einer nicht in den Nutmittellinien konzentriert vorausgesetzten Durchflutung auf die doppelt verkettete Streuung. — E. u. M., 1940, S. 393—396.
28. **Liwschitz M. M.** Field Hormonics in Induction Motors. — TAIEE, 1942, p. 787—803.
29. **Liwschitz M. M.** Differential Leakage with Respect to the Fundamental Wave and to the Harmonics. — TAIEE, 1944, p. 1139—1140.
30. **Liwschitz M. M.** Differential Leakage of a Fractional — Slot Winding. — TAIEE, 1946, May Section, p. 314—320.
31. **Heller B.** Vliv drážkování na magnetické pole motoru s kotvou nakrátko. Electrotechniký Obzor, 1947, p. 277—281.
32. **Heller B.** Vliv nasycení železa na diferenční rozptyl klecových motorů. — Elektrotechniký Obzor, 1947, p. 89—92.
33. **Liwschitz M. M., Formhals W. H.** Some Phase of Calculation of Leakage Reactance of Induction Motors. — TAIEE, 1947, p. 1409—1413.
34. **Вольдек А. И.** Влияние неравномерности воздушного зазора на магнитное поле асинхронной машины. — Электричество, 1951, № 12, с. 40—42.
35. **Heartz R. A., Sauders E. M.** Harmonics Due to Slots in Electric Machines. — Power Appar. and Syst., 1954, p. 946—949.
36. **Kadf F.** Oberfelder in Drehstrom — Induktionsmotoren mit Käfigläufern I, II. — E. u. M., 1955, S. 152—155, 175—180.
37. **Alger P. L.** Induced High — Frequency Currents in Squirrel-Cage Windings. — Power App., 1957, p. 724—729.
38. **Lacroux W.** Les harmoniques de champ produits par les enroulements concentriques. — RGE, 1957, p. 145—151.
39. **Oberretl K.** Die genauere Berechnung des Magnetisierungsstromes von dreiphasigen Asynchronmaschinen.—Bull. Oerlikon, 1959, S. 66—84.
40. **Oberretl K.** Über Sättigungsoberfelder in Induktionsmaschinen. — E. u. M., 1961, № 78, S. 285—294.
41. **Freeman E. M.** The Calculation of Harmonics. Due to Slotting in the Flux-Density Waveform of a Dynamo — Electric Machine. — Proc. IEE, 1962, № 109, p. 581—588.
42. **Boller H. W., Jordan H.** Über die phasenrichtige Addition der nutharmonischen Wicklungsoberfelder und der Nutungsoberfelder bei phasenreinen Mehrphasenwicklungen. — ETZ—A, 1963, № 84, S. 235—238.
43. **Heller B.** Das Luftspaltfeld der magnetomotorischen Kräfte bei Berücksichtigung der Nutung im Asynchronmotor. — Acta Technica ČSAV, 1964, S. 414—431.

44. **Morath E.** Die Differenzstreuung der asynchronen Maschinen. — E. u. M., 1964, № 81, S. 338—346.
45. **Weppler R.** Grundsätzliches zur Berechnung der Spaltstreuung bei Kurzschlussläufermotoren mit Berücksichtigung der Eisensättigung. — ETZ-A, 1964, № 85, S. 402—407.
46. **Binns K. J.** Calculation of Some Basis Flux Quantities in Induction and Other Doubly — Slotted Electrical Machines. — Proc. IEE, 1964, № 111, p. 1847—1858.
47. **Печерица С. П.** Расчет магнитных полей в асинхронном двигателе с учетом зубчатого строения статора. — Электричество, 1955, № 3, с. 66—70.
48. **Neville S.** Use of Carter's Coefficient with Narrow Teeth. — Proc. IEE, № 114, p. 1245—1250.
49. **Štepina J.** Verwertung der Raumzeiger bei den Problemen der Nutungsoberfelder in den Asynchronmaschinen. — Acta Technica ČSAV, 1967, p. 171—186.
50. **Ivanes M.** Influence de la forme du champ magnétique dans l'entrefer et la résistance de contact des cages sur les pertes supplémentaires des machines à induction. — R. G. E., 1968, p. 368—376.
51. **Punga F.** Über das Anlassen von Drehstrommotoren (Starting of Induction Motors. — E. u. M., 1912, S. 1017—1023.
52. **Stiel W.** Stabzahl und Drehmoment von Kurzschlussankern. — Report Z. V. D. I. — E. u. M., 1921, Bd 65, № 6, S. 357.
53. **Nansen K. L.** Torque Components Due to Space Harmonics in Induction Motors. — Journ. AIEE, 1922, p. 928.
54. **Andronescu N.** Über den Verlauf des Drehmomentes bei asynchronen Drehfeldmotoren mit Käfiganker. — A. f. E., Bd 12/23, S. 453—485; ETZ, 1924, S. 371.
55. **Dreyfus L.** Die Theorie des Drehstrommotors mit Kurzschlussanker, Handlikar 34 Stockholm: Ingeniörs Vetenkaps Akademien, 1924.
56. **Wandeberg W.** Beiträge zur Kenntnis des Schleichens von Drehstromasynchronmotoren, Wiss. Veröff. des Siemens, Bd I.
57. **Krondl M.** Parazitní momenty klecových vinutí. — Elektrotechniký Obzor, 1929, p. 225—228, 248—251, 262—265, 280—282, 308—312, 326—328, 382—384.
58. **Dreese E. E.** Synchronous-Motor Effect in Induction Machines. — Journ. AIEE, 1930, p. 938.
59. **Möller H.** Über die Drehmomente beim Anlauf von Drehstrommotoren mit Käfigankern. — A. f. E., 1930, S. 401—424.
60. **Krondl M.** Die parasitären Kräfte in Induktionsmaschinen. — Bull. Oerlikon, 1931, № 124, S. 654—658; № 125, S. 665—668; № 126, S. 670—676.
61. **Lund H.** Über das Anfahren des Kurzschlussmotors unter dem Einfluss der Rotoroberfelder. — A. f. E., 1932, S. 811—830.
62. **Апаров Б. П.** Теория искажений кривой крутящих моментов при разбеге асинхронного двигателя. — Электричество, 1932, № 5, с. 462—474.
63. **Heller B.** Zusätzliche Momente beim Anlauf von Käfigankermotoren. — A. f. E., 1935, S. 173—192.
64. **Heller B., Matena S.** Umlaufende magnetische Kräfte in Käfigankermotoren. — A. f. E., 1935, S. 631—636.
65. **Matena S.** Vliv vyšsich harmonických na záběr a rozběh

asynchronního motoru. — Elektrotechniký Obzor, 1935, p. 516—519, 537—539, 570—575, 583—589.

66. **Shuisky W.** Synchrone Wirkung der Oberfelder bei Käfiganker-motoren. — A. f. E., 1935, S. 501—507.

67. **Krebs E., Jordan H.** Pendelmomente von Käfigläufermotoren. — E. u. M., 1936, S. 205—225, 234—237.

68. **Heller B.** Přídavné momenty asynchronnich motorů. — Elektrotechniký Obzor, 1939, p. 522—525, 535—538.

69. **Graham Q.** Dead Points in Squirrel — Cage Motors. — TAIEE, 1940, p. 637—642.

70. **Heller B.** Přídavné asynchronni momenty motoru s kotvou nakrátko. — Elektrotechniký Obzor, 1947, p. 381—385.

71. **Heller V.** Vliv přídavných synchronnich momentů na rozběh motorů s kotvou nakrátko. — Elektrotechniký Obzor, 1949, p. 213—215.

72. **Drehmann A., Lenninger L.** Drehmomenteinsattelungen, Störtöne und Rüttelkräfte bei Kurzschlussläufermotoren als Folge unzweckmässiger Läufernutenzahlen. — ETZ, 1951, S. 435—437.

73. **Alger P. L., Ku Y. H., Pan C. H. T.** Speed — Torque Calculations for Induction Motors with Part Windings. — TAIEE, 1954, p. 151—160.

74. **Krondl M.** Selbsterregte Rüttelschwingungen von Induktionsmaschinen mit parallelen Wicklungszweigen. — Bull. SEV., 1956, S. 581—588.

75. **Fetter F.** Statické vyšetřování rozběhu asynchronních motorů. — Elektrotechniký Obzor, 1939, p. 423—426, 438—441.

76. **Dreyfus L.** Pendelmomente und synchrone Momente bei Mehrpha senmotoren mit Käfiganker und Nutenschrägung um eine Ständernutenteilung. — ETZ, 1950, S. 319—321.

77. **Jordan H., Taegen F.** Über den Einfluss der Isolation des Läuferkäfigs auf die Drehmomente von Drehstrom — Asynchronmotoren. — AEG Mitteilungen, 1962, S. 42—43.

78. **Becker O.** Beeinflussung des Momentenverlaufs von Asynchronmaschinen durch Schrägung der Läufernuten. — ETZ-A, 1963, S. 187—193.

79. **Oberretl K.** Neue Erkenntnisse über parasitäre Drehmomente in Käfigläufermotoren. — Bulletin Oerlikon № 348, S. 130—155.

80. **Klíma V.** Synchronni sedla asynchronních motorů s klecovou kotvou. Vznik a způsoby potlačeni. — Elektrotechniký Obzor, 1963, p. 475—485.

81. **Постников И. М.** Паразитные моменты и потери от высших гармоник реакции якоря в асинхронных двигателях с короткозамкнутым ротором. — Электричество, 1963, № 7, с. 39—40.

82. **Freise W., Jordan H.** Pendelmomente bei unsymetrischen Ständern und Läuferschaltungen von Drehstrom — Asynchronmaschinen. — ETZ-A, 1963, S. 22—26.

83. **Taegen F.** Die Bedeutung der Läufernutschlitze für die Theorie der Asynchronmaschine mit Käfigläufer. — A. f. E., 1964, Bd 48, S. 373—386.

84. **Heller B.** Der Einfluss der Nutung auf den Drehmomentverlauf des Käfigankermotors. — Acta Technica ČSAV, 1964, S. 517—541.

85. **Jordan H.** Drehmomentsättel bei Induktionsmotoren. — Acta Technica ČSAV, 1965, S. 135—155.

86. **Oberretl K.** Oberfeldtheorie des Käfigmotors unter Berücksichtigung der durch die Ankerrückwirkung verursachten Statoroberströme und der parallelen Wicklungszweige. — A. f. E., 1965 Bd 49, S. 343—364.

87. **Oberretl K.** Über den Einfluss von parallelen Wicklungszweigen, Dreieckschaltung, Spulensehnung, Nutschlitzbreite und Nutenschrägung auf das Drehmoment von Käfigläufermotoren. — ETZ-A, 1965, S. 619—627.

88. **Heller B.** Vliv drážkování na momentovou charakteristiku a parazitní momenty asynchronních motorů s klecovou kotvou. — Elektrotechniký Obzor, 1965, p. 241—247.

89. **Oberretl K.** Über den Einfluss von parallelen Wicklungszweigen, Dreieckschaltung, Spulensehnung, Nutschlitzbreite und Nutenschrägung auf das Drehmoment von Käfigläufermotoren. — ETZ-A, 1965, S. 619—627.

90. **Keve T.** Beitrag zur Klärung der Drehmomentsättel bei asynchronen Kurzschlussläufermotoren. — ETZ-A, 1966, S. 221—226.

91. **Weh H., Meyer J.** Die direkte Berechnung von Strom und Drehmoment bei Asynchronmaschinen. — ETZ-A, 1966, S. 504—514.

92. **Sattler P. K.** Parasitäre Drehmomente von Stromrichermotoren. — ETZ-A, 1967, S. 89—93.

93. **Гаинцев Ю. В.** Влияние величины воздушного зазора на пусковые характеристики асинхронных двигателей. — Электромеханика, 1967, № 6, с. 687—690.

94. **Stepina J.** Space Vector Analysis of Syncrhonizing Torques in Squirrel — Cage Induction Motors. — Acta Technica ČSAV, 1967, p. 685—701.

95. **Buttkereit H., Jordan H., Weiss M.** Das Durchfahren von synchronen Drehmoment sätteln von Drehstromasynchronmotoren mit Käfigläufer. — E. u. M., 1968, Bd 85, S. 350—354.

96. **Binns K. J.** Cogging Torques in Induction Machines. — Proc. IEE, 1968, vol. 115, p. 1783—1790.

97. **Riccius E., Seiler W.** Über das von Induktionsmaschinen nach der Drehfeldtheorie erzeugte Drehmoment. — Bulletin SEV, 1969, S. 333—339.

98. **Neuhaus W., Weppler R.** Der Einfluss der Nutöffnungen auf den Drehmomentverlauf von Drehstrom — Asynchronmotoren mit Käfigläufer. — ETZ-A, 1969, S. 186—191.

99. **Stepina J.** Die resultierende Auswirkung der Nutöffnungen des Ständers und Läufers auf die zusätzlichen Momente und Verluste in Asyncrhonmaschinen. — Acta Technica ČSAV, 1969, S. 36—59.

100. **Neuhaus W.** Optimale Luftspalte bei Käfigläufermotoren. — Siemens — Zeitschrift, 1969, S. 48—51.

101. **Heller B.** Der einseitige magnetische Zug in der Asynchronmaschine. — Acta Technica ČSAV, 1969, № 4.

102. **Heller B., Klíma V.** Die sekundäre Ankerrückwirkung im Käfigankermotor. — Acta Technica ČSAV, 1970, № 4, p. 321—330.

103. **Hamata V.** Vliv dynamiky rozběhu na momentovou charakteristiku asynchronních motorů. — Elektrotechniký časopis, 1969, № 9.

104. **Fritze H.** Geräuschbildung bei elektrischen Maschinen. — A. f. E., 1921, p. 73—95.

105. **Chapman F. T.** Production of Noise and Vibration by Certain Squirrel — Cage Induction Motors. — I. American Inst. El. Eng. 1922, p. 39.

106. **Hildebrand L. E.** Quiet Induction Motors. — TAIEE, 1930, p. 848—852.

22—843

107. **Marwin W.** The Measurement of Machinery Noise. — TAIEE, 1931, p. 1048—1051.
108. **Krondl M.** Geräusch elektrischer Maschinen. — Bull. Oerlikon, 1933, S. 791—796.
109. **Riggenbach M.** Die Geräuschbildung der Induktionsmotoren. — BBC-Mitteilingen, 1933, S. 135—141.
110. **Degrave H.** Le bruit magnétique des machines électriques. — Bulletin SFE, 1934, p. 1211—1238.
111. **Heller R., Matěna Š.** Hluk asynchronních motorů vzniklý jednostannými otáčivými silami rotoru. — Elektrotechniký Obzor, 1935, p. 711—714.
112. **Moser H.** Geräuschuntersuchungen in elektrischen Maschinen. Bulletin SEV, 1935, S. 305—322, 533—565.
113. **Lübcke E.** Geräuschbildung und Geräuschminderung bei elektrischen Energieumsetzung. — Zeitschr. Techn. Physik, 1935, S. 576—578.
114. **Schuisky V.** Synchrone Wirkung der Oberfelder bei Käfigankern. — A. f. E., 1935, p. 501.
115. **Willms W.** Geräuschmessungen an elektrischen Maschinen.— ETZ, 1935, S. 25—28, 53—56.
116. **Lübcke E.** Methoden und Ergebnisse von Schalluntersuchungen bei elektrischer Energieumsetzung. — E. u. M., 1936, S. 457—464.
117. **Applemann W. R.** Cause and Elimination of Noise in Small Motoris. — TAIEE, 1937, p. 1359—1367.
118. **Morill W. J.** Harmonic Theory of Noise in Induction Motors. — TAIEE, 1940, p. 474—480.
119. **Schmitt W., Jordan H.** Fortschritte im Bau von Asynchronmaschinen. — AEG Mitteilingen, 1941, S. 136.
120. **Heller B.,** Magnetický hluk trojfázoxých motorů s kotvou nakrátko. — Elektrotechniký Obzor, 1948, p. 369—372.
121. **Fiedler J.** Geräuschverringerung (insbesondere des Körperschalles) bei elektrischen Maschinen. — E. u. M., 1949, S. 53—58.
122. **Jordan H.** Approximate Calculation of the Noise Produced by Squirrel — Cage Motors. — Engrs Digest, 1949, p. 22—26.
123. **Jordan H.** Der geräuscharme Elektromotor. — Girardet, Essen, 1950.
124. **Jordan H.** Construction of Low — Noise Electric Motors see Alger P. L. — Elektrotechnisches Anzeiger, 1950, S. 111—113.
125. **Jordan H.** Angenäherte Berechnung des magnetischen Geräusches von Käfigankermotoren. — ETZ, 1950, S. 401—494.
126. **Steinberg J. C.** Noise Measurements. — Electrical Engineering, 1931, vol. 50, p. 42—45.
127. **Jordan H.** Akustische Entstörung polumschaltbarer Motoren. — ETZ, 1952, S. 3—5.
128. **Jordan H.** Über das magnetische Geräusch von Drehstrom — Asynchronmaschinen. — ETZ-A, 1952, S. 620—625.
129. **Hamata V.** Vliv uspořádáni vinutí o několika paralelních větvích na magneticky hluk asynchronních strojů. — Elektrotechniký Obzor, 1953, p. 478—480.
130. **Erdelyi E.** Predetermination of Sound Pressure Levels of Magnetic Noise of Polyphase Induction Motors. — TAIEE, 1955, p. 1269—1280.
131. **Alger P. L.** The Magnetic Noise of Polyphase Induction Motors. — TAIEE, 1954, p. 118—125.

132. **Heller B.** Magnetický hluk větších trojfázových motorů nakrátko. — Práce Ústavu pro elektrotechniku ČSAV III, 1956, p. 9—27.
133. **Воронецкий Б. Б., Кучер Э. Р.** Магнитный шум трехфазных асинхронных короткозамкнутых электродвигателей. — М.: Госэнергоиздат, 1957.—54 с.
134. **Hübner G.** Über das Schwingungsverhalten von Wechselstrommaschinenständern mit Rundschnitt — Blechpaketen. — ETZ-A, 1959, S. 33—39.
135. **Graybeal D.** The Nature of Vibration in Electric Machinery. — Journ. El. Eng., 1944, p. 712—718.
136. **Jordan H., Röber H.** Über die akustische Wirkung von Oberschwingungen des Läuferstromes. — ETZ-A, 1970, Bd 91, S. 498—502.
137. **Erdelyi E., Horvay G.** Vibration Modes of Stators of Induction Motors. — TAJME, 1956, p. 1—7.
138. **Alger L., Erdelyi E.** Calculation of the Magnetic Noise of Polyphase Induction Motors. — Journ. of the Acc. Soc. of A., 1956, p. 1063—1067.
139. **Hübner G.** Entstehung und Bekämpfung der Geräusche elektrischer Maschinen. — ETZ-A, 1961, S. 771—781.
140. **Coërs F.** Magnetische Schallerzeugung bei Drehstromasynchronmotoren mit Schleifringläufern. — Conti Elektro Ber., 1961, S. 147—156.
141. **Jordan H., Müller-Tomfelde H.** Akustische Wirkung der Schrägung bei Drehstrom — Asynchronmaschinen mit Käfigläufern. — ETZ-A, 1961, S. 788—791.
142. **Jordan H., Friese W.** Rüttelkraftbildung bei Schleifringläufermotoren mit Bruchlochwicklungen. — ETZ-A, 1961, S. 38—41.
143. **Drafehn G.** Gegenwärtiger Stand der Technik bei der Behandlung der Schwingungs- und Geräuschprobleme im Elektromaschinenbau. — Elektrie, 1963, S. 356—357.
144. **Boller H. V., Jordan H.** Über die phasenrichtige Addition der nutharmonischen Wicklungsoberfelder und der Nutungsoberfelder bei phasenreinen Mehrphasenwicklungen. — ETZ-A, 1963, S. 235—238.
145. **Robinson R. C.** Line — Frequency Magnetic Vibration of A—C Machines. — TAIEE, 1963, p. 675—679.
146. **Seidel S., Erdelyi E.** On the Vibration of a Thick Ring in Its Own Plane. — ASME, 1963, № 63-WA-273.
147. **Muller R.** Le probleme du bruit dans les machines tournantes électriques. — ACEC — Revue, 1964, № 1, p. 10—25.
148. **Weh H.** Zur elektromagnetischen Schwingungsanregung bei Asynchronmaschinen. — ETZ-A, 1964, S. 193—197.
149. **Üner Z., Jordan H.** Berechnung der Eigenfrequenzen der Blechpakete von Drehstrommaschinen. — Konstruktion, 1964, № 3, S. 108—111.
150. **Krzyminski L.** Akustische Probleme bei der Entwicklung von Asynchronmotoren der Grösse 5 der neuen Reihe in Polen. — Elektrie, 1964, № 4, S. 166—170.
151. **Bölderl P., Jordan H.** Ermittlung der Eigenfrequenz der Nullschwingung einer dicken Scheibe. — Konstruktion, 1965, № 12, p. 489—491.
152. **Jordan H., Nowack S.** Ermittlung der resultierenden Radialkraftwellen von Drehstrom — Asynchronmaschinen. — Elektro-Anzeiger, 1965, № 9.
153. **Jordan H.** Mechanische Schwingungen in elektrischen Maschinen. — VDI — Ber. BW 617, p. 1—11.

154. **Jordan H., Röder G., Weis M.** Unter welchen Unständen sind bei vierpoligen Drehstrom-Asynchronmaschinen mechanische Schwingungen der Ständerblechpakets mit der Netzfrequenz zu erwarten? — Elektrie, 1967, № 3, S. 91—96.
155. **Jordan H., Röder G., Weis M.** Das Schwingungsverhalten der Ständer elektrischer Maschinen. — Technische Rundschau, 1967, № 47.
156. **Ellison A. J., Moore C. J.** Acoustic Noise and Vibration of Rotating Electric Machines. — Proc. IEE, 1968, p. 1633—1640.
157. **Francois P.** La génération des bruits et la réponse des structures dans les moteurs asynchrones, en particulier en ce qui concerne les écoulements. — RGE, 1968, p. 377—387.
158. **Spooner T., Kinard I.** Surface Iron Losses with Reference to Laminated Materials. — TAIEE, 1924, p. 262—281.
159. **Dreyfus W.** Theorie der zusätzlichen Eisenverluste in Drehstromasynchronmotoren I, II, III. — Arch. f. E., 1928, S. 37, 188, 273.
160. **Schuisky V.** Zusätzverluste im Käfig. — A. f. E., 1935, S. 210.
161. **Morgan T., Brown W. E., Schumer A.** Reverse Rotational Tests for Determination of Stray — Load Loss in Induction Motors.— TAIEE, 1939, p. 319—324.
162. **Rossmayer V.** Berechnung der durch unisolierte käfige hervorgerufenen Zusatzverluste bei Asynchronmaschinen. — E. u. M., 1939, S. 249.
163. **Drehmann A.** Beitrag zur Klärung des Stromüberganges von den Stäben zu den Blechen bei Kurzschlussläufern. — E. u. M., 1941, S. 574—578.
164. **Геллер Б.** Добавочные потери в асинхронных двигателях при холостом ходе, вызываемые открытием пазов статора. — Электричество, 1946, № 8, с. 33—36.
165. **Ware D. H.** Measurement of Stray — Load Loss in Induction Motors. — TAIEE, 1945, p. 194—196.
166. **Rawcliffe G. H., Menon A. M.** Test for Harmonic — Frequency Losses in A. C. Machines. — Proc. IEE, pt II, 1952, p. 145.
167. **Foit B., Hrdlička J.** Pulsační a povrchové ztráty asynchroních stojů. — VÚSE-Z.352 (Pulsating and Surface Losses of Induction Machines).
168. **Chang S. S.** Physical Concepts of Stray Load Loss in Induction Machines. — TAIEE, 1954, p. 10—12.
169. **Barton T. H., Ahmad V.** The Measurement and Prediction of Induction Motor Stray Loss at Large Slips. — Proc. IEE, 1957, p. 299—304.
170. **Тайков Я. А.** Расчет пульсационных потерь на вихревые токи в стали зубцов от высших гармоник н. с. обмоток трехфазных асинхронных двигателей. — Вестник электропромышленности, 1957, № 2, с. 1931—1938.
171. **Odok-Adnan.** Stray-Load Losses and Stray Torques in Induction Machines. — Power Apparatus, 1958, p. 43—53.
172. **Provaznik F.** Povrchové ztráty v elektrických strojích při chodu naprázdno. — Elektrotechniký Obzor, 1959, p. 566—572.
173. **Alger P., Angst G., Davies E.** Stray-Load Losses in Polyphase Induction Motors. — Power Apparatus, 1959, p. 349—357.
174. **AIEE** Committee Report: Stray-Load Loss Measurement in Induction Machines. — Power Apparatus, 1959, p. 67—71.
175. **Gibbs W. J.** Tooth Ripple Losses in Unwound Pole-Shoes.— Journ. IEE, 1947, № 11, p. 2.

176. **Walker J. H.** Theory of Induction Motor Surface Losses. — JIEE/II, 1948, p. 597.
177. **Blase W.** Die Auslegung schwingungsarmer zweipoliger Asynchronmotoren. — AEG Mitt., 1962.
178. **Pfaff G., Jordan H.** Dynamische Kennlinie von Drehstromasynchronmomenten. — ETZ-A, 1962, p. 388—392.
179. **Führer H., Waldmann L.** Ein einfaches Verfahren zur Aufnahme der Drehmomenten — Drehzahlkennlinie von Asynchronmotoren. — E. u. M., 1962, Bd 79, S. 9—13.
180. **Ролик А. И., Яковлев А. И.** О добавочных потерях в асинхронных короткозамкнутых двигателях. — Электромеханика, 1963, № 10, с. 1050—1061.
181. **Hammond P.** The Calculation of the Magnetic Field of Rotating Machines. — Inst. of El. Eng, 1962, Monography № 514 S.
182. **Chalmers B. J., Williamson A. C.** Stray Losses in Squirrel-Cage Induction Motors. Validity of the Reverse-Rotation Test Method. — Proc. IEE, 1963, p. 1773—1778.
183. **Воскресенский А. П., Кузнецов Б. И.** Об улучшении характеристик короткозамкнутых асинхронных двигателей с литой алюминиевой клеткой ротора. — Электротехника, 1954, № 5, с. 6—10.
184. **Черток Б. Н., Поволоцкий М. Е., Бачурихин И. П.** Способ улучшения характеристик асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором. — Электротехника, 1964, № 5, с. 10—13.
185. **Гаинцев Ю. В.** Влияние полных добавочных потерь на фактический к. п. д. асинхронных двигателей. — Электротехника, 1964, № 5, с. 18—21.
186. **Basel C.** Elektrische Drehbeschleunigungsmesser. — ATM, 1964, J 163—4, S. 113—116.
187. **Bird B. M.** Measurement of Stray Load Losses in Squirrel-Cage Induction Motors. — Proc. IEE, 1964, vol. III, p. 1697—1705.
188. **Schwarz K. K.** Survey of Basic Stray Losses in Squirrel-Cage Induction Motors. — Proc. IEE, 1964, vol. III, p. 1565—1574.
189. **Гаинцев Ю. В.** Составляющие полных добавочных потерь в асинхронных короткозамкнутых двигателях мощностью до 100 кВт. — Электротехника, 1964, № 12, с. 1—3.
190. **Yttenberg A.** Eine neue Methode zur Bestimmung der Leerlaufverluste einer Maschine. — ETZ, 1912, S. 1158.
191. **Pavlásek F.** Měřeni momentové charakteristiky velkých asynchronních motorů. — Elektrotechniký Obzor, 1961, p. 161—164.
192. **Талышинский Р. И., Давыдов В. Ф.** Выбор величины контактного сопротивления между стержнями и пакетом активной стали короткозамкнутого ротора асинхронных двигателей. — Электротехника, 1965, № 8, с. 7—11.
193. **Левин В. И.** Добавочные потери холостого хода в короткозамкнутой обмотке ротора асинхронных двигателей. — Электротехника, 1965, № 5, с. 47—51.
194. **Трацевицкий Э. Б.** Влияние проводимости между стержнями на параметры ротора асинхронного электродвигателя. — Электротехника, 1965, № 1, с. 44—47.
195. **Jordan H., Taegen F.** Zur Messung der Zusatzverluste von Asynchronmaschinen. — ETZ-A, 1965, Bd 86, S. 167—171.
196. **Christofides N.** Origins of Load Losses in Induction Motors with Cast Aluminium Rotors. — Proc. IEE, 1965, vol. 112, p. 2317—2332.
197. **Heller B.** Die Zusatzverluste im Käfigankermotor bei Schrägung der Rotorstäbe. — Acta Technica ČSAV, 1965, p. 341—369.

198. **Исследование** эффективности частичной изоляции литой короткозамкнутой клетки ротора/ Б. И. Черток, В. Г. Зинченко, Н. И. Струсовская, П. Н. Харабаш. — Электротехника, 1965, № 9, с 27—31.
199. **Гольдберг О. Д., Макаров Ф. К., Трусова Д. П.** Расчет удельной пазовой проводимости магнитного клина в индукционных двигателяк. — Электротехника, 1966, № 12, с. 14—17.
200. **Гаинцев Ю. В.** Влияние технологии изготовления роторов асинхронных двигателей на добавочные потери. — Электротехника, 1966, № 5, с. 11—14.
201. **Коломейцев Л. В., Ротыч В. В., Секретов Д. И.** Определение коэффициента воздушного зазора при магнитном клине. — Электромеханика, 1966, № 2.
202. **Harris M. R., Fam W. Z.** Analysis and Measurement of Radial Power Flow in Machine Air Gaps. — Proc. IEE, vol. 113, p. 1607—1615.
203. **Chalmers B. J., Richardson.** Investigation of High-Frequency No-Load Losses in Induction Motors with Open Stator Slots. — Proc. IEE, 1966, vol. 113, p. 1597—1606.
204. **Weppler R.** Ein Beitrag zur Berechnung von Asynchronmotoren mit nichtisoliertem Läuferkäfig. — E. f. E., 1966, S. 238—252.
205. **Christofides N., Adkins B.** Determination of Load Losses and Torques in Squirrel-Cage Induction Motors. — Proc. IEE, 1966, vol. 113, p. 1995—2005.
206. **Jordan H., Taegen F.** Zur Berechnung der Zahnpulsationsverluste von Asynchronmaschinen. — ETZ-A, 1965, S. 805—809.
207. **Der Einfluss** der Rotornutungsöffnung auf die zusätzlichen Leerlaufverluste in Käfigankermotoren/ B. Heller, M. Štafl, M. Franzl, J. Kubrycht. — Acta Technica ČSAV, 1966, S. 643—655.
208. **Nagel G.** Wirbelströme in den Eisenblechpaketen von Induktionsmaschinen unter Berücksichtigung der Blechisolation. — A. f. E., 1966, S. 228—236.
209. **Черток Б. Н.** О добавочных потерях в стали ротора трехфазного асинхронного электродвигателя. — Электротехника, 1967, № 2, с. 8—12.
210. **Талышинский Р. И., Давыдов В. Ф.** Добавочные моменты в асинхронных двигателях с неизолированными стержнями. — Электротехника, 1967, № 7, с. 15—19.
211. **Chalmers B. J., Richardson J.** Performance of Some Magnetic Slot Wedges in an Open-Slot Induction Motor. — Proc. IEE, 1967, vol. 114, p. 258—260.
212. **Ролик А. И., Яковлев А. И.** Электрические машины с магнитодиэлектрическими клиньями. — Электротехника, 1965, № 7.
213. **Jordan H., Richter E., Röder G.** Ein einfaches Verfahren zur Messung der Zusatzverluste in Asynchronmaschinen. — ETZ-A, 1967, S. 578—583.
214. **Neuhaus W., Weppler R.** Einfluss der Querströme auf die Drehmomentkennlinie polumschaltbarer Käfigläufermotoren. — ETZ-A, 1967, S. 80—84.
215. **Jordan H., Weiss M.** Nutenschrägung und ihre Wirkungen. — ETZ-A, 1967, S. 528—533.
216. **Bendl J.** Die Eisenpulsationsverluste im Asynchronmotor und ihr Einfluss auf die effektive Gegeninduktivität. — Acta Technica ČSAV, 1967, S. 619—636.

217. **Макаров Ф. К.** Расчет коэффициента воздушного зазора индукционных двигателей с магнитными клинами в пазах статора.— Электротехника, 1968, № 5, с. 18—22.
218. **Chalmers B. J., Sarker B. R.** Induction — Motor Losses Due to Nonsinusoidal Supply Waveforms. — Proc. IEE, 1968, p. 1777—1781.
219. **Jordan H., Taegen F.** Experimentelle Untersuchungen der lastabhängigen Zusatzverluste von Käfigläufermotoren im Reverse Rotation Test. — E. u. M., 1968, Bd 85, S. 11—17.
220. **Derippe J.** Les gros moteurs asynchrones a haute tension les pertes supplémentaires. — R. G. E., 1968, p. 137—163.
221. **Taegen F.** Zusatzverluste von Asynchronmaschinen. — Acta Technica ČSAV, 1968, p. 1—29.
222. **Влияние** изоляции короткозамкнутой клетки и термической обработки поверхности ротора на снижение потерь в электродвигателях/ М. Н. Долинский, Ю. И. Каган, Л. Т. Киселев и др. — Электротехника, 1969, № 2, с. 26—28.
223. **Subba Rao V., Butler O. I.** Stray Losses of Polyphase Cage Induction Motors with Particular Reference to the Condition of Imperfect Rotor — Bar — Iron Insulation. — Proc. IEE, 1969, vol. 116, p. 737—751.
224. **Heller B.** Die hochfrequenten Zusatzverluste in Asynchronmaschinen. Teil I, II Acta Technica ČSAV, 1969, № 6, p. 631—666.
225. **Heller B.** Die hochfrequenten Zusatzverluste in Asynchonmaschinen. Teil III. — Acta Technica ČSAV, 1970, № 6, p. 611—623.
226. **Kron G.** Induction Motor Slot Combinations. — Electr. Eng., 1931, p. 937—939.
227. **Jordan H., Rother H.** Nutenzahlregeln und ihr Zusammenhang mit dem magnetischen Geräusch von Asynchronmaschinen. — ETZ-A, 1953, S. 637—642.
228. **Sequenz H.** Die Wahl der Nutenzahl bei Käfigankermotoren. — E. u. M., 1932, S. 428—434.
229. **Sequenz H.** Drei Regeln für die Wahl der Nutenzahlen bei Käfigankermotoren. — ETZ, 1934, S. 269—271.
230. **Meurer F.** Das günstigste Verhältnis der Stator- und Rotornutenzahl von Asynchronmotoren. — ETZ, 1927, S. 1190, 1558.
231. **Höpp A.** Die Nutenzahlen bei Käfigankermotoren.—E. u. M., 1952, S. 364.
232. **Heller B., Klíma V.** Die sekundäre Ankerrückwirkung im Käfigankermotor bei Anordnung von parallelen Zweigen in der Statorwicklung. — Acta Technica ČSAV, 1970, № 4.
233. **Klíma V., Heller B.** Regeln zur Vermeidung von Ausgleichströmen im Dreieck, bzw. in parallelen Zweigen. — Acta Technica ČSAV, 1970, № 1, p. 1—15.
234. **Kulda J., Adam J.** Das Magnetfeld im einseitig genuteten Luftspalt. — ETZ-A, 1970, Bd 91, S. 109—113.
235. **Сиунов М. Н.** Упрощенный расчет магнитного поля в зазоре асинхронного двигателя при открытых пазах статора и односторонней зубчатости. — Электромеханика, 1970, № 2, с. 140—144.
236. **Шарипов М. А.** Коэффициент относительной ширины зубца при односторонней зубчатости воздушного зазора электрических машин. — Электромеханика, 1970, № 4, с. 415—420.
237. **Frejtich T., Siegel M.** Harmonische der Leitfähigkeit einseitig genuteter Luftspalte elektrischer Maschinen. — Acta Technica ČSAV, 1970, № 2, S. 164—174.

238. **Вольдек А. И., Лахтметс Р. А.** Расчет магнитной проводимости воздушного зазора электрических машин. — Электротехника, 1969, № 9, с. 3—5.

239. **Štěpina J.** Die effektive Gegeninduktivität für die Oberwellen des Luftspaltfeldes beim Käfigankermotor. — A. f. E., 1969, Bd 52, S. 381—387.

240. **Терзян А. А.** Математическая модель магнитного поля зазора при открытых пазах на статоре и роторе. — Электротехника, 1964, № 1, с. 41—45.

241. **Oberretl K.** Das zweidimensionale Luftspaltfeld einer Drehstromwicklung mit offenen Nuten. — A. f. E., 1970, № 6, S. 371—381.

242. **Oberretl K.** Field-Harmonic Theory of Slip — Ring Motor Taking Multiple Armature Reaction Account. — Proc. IEE, 1970, № 8, p. 1667—1674.

243. **Binns K. J., Hindmarsh R., Short B. P.** Effect of Skewing Slots on Flux Distribution in Induction Machines. — Proc. IEE, 1971, № 3/4, p. 543—549.

244. **Heller B., Jokl A. L.** Tangential Forces in Squirrel — Cage Induction Motors. — IEEE Trans. PAS, April 1969, p. 484—492.

245. **Heller B., Klíma V.** Die synchronen parasitären Momente bei Stillstand und bei Anlauf des Käfigankermotors. Part I. — A. f. E. 1970, vol. 53, p. 215—223. Part II.—A. f. E., 1970, vol. 53, p. 316—325.

246. **Riccius E.** Über die von Drehstromwicklungen erzeugten Drehwellen. — ETZ-A, 1969, Bd 90, S. 305—310.

247. **Alger P. L., Hamata V.** Subsynchronous Motors. — Acta Technica ČSAV, 1972, p. 307—316.

248. **Butler I. I., Mohammed M. Z.** Change of Stray Loss of a Cage Induction Motor with Axial Variations of the Interbar Resistance. — Proc. IEE, 1971, № 7, p. 884—886.

249. **Jordan H., Raube W.** Zum Problem der Zusatzverluste in Drehstrom — Asynchronmotoren. — ETZ-A, 1972, № 10, p. 541—545.

250. **Keve T.** Die Bedeutung der Last — Zusatzverluste von Asynchronmotoren und ihre Bestimmung. — Bull. SEV, 1973, № 6, S. 369—376.

251. **Jordan H., Röder G.** Über den Einfluss des Gehäuses auf die Resenanzfrequenzen des Ständers elektrischer Maschinen. — Acta Technica ČSAV, № 5, S. 536—560.

252. **Makos T., Jakubik T.** Badania statystyczne halasu sinikóv elektrycznych. — Przeglad elektrotechniczny, 1970, № 7/8, p. 304—306.

253. **Jakubik T., Zadrožny J.** Czestotliwosci rezonansowe drgan trzesacych silnika indukcyjnego. — Prezglad elektrotechniczny, 1970, № 7/8, p. 300—303.

254. **Мариночкин В. П.** Влияние нагрузки на виброакустические характеристики асинхронных короткозамкнутых двигателей. — Электротехника, 1972, № 6, с. 59—61.

255. **Pavlovsky H.** Die Eigenfrequenzen der Ständerblechpakete umlaufender elektrischer Maschinen. — E. u. M., 1971, № 11, S. 479—486.

256. **Brosch P. F., Früchtenicht J., Jordan H.** Laufruhestörungen bei elektrischen Maschinen. — Konstruktion 26, 1974, № 3, S. 107—111.

257. **Jordan H., Raube W.** Zusatzverluste in Drehstrom-Asynchronmotoren mit Käfigläufern. — Bull. SEV — VSE 65, 1974, № 8, S. 571—575.

258. **Дулькин А. И.** Периодичность повторения обмоточных коэффициентов трехфазных обмоток. — Электричество, 1974, № 4, с. 69—71.

259. **Алиханян К. А., Дадиванян Ф. П., Чимишкян Э. Э.** Некоторые вопросы уменьшения добавочных потерь в асинхронных двигателях малой мощности. — Электротехника, 1969, № 8, с. 15—17.

260. **Шарипов А. М.** Точный метод определения нагрузочных добавочных потерь в асинхронных короткозамкнутых двигателях при номинальной нагрузке. — Электротехника, 1969, № 9, с. 14—19.

261. **Черток Б. Н.** Асинхронные двигатели с пониженным уровнем добавочных потерь. — Электротехника, 1969, № 7, с. 20—22.

262. **Štěpina J.** Die resultierende Auswirkung der Nutöffnungen des Ständers und Läufers auf die zusätzlichen Momente und Verluste in Asynchronmaschinen. — Acta Technica ČSAV, 1961, p. 36—59.

263. **Chalmers B. I., Narain O. K.** High-Frequency No-Load Losses of Cage Induction Motors. — Trans. Paper № 69, TP 601-PWR.

264. **Kron A. W., Pfaw D.** Beitrag zur Kenntniss der Zusatzverluste grosser Asyncrhonmotoren. — ETZ-A, 1969, Bd 90, S. 531—534.

265. **Bendl J.** Beitrag zum Problem der Oberflächenverluste von Asynchronmotoren. — Acta Technica ČSAV, 1970, № 1, p. 32—49.

266. **Bradford M.** Unballanced Magnetic Pull in a 6—pole Induction Motor. — Proc. IEE, 1969, vol. 115, p. 1619.

267. **Чарахчян И. Н., Воскресенский А. П.** Влияние способа заливки и изоляции короткозамкнутой клетки от сердечника ротора на показатели асинхронных двигателей. — Электротехника, 1964, № 1, с. 38—41.

268. **Chavarnoz R., Pasdeloup M.** Les pertes dans les moteurs d'induction. — Bulletin de la direction des études et recherches, 1969, № 2, p. 61—105.

269. **Kasík A.** Beitrag zur Anwendung der Theorie einer homogenen Leitung für den Läufer einer Induktionsmaschine. — E. u. M., 1971, № 10, S. 438—444.

270. **Скос** пазов в асинхронных машинах малой мощности/ Н. И. Лашинская, В. Н. Беркович, Б. Н. Черток, Н. Е. Голубков.— Электротехника, 1971, № 7, с. 27—28.

271. **Burbidge R., Fryett M. L.** Synchronous and Asynchronous Torques in Squirrel — Cage Induction Motors. — Proc. IEE, 1967, № 11, p. 1665—1672.

272. **Binns K. J., Dye M.** Effects of Slot Skew and Iron Saturation on Cogging Torques in Induction Machines. — Proc. IEE, 1970, № 7, p. 1249—1252.

273. **Falk K.** Selbsttätige Momentmessung bei Motoren mittels R—C Glied während des Hochlaufs.—ATM, February 1970, S. 13—18.

274. **Oberretl K.** 13 Regeln für minimale Zusatzverluste in Induktionsmotoren. — Bull. Oerlikon, 1969, № 389/390, S. 2—12.

275. **Schuiski W.** Zur Messung der Zusatzverluste von Asynchronmotoren. — ETZ-A, 1965, S. 779—780.

276. **Odok A.** Zusatzverluste und Zusatzmomente in Kurzschlussankermotoren mit isolierten Stäben. — Diss. ETH Zürich, 1955.

277. **Chapelle P., Brichard A.** Analyse du bruit émis par les petits moteurs asynchrones. — Revue E., 1969, vol. VI, p. 1—9.

278. **Kakos, Jakubik T.** Badania statystyczne halasu silników elektrycznych. — Przeglad elektrotechniczny, 1970, № 7/8, p. 304—308.

279. **Jakubik T., Zadrožny J.** Częstotliwosci rezonansowe drgan

trzecasych silnika indukcyjnego. — Przeglad elektrotechniczny, 1970, № 7/8, p. 300—303.
280. **Ellison A. J., Yang S. J.** Effects of Rotor Excentricity on Acoustic Noise from Induction Machines. — Proc. IEE, 1970, № 1, p. 174—184.
281. **Hamata V., Pekárck V.** Hybridní řešeni kyvadlové vibrace jha stejnosměrných strojů. — Elektrotechnický Časopis, 1972, № 7, p. 385—401.
282. **Sättigungsfelder** und ihre Wirkungen/ R. Bulovas, H. Jordan, M. Purkermani, G. Röder. — A. f. E., 1971, S. 220—228.
283. **Morath E.** Nutkontraktionsfaktoren für halbgeschlossene Nuten. — A. f. E., 1971, S. 164—169.
284. **Dubicki B.** The Air-Gap Leakage in Electrical Machunes with Regard to the Influence of Slot Mouth. — Archiwum Elektrotechniki, 1972, p. 65—80.
285. **Иванов-Смоленский А. В., Мнацаканян М. С.** Аналитический метод расчета магнитного поля в воздушном зазоре электрических машин с односторонней зубчатостью. — Электричество, 1972, № 3, с. 57—60.
286. **Kreuth H. P.** Eine Methode zur exakten Berechnung des Luftspaltflusses bei genutetem Anker. — A. f. E., 1972, S. 106—113.
287. **Soroker T. G.** Influence of the Slots on the Harmonic Inductions of the Magnetic Field in the Air Gap of an Induction Motor with One-Sided Slots. — Elektrotechniký Obzor, 1972, № 10, p. 526—532.
288. **Frejtich Z.** Vliv otevření drážek na magnetické pole a reaktance asynchronniho motoru. — Technica el. strojů, 1972, p. 29—41.
289. **Schönbacher K.** Ersatzschaltung des Induktionsmotors mit geschrägten Nuten und sehr breiten Läuferschlitzen. — E. u. M., № 8, 1972, S. 336—345.
290. **Талалов И. И., Страдомский Ю. И.** Гармонические составляющие магнитной проводимости воздушного зазора электрических машин на зубчатой поверхности. — Электротехника, 1973, № 1, с. 49—52.
291. **Дулькин А. И., Кузнецова Л. Н.** Оценка влияния открытий пазов на формирование гармонического магнитного поля в электрических машинах переменного тока. — Электротехника, 1973, № 10, с. 36—39.
292. **Экспериментально-аналитический** метод определения магнитной проводимости воздушных зазоров периодических зубчатых систем/—Ю. М. Пульер, Ю. А. Ермолин, Н. И. Куренков, В. Г. Домрачев. — Электричество, 1973, № 10, с. 71—74.
293. **Коломейцев Л. Ф., Ротыч П. В., Долгошеев А. Т.** Расчет поля воздушного зазора асинхронной машины с учетом двусторонней зубчатости. — Электромеханика, 1974, № 1, с. 48—55.
294. **Falk K.** Selbsttätige Momentenmessung bei Motoren mittels RC—Glied während des Hochlaufs. — ATM, Februar 1970, S. R13—R24.
295. **Binns K. J., Dye M.** Effects of Slot Skew and Iron Saturation on Cogging Torques in Induction Machines. — Proc. IEE, 1970, p. 1249—1252.
296. **Cigánek L.** Záberový moment indukčného motora. — Elektrotechnický Časopis, 1971, № 8, p. 537—549.
297. **Haase H., Jordan H., Koxács K. P.** Rüttelkräfte infolge von Wellenflüssen bei zweipoligen Induktionsmaschinen. — ETZ-A, 1972, № 9, S. 485—486.

298. **Erlicki M. S.** Parasitic Torques of Saturated Asynchronous Motors. — PAS — IEEE, 1972, p. 1501—1505.
299. **Schuiski W.** Magnetischer Zug bei elektrischen Maschinen infolge der Exzentrizität des Läufers. — E. u. M., 1972, S. 391—399.
300. **Taegen F., Hommes E.** Das allgemeine Gleichungsystem des Käfigläufermotors unter Berücksichtigung der Oberfelder; Part I: Allgemeine Theorie. — A. f. E., 1972, № 1, S. 21—31.
301. **Taegen F., Hommes E.** Das allgemeine Gleichungsystem des Käfigläufermotors unter Berücksichtigung der Oberfelder; Part II: Der Einfluss der Oberfelder auf das Betriebsverhalten. — A. f. E., 1972, № 2, S. 98—105.
302. **Пономаренко В. К., Швец Л. М.** Вращающие моменты от высших гармоник магнитного поля в асинхронных трехфазных двигателях. — Электротехника, 1973, № 4, с. 17—19.
303. **Engel U., Jordan H.** Über pendelmomentbildende Sättigungsfelder in Drehstrom — Asynchronmaschinen. — ETZ-A, 1973, № 1, S. 1—3.
304. **Seiler W.** Synchrone Drehmomente durch Leitwertschwankungen bei Asynchronmaschinen. — Bull. S. E., 1975, vol. 6.
305. **Taegen F., Hommes E.** Die Theorie des Käfigläufermotors unter Berücksichtigung der Ständer- und Läufernutung. — A. f. E., 1974, S. 331—339.
306. **Wallace A. K., Ward E. S., Wright A.** Sources of Harmonic Currents in Slip — Ring Induction Motors. — Proc. IEE, 1974, p. 1495—1500.
307. **Binns K. J., Schmid E.** Some Concepts Involved in the Analysis of the Magnetic Field in Cage Induction Machines. — Proc. IEE, 1975, p. 169—175.
308. **Binns K. K., Rowlands — Rees G.** Main — Flux Pulsations and Tangential Tooth — Ripple Forces in Induction Motors. — Proc. IEE, 1975, p. 273—277.
309. **Лазароиу Д. Ф., Бикир Н.** Шум электрических машин и трансформаторов/ Пер. с рум. — М.: Энергия, 1973. — 272 с.
310. **Basta J.** Rozběhové poměry u klecových motorý. — El. obz., 1961, № 1.
311. **Oberretl K.** Zusätzliche Wirbelstromverluste in Nutenleitern infolge eindringendem Luftspaltfeld. — Arch. f. Elektr., 1978, № 60, S. 121.
312. **Штерн Г. М., Ересько И. Г.** Расчет вытеснения тока в короткозамкнутых кольцах ротора асинхронного двигателя. — Электротехника, 1978, № 1, с. 18.

СОДЕРЖАНИЕ

БЕДРЖИХ ГЕЛЛЕР
ВАЦЛАВ ГАМАТА

Высшие гармоники в асинхронных машинах

Редактор *Э. П. Клименко*
Редактор издательства *Л. А. Решмина*
Переплет художника *Н. И. Андриановой*
Технический редактор *Н. Н. Хотулева*
Корректор *Н. А. Смирнова*
ИБ № 2658

Сдано в набор 24.11.80 Подписано в печать 16.02.81
Формат 84×108 1/32 Бумага типографская № 1 Гарн. шрифта литературная
Печать высокая Усл. печ. л. 18,48 Уч.-изд. л. 19,54
Тираж 3000 экз. Заказ 843 Цена 1 р. 50 к.

Издательство «Энергия», 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10